

ЗАЛЕЖНІ ВІД ЧАСУ КОМПОНЕНТИ ТЕНЗОРА ІНЕРЦІЇ ЗЕМЛІ ЗА ДАНИМИ СУПУТНИКА GRACE

© Марченко О.М., Ярема Н.П., 2008

Статья посвящена определению зависимых от времени составных тензора инерции Земли. Особое внимание было посвящено вычислению временных вариаций составных тензора инерции Земли по данным временных рядов коэффициентов второго порядка спутника GRACE.

The determination of the time-dependent constituents of the inertia tensor was considered. Special attention was given to the computation of temporally varying components of the Earth's inertia tensor, which are based on the time series of 2nd-degree coefficients through GRACE observations.

Постановка проблеми та її зв'язок з науковими завданнями. Попередній розв'язок для головних моментів інерції Землі (A , B , C), головних осей інерції (\bar{A} , \bar{B} , \bar{C}) та інших фундаментальних параметрів був отриманий в [3] з врівноваження на епоху 1997р. чотирьох наборів гармонічних коефіцієнтів другого порядку \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} моделей гравітаційного поля Землі та шести значень динамічного стиснення H_D . Сучасніші моделі гравітаційного поля дають точніші визначення залежних від часу гармонічних коефіцієнтів другого порядку $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ зі спостережень супутника GRACE. Додатково останні значення динамічного стиснення H_D були знайдені з прецесійної константи через спостереження VLBI, основаної на теорії обертання нетвердої Землі. Ця стаття присвячена обчисленню залежних від часу компонент тензора інерції, які обчислені на основі часових рядів гармонічних коефіцієнтів другого порядку $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$, визначених з супутника GRACE.

Основний виклад матеріалу. Повністю нормовані коефіцієнти \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} вибрані для шести моделей гравітаційного поля: EGM96, GGM01S, GGM02C, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN-GRACE02S, EIGEN-GL04S1. Часові коефіцієнти цих розв'язків стосуються різних епох на часовому проміжку 18 років. Вікова зміна в зональному коефіцієнті другого порядку $\dot{\bar{C}}_{20} = 1.1628 \cdot 10^{-11} \text{ yr}^{-1}$ прийнята для цих моделей разом з простою лінійною моделлю для $\dot{\bar{C}}_{21}$, $\dot{\bar{S}}_{21}$, які ґрунтуються на змінах з часом координат $\dot{\bar{x}}_p(t_0) = 0.00083 \text{ ["/yr]}$, $\dot{\bar{y}}_p(t_0) = 0.00395 \text{ ["/yr]}$ на епоху $t_0=2000$ згідно з IERS Conventions 2003 [6]. Фундаментальні параметри Землі були визначені із спільного узгодження нового набору коефіцієнтів \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} цих шести моделей гравітаційного поля та семи значень динамічного стиснення H_D , приведених до одної величини прецесійної константи $p_A = 50.2879225 \text{ ["/yr]}$ МНВ2000 на епоху J2000 [5]. Для уникнення невизначеності в дев'яторній частині тензору інерції (порядку 10^{-15}) перетворення гармонічних коефіцієнтів \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} у разі скінченних поворотів виконувалась за допомогою сферичної формули Ламбека для координат полюса. Це перетворення було використано для узгодження тільки геодезичних параметрів \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} (приведених до системи частоти нульового припливу) шести моделей гравітаційного

поля, які відновлюють координати середнього полюса $\bar{x}_p = 0.054''$, $\bar{y}_p = 0.357''$ на епоху 2000р. (IERS Conventions 2003). Отже, розв'язок для статичних компонент складається з врівноважених гармонічних коефіцієнтів другого порядку $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$, що належать до IERS на епоху 2000р., головних моментів інерції Землі (A, B, C), H_D , положення головних осей інерції, коефіцієнтів динамічних рівнянь Ейлера, полярного та екваторіального стиснень. Щодо вікових змін, часові варіації компонент тензора інерції Землі були знайдені з часових рядів $\bar{C}_{2m}(t), \bar{S}_{2m}(t)$ супутника GRACE та врівноважених величин динамічного стиснення H_D , а також вікову варіацію динамічного стиснення \dot{H}_D .

Залежні від часу гармонічні коефіцієнти другого порядку $\bar{C}_{2m}(t), \bar{S}_{2m}(t)$ були взяті з (<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/ICGEM.html>) Міжнародного Центру Глобальних Моделей Землі і розглядалися для таких часових рядів: GRACE ('Models from Dedicated Time Periods'): (a) CNES-GRGS; (b) CSR Release 04; (c) GFZ Release 04; (d) JPL Release 04. Ці коефіцієнти $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$ використовувались для прямого обчислення часових компонент тензору інерції Землі та інших пов'язаних з ними параметрів з кроком від 10 днів (CNES-GRGS) до одного місяця (інші розв'язки).

Як і у разі незалежних від часу величин для $\bar{C}_{2m}(t), \bar{S}_{2m}(t)$ виконували такі перетворення: 1) приведення $\bar{C}_{2m}(t)$ до системи нульового припливу, і 2) масштабування цих коефіцієнтів до єдиного значення $GM=398600.4415 \text{ km}^3/\text{s}^2$ та $a=6378136.49 \text{ m}$. Всі параметри були визначені як такі, що залежать від часу, з врахуванням врівноваженого значення динамічного стиснення $H_D = 0.0032737797$, і обчислені на проміжку від 2002.30 до 2007.45 року згідно з вказаними вище чотирма розв'язками.

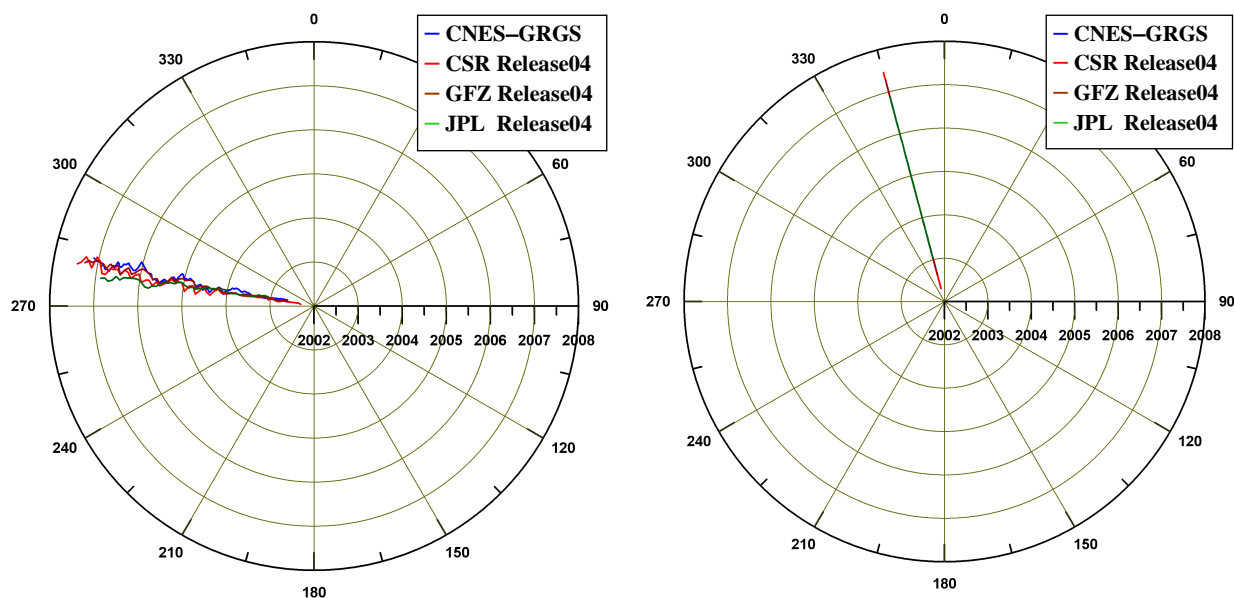


Рис. 1. а) довгота осі інерції \bar{C} , визначена з часових рядів CNES-GRGS, CSR, GFZ, JPL за період з 2002.30 до 2007.45 року; б) довгота осі інерції \bar{A} , визначена з часових рядів CNES-GRGS, CSR, GFZ, JPL за період з 2002.30 до 2007.45 року

Через велику кількість різних параметрів, обчислених на кожен момент часу t , ми наведемо нижче лише їх вигляд для осей інерції \bar{C} і \bar{A} . Для ілюстрації усіх інших параметрів достатньо подати лише середні значення деяких залежних від часу величин. На рис. 1 а) і б) показано часові зміни довгот осей \bar{C} і \bar{A} , відповідно за період з 2002.30 до 2007.45 року (для місії GRACE). У

табл. 1 наведено середні довготи цих осей і середні значення кута $\tilde{\gamma}$ між осями квадрополя, який розміщений у площині осей інерції \bar{C} і \bar{A} . У табл. 2 показано отримані середні значення координат полюса осі \bar{C} за цей самий період.

Таблиця 1

Середні довготи головних осей \bar{A} , \bar{C} та середні значення кута $\tilde{\gamma}$ між двома осями квадрополя (за період від 2002.30 до 2007.45 року)

Середні значення	CNES-GRGS	CSR Release 04	GFZ Release 04	JPL Release 04
Довгота \bar{A}	345.0714°	345.0711°	345.0712°	345.0710°
Довгота \bar{C}	280.93°	279.12°	280.30°	278.77°
Кут $\tilde{\gamma}$	170.61988°	170.61989°	170.61988°	170.61985°

Таблиця 2

Середні координати полюса осі \bar{C} за період з 2002.30 до 2007.45 року

Моделі гравітаційного поля	x_C [0.001"]	y_C [0.001"]
CNES-GRGS	69.0±1.0	357.3±1.0
CSR Release 04	54.2±0.5	337.8±0.5
GFZ Release 04	59.9±0.3	330.0±0.3
JPL Release 04	53.1	343.9

7

Порівняння наборів $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$, взятих з різних центрів обробки, наводить на висновок про систематичні різниці, які існують в цих рядах. Незважаючи на це, деякі обчислені параметри, наведені в табл. 1 і рис. 1а, є стабільними. На протизагу очевидним часовим змінам осі фігури \bar{C} (рис.1а) ми отримали стабільність у часі для положення осі інерції \bar{A} , обчисленої з GRACE (рис. 1б). Обробка кварталних розв'язків CHAMP [8] для $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ (за період з 2000.9 по 2003.4 роки) також показує стабільність у часі положення осі \bar{A} з середньою довготою $\lambda_{\bar{A}} = 345^{\circ}.0706E$. Додатково до цього ми отримали подібну узгодженість з попередніми результатами обробки [4], які ґрунтувались на таких часових рядах GRACE, як CSR Release 01, GFZ Release 03, and JPL Release 02, що дозволяє зробити такий самий висновок, за винятком невеличких різниць, наведених у табл. 1. Необхідно відзначити, що напрям осі \bar{A} розглядається в теорії прецесії і нутації [1] як параметр земної трьохосності або довготи $\lambda_{\bar{A}}$ головної осі екваторіального еліпса. Отже, приведена до референцного полюса IERS на епоху 2000 року довгота осі $\lambda_{\bar{A}} = 345^{\circ}.0711E \pm 0^{\circ}.0002$ чудово узгоджується за точністю з наведеною величиною в таблиці 1, і може бути рекомендованою для теорії обертання Землі $\lambda_{\bar{A}} = 14^{\circ}.9289W \pm 0^{\circ}.0002$.

Якщо положення головних осей інерції Землі, кут $\tilde{\gamma}$

$$\cos \tilde{\gamma} = \frac{3\bar{A}_{22} + \sqrt{3}\bar{A}_{20}}{\bar{A}_{22} - \sqrt{3}\bar{A}_{20}} \quad (1)$$

і деякі інші параметри залежать лише від коефіцієнтів $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$, то визначення часових змін тензора інерції Землі вимагає використання динамічного стиснення H_D . Для обчислення головних моментів інерції A , B і C для врівноваженого значення $H_D = 0.0032737797$ (на епоху J2000) і стоксових коефіцієнтів GRACE $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ на кожен момент часу t , який відрізняється від стандартної епохи 2000р. необхідно вводити поправку δH до динамічного стиснення. Спеціальні

дослідження часових рядів $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ GRACE призводить до нестійкого визначення вікових варіацій $\bar{A}_{22} - \dot{\bar{A}}_{22}$. Тому ми припускаємо, що неприпливна варіація δC і момент інерції C є функцією лише $\dot{\bar{C}}_{20}$ [11] як „зональні сили, що не змінюють фігури тіла обертання” [7], що призводить до умови $\delta A = \delta B = -\delta C / 2$ для сліду $\text{Tr}(\mathbf{I}) = \text{const}$ [9]. З врахуванням цього ми отримуємо вікову зміну H_D

$$\dot{H}_D = \frac{\dot{\bar{A}}_{20}}{\bar{A}_{20}} H_D \left(1 - \frac{2}{3} H_D\right) = -\sqrt{5} \frac{\dot{\bar{A}}_{20}}{3C^2} \text{Trace}(\mathbf{I}) \approx \frac{\dot{\bar{C}}_{20}}{\bar{C}_{20}} H_D \left(1 - \frac{2}{3} H_D\right). \quad (2)$$

Таблиця 3

Вікова варіація в зональному гармонічному коефіцієнті $\bar{A}_{20} \approx \bar{C}_{20}$ ($t_0=2000$) та відповідні варіації в деяких астрономічних та геодезичних параметрах

Параметр	$\delta F(t) = \dot{F}(t - t_0)$	\dot{F}
$\bar{A}_{20} \approx \bar{C}_{20}$	$\delta \bar{A}_{20} = \dot{\bar{A}}_{20}(t - t_0)$	$\dot{\bar{A}}_{20} = 1.1628 \cdot 10^{-11}$ [1/yr]
H_D	$\delta H_D = -\sqrt{5} \frac{\dot{\bar{A}}_{20}}{3C^2} \text{Trace}(\mathbf{I})(t - t_0)$	$\dot{H}_D = -7.8453 \cdot 10^{-11}$ [1/yr]
p_A	$\delta p_A = \left[\frac{\dot{H}_D}{\delta p_A} \right] (t - t_0)$	$\dot{p}_A = -0.0121$ ["/cy ²]
A	$\delta A = \frac{\sqrt{5} \dot{\bar{A}}_{20}}{3} (t - t_0)$	$\dot{A} = 0.8667 \cdot 10^{-11}$ [1/yr]
B	$\delta B = \frac{\sqrt{5} \dot{\bar{A}}_{20}}{3} (t - t_0)$	$\dot{B} = 0.8667 \cdot 10^{-11}$ [1/yr]
C	$\delta C = -\frac{2\sqrt{5} \dot{\bar{A}}_{20}}{3} (t - t_0)$	$\dot{C} = -1.7334 \cdot 10^{-11}$ [1/yr]
$\alpha = \frac{C - B}{A}$	$\delta \alpha = -\frac{\sqrt{5} \dot{\bar{A}}_{20} (C - B + 3A)}{3A^2} (t - t_0)$	$\dot{\alpha} = -7.8970 \cdot 10^{-11}$ [1/yr]
$\beta = \frac{C - A}{B}$	$\delta \beta = -\frac{\sqrt{5} \dot{\bar{A}}_{20} (C - A + 3B)}{3B^2} (t - t_0)$	$\dot{\beta} = -7.8968 \cdot 10^{-11}$ [1/yr]
$\gamma = \frac{B - A}{C}$	$\delta \gamma = \frac{\sqrt{5} \dot{\bar{A}}_{20} (B - A)}{3C^2} (t - t_0)$	$\dot{\gamma} = 5.7552 \cdot 10^{-16}$ [1/yr]
f	$\delta f = -\frac{3\sqrt{5} \dot{\bar{A}}_{20}}{2} (t - t_0)$	$\dot{f} = -3.9001 \cdot 10^{-11}$ [1/yr]

З використанням $\dot{\bar{C}}_{20}$ ми отримали числове значення $\dot{H}_D = -7.8453 \cdot 10^{-11} \text{ yr}^{-1}$. Значення $\delta H = \dot{H}_D(t - t_0)$ для приведення H_D з епохи $t_0=2000$ на кожен момент часу, пов'язане з часовими рядами $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ GRACE (зауважимо, що значення $\delta H = -5.5 \cdot 10^{-10}$ для приведення динамічного стиснення з 2000р. до 2007 р.).

Отже, застосувавши для параметрів зв'язаних з $\dot{\bar{C}}_{20} = 1.1628 \cdot 10^{-11} \text{ yr}^{-1}$ таку лінійну залежність:

$$\delta F(t) = \dot{F}(t - t_0), \quad (3)$$

де $\dot{F} = \frac{dF(t)}{dt}$ і t_0 – вибрана епоха, подаємо в табл.3 відповідні оцінки вікових варіацій згідно з (3).

Всі часові варіації в табл. 3 мають той самий порядок, що і варіації \dot{A}_{20} за винятком $\dot{\gamma}$ і \dot{p}_A . Згідно з [10] варіацію \dot{p}_A називають динамічним параметром другого порядку \dot{J}_2 з оцінкою діапазону змін $(-11.6 \text{ до } -16.8) \times 10^{-3} ["/\text{cy}^2]$, що залежить від прийнятого значення $\dot{J}_2 = -\sqrt{5}\dot{C}_{20}$, яке становить 0.7% класичного прискорення, спричиненому еліптичним рухом і на два порядки більше ніж прискорення, зумовлене припливами. Визначена Вільямсом варіація сталої прецесії $\dot{p}_A = -0.014 ["/\text{cy}^2]$ ґрунтувалась на старій оцінці варіації \dot{J}_2 . Тим не менше, ця оцінка 1994 року добре узгоджується з оцінкою, наведеною в табл. 3. Фактично обчислене значення $\dot{p}_A = -0.0121 ["/\text{cy}^2]$ ґрунтувалось на останніх визначеннях вікової варіації $\dot{J}_2 = -\sqrt{5}\dot{C}_{20}$ з $\dot{C}_{20} = 1.1628 \cdot 10^{-11} \text{ yr}^{-1}$, застосованих для усіх вибраних моделей гравітаційного поля. Отже, параметр $\dot{p}_A = -0.0121 ["/\text{cy}^2]$ може бути рекомендованим для теорії прецесії і нутації. Отже, всі розглянуті результати дають трошки краще узгодження з набором усіх астрономічних і геодезичних параметрів, якщо застосовувати лінійну вікову зміну динамічного стиснення $\delta H = \dot{H}_D(t - t_0)$.

Таблиця 4

Середні величини головних моментів інерції A, B , та C , отримані за часовими рядами $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ супутника GRACE, врівноважене $H_D = 0.0032737797$ та $\dot{H}_D = -7.8453 \cdot 10^{-11} \text{ yr}^{-1}$ (на період з 2002.30 до 2007.45 року)

Середня величина	CNES-GRGS	CSR Release 04	GFZ Release 04	JPL Release 04
Головний момент A	0.32961281	0.32961271	0.32961267	0.32961272
Головний момент B	0.32962008	0.32961997	0.32961993	0.32961999
Головний момент C	0.33069908	0.33069898	0.33069893	0.33069899

Табл. 4 ілюструє середні значення головних моментів інерції A, B , та C , отриманих за часовими рядами $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ супутника GRACE та врівноваженим динамічним стисненням $H_D = 0.0032737797 \pm 0.0000000050$, а також вікову варіацію динамічного стиснення \dot{H}_D , наведеного вище.

Висновки. Залежні від часу компоненти тензора інерції Землі обчислювались на базі чотирьох розв'язків GRACE для залежних від часу коефіцієнтів $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$. З одного боку, було встановлено стабільність у часі положення осі інерції \bar{A} з розв'язків GRACE і CHAMP. З іншого, було зроблено оцінки вікових змін усіх статичних параметрів, а також динамічне стиснення і сталу прецесію (обчислена періодична компонента на сезонному та менших інтервалах часу потребує додаткового вивчення і не є предметом обговорення в цій статті). Оскільки довгота $\lambda_{\bar{A}}$ головної осі інерції \bar{A} розглядається в теорії нутації як параметр трьохосності Землі, то отримане значення $\lambda_{\bar{A}} = 14^\circ.9289\text{W} \pm 0^\circ.0002$ можна рекомендувати для теорії обертання Землі разом з динамічним параметром другого порядку \dot{J}_2 і $\dot{p}_A = -0.0121 ["/\text{cy}^2]$ сталої прецесії p_A .

Залежні від часу компоненти тензора інерції Землі обчислювались з часових рядів GRACE залежних від часу коефіцієнтів $\bar{C}_{2m}(t)$, $\bar{S}_{2m}(t)$ з кроком від 10 днів до одного місяця з розв'язків

((a) CNES-GRGS; (b) CSR Release 04; (c) GFZ Release 04; (d) JPL Release 04). Для збереження сліду тензора інерції $\text{Tr}(\mathbf{I})$ було використано умову $\delta A = \delta B = -\delta C/2$ для редукування динамічного стиснення від референцної епохи $t_0=2000$ на конкретний момент часу t . З одного боку, було встановлено стабільність положення осі інерції \bar{A} кута $\tilde{\gamma}$ між двома осями квадрополями в площині осей інерції \bar{A} і \bar{C} (з розв'язків GRACE і CHAMP). З іншого боку, було зроблено оцінку вікових змін усіх статичних параметрів, а також динамічне стиснення і сталу прецесію. Оскільки довгота $\lambda_{\bar{A}}$ головної осі інерції \bar{A} розглядається в теорії нутації як параметр трьохосності Землі, то отримане значення $\lambda_{\bar{A}} = 14^\circ.9289\text{W} \pm 0^\circ.0002$ можна рекомендувати для теорії обертання Землі разом з динамічним параметром другого порядку J_2 і $\dot{p}_A = -0.0121 ["/\text{cy}^2]$ сталої прецесії p_A .

1. Bretagnon P., Francou G., Rocher P., and Simon J.L. // SMART97: A new solution for the rotation of the rigid Earth// *Astronomy and Astrophysics*, 329, 1998.– pp. 329-338. 2. Groten E. Parameters of Common Relevance of Astronomy, Geodesy, and Geodynamics// *Journal of Geodesy* 74, 2000.–pp. 134-140. 3. Marchenko A., Schwintzer P. Estimation of the Earth's tensor of inertia from recent global gravity field solutions// *Journal of Geodesy*, Vol. 76, 2003.– p. 495-509. 4. Marchenko A.N. Current estimation of the Earth's mechanical and geometrical parameters// Paper presented at the IUGG General Assembly 2007, IAG Session **GS003** "Earth Rotation and Geodynamics", Perugia, Italy, 2-13 July, 2007. 5. Mathews P.M., Herring T.A., Buffet B.A. Modeling of nutation-precession: New nutation series for nonrigid Earth, and insights into the Earth's interior// *J. Geophys. Res.*, Vol. 107, No. B4, 10.1029/2001JB000390, 2002. 6. McCarthy D, and Petit G. *IERS Conventions (2003)*, IERS Technical Note No.32, Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, Frankfurt am Main, 2004. 7. Melchior P. *The tides of the planet Earth*. Pergamon, 1978. 8. Reigber Ch., Jochmann H., Wunsch J., Neumayer K.-H., Schwintzer P. First Insight into Temporal Gravity Variability from CHAMP. In: Reigber Ch., Lühr, H., Schwintzer, P. (eds.), *First CHAMP Mission Results for Gravity, Magnetic and Atmospheric Studies*. Springer-Verlag Berlin-Heidelberg, pp.128-133, 2003. 9. Rochester, M.G., and D.E. Smylie On changes in the trace of the Earth's inertia tensor. *Journal of Geophysical Research*, 79 (32), 1974 – pp. 4948-4951. 10. Williams, J.G. Contributions to the Earth's obliquity rate, precession and nutation// *The Astronomical Journal*, 108, 1994 –pp. 711-724. 11. Yoder, C.F., J.G. Williams, J.O. Dickey, B.E. Schutz, R.J. Eanes, and B.D. Tapley. Secular variation of Earth's gravitational harmonic J_2 coefficient from Lageos and nontidal acceleration of Earth rotation. *Nature*, 303, 1983 – pp. 757-762.