А. П. ЖАЛЬНЕРУКАС

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ПЛОСКОСТНАЯ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭЛЕКТРОННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

Электронная вычислительная техника открыла возможность применения аналитических способов фототриангуляции для практических целей. В последние годы в нашей стране разработаны и внедрены в производство способы аналитической пространственной фототриангуляции с их реализацией на электронных вычислительных машинах (ЭВМ) [2, 3, 4]. Наряду с автоматизацией производства способы аналитической фототриангуляции повышают производительность труда и дают значительный экономический эффект.

В ряде случаев практики крупномасштабных съемок, когда необходимо построение только плановых фотограмметрических сетей, на равнинно-всхолмленной местности наряду с аналитическим пространственным фототриангулированием может быть применен более простой способ аналитической плановой фототриангуляции.

В настоящей статье излагается способ аналитической плановой фототриангуляции, основанный на принципе плоскостной (радиальной) фототриангуляции и применении электронной вычислительной машины (ЭВМ).

Как известно, благодаря применению современных гиростабилизационных установок углы наклона аэроснимков не превышают 30—40′ при среднем значении ±10′, причем количество аэроснимков с углами наклона до 10′ обычно составляет примерно 50%, до 20′~80% [2]. Таким образом, создаются весьма благоприятные условия для развития аналитической плоскостной фототриангуляции из главных точек аэроснимков. Искажения центральных направлений, вызванные наклоном аэроснимка, в этом случае весьма незначительны и находятся в пределах точности их измерения на аэроснимках. Это также благоприятствует применению указанного способа фототриангуляции в холмистой местности, когда ошибка центрального направления на аэроснимке за рельеф не превосходит 1′,5.

Влияние остальных факторов на искажение направлений на аэроснимке, например дисторсии, рефракции, кривизны Земли и несовершенного выравнивания пленки, весьма незначительно и исчисляется несколькими сотыми минуты. Следует отметить, что равномерная деформация аэропленки не искажает направлений, а влияние неравномерной деформации можно учесть введением соответствующих поправок. Для частичного исключения влияния местной деформации следует измерения аэроснимков выполнять сразу после аэрофотосъемки или изготовлять с негативов диапозитивы на стекле.

Проведенные исследования показали, что точность аналитической плоскостной фототриангуляции достаточно высокая и в определенных условиях соответствует точности пространственной фототриангуляции.

Проведение измерений по аэроснимкам и предварительные вычисления

Для производства необходимых измерений по аэроснимкам предусматривается использование как радиалтриангулятора, так и стереокомпаратора. Ориентирование аэроснимков во время измерения производится по начальному направлению. В случае применения стереокомпаратора программой вычислений на ЭВМ также предусмотрена возможность использования в качестве исходных данных непосредственно значения отсчетов, снятых со шкал инструмента.

При соответствующем дополнении программы вычислений на ЭВМ ориентирование аэроснимков в стереокомпараторе можно производить по координатным меткам или приближенно. Однако в этом случае значительно возрастает объем исходной информации.

Построение фототриангуляции предусматривается из главных точек, которые накалываются на аэронегативах. Все остальные точки накалывают лишь на контактных аэроснимках и обводят тушью на аэронегативах. Этим в значительной степени исключаются ошибки отождествления и перекола точек и обеспечивается высокая точность наведения измерительной марки.

Кроме связующих, также предусматривается определение трансформационных точек. При наличии равнинной местности трансформирование аэроснимков следует производить по связующим точкам. Этим можно сократить объем измерений.

Исправление измеренных стереокомпаратором значений координат точек за деформацию аэропленки производится путем умножения их на соответствующие коэффициенты деформации кадра, то есть

$$x_{\text{исп}} = x_{\text{изм}} \cdot k_x, \tag{1}$$

$$y_{\text{исп}} = y_{\text{изм}} \cdot k_y, \tag{2}$$

где

$$\left.\begin{aligned} k_x &= \frac{l_{x_0}}{l_x} \\ k_y &= \frac{l_{y_0}}{l_y} \end{aligned}\right\}. \tag{3}$$

Здесь $x_{\text{изм}}$, $y_{\text{изм}}$; $x_{\text{исп}}$, $y_{\text{исп}}$ — соответственно измеренные и исправленные за деформацию аэропленки значения координат точек;
l_{x0}, l_{y0} — расстояния между координатными метками прикладной рамы аэрофотоаппарата;
l_x, l_y — расстояния между изображениями координатных меток на аэронегативе, измеренные стереокомпаратором.

Поправки к измеренным радиалтриангулятором значениям центральных углов β за деформацию аэропленки вычисляются по формуле (в радианах)

$$\delta_{\text{деф}} = \frac{\mu_y - \mu_x}{2} \sin 2\beta, \tag{4}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \mu_x &= \frac{\Delta l_x}{l_{x_0}} \\ \mu_y &= \frac{\Delta l_y}{l_{y_0}} \end{aligned}\right\}, \tag{5}$$

а также

$$\Delta l_x = l_{x_0} - l_x, \tag{6}$$

$$\Delta l_y = l_{y_0} - l_y. \tag{7}$$

Здесь l_x, l_y — расстояния между изображениями координатных меток на аэронегативе, измеренные при помощи радиал-триангулятора.

Исправленное значение центрального угла будет

$$\beta_{исп} = \beta_{изм} + \delta_{деф}. \tag{8}$$

По исправленным значениям центральных углов вычисляют их котангенсы, которые непосредственно используются в вычислениях сети фототриангуляции. Углы, близкие по величине к 90°, за деформацию аэропленки не исправляют.

Программой для ЭВМ предусмотрено вычисление фототриангуляционной сети как с учетом деформации аэропленки, так и без ее учета.

Измеренные стереокомпаратором значения координат точек фототриангуляционной сети используются в следующем порядке. По координатам точек аэроснимка вычисляют величины четырех центральных углов ромба, образующих в сумме 360° (условие горизонта), по формуле

$$\beta = \operatorname{arc\,tg} \frac{y}{x}, \tag{9}$$

где β — центральный угол;

x, y — координаты точки, измеренные стереокомпаратором.

Если угол по величине превышает 90°, полученное по формуле (9) значение угла вычитают из 180°. Значения углов складывают и проверяют выполнение условия горизонта. Найденную при этом невязку распределяют на эти углы поровну. По исправленным за условия горизонта значениям углов вычисляют их котангенсы.

Для всех остальных точек аэроснимка вычисляют отношения $\frac{x}{y}$, которые являются котангенсами соответствующих центральных углов и непосредственно используются в вычислениях фототриангуляционной сети.

Все предварительные вычисления выполняются при помощи ЭВМ. Дальнейший порядок вычисления фототриангуляционной сети одинаковый, независимо от того, что измерялось — центральные углы или координаты точек аэроснимка.

Вычисление ромбического ряда

Вычисление фототриангуляционного ряда сначала выполняется в условной системе координат путем последовательного решения отдельных ромбов. Вычисление и уравнение ромбов производятся непосредственно в координатах в следующем порядке.

Для точек A и B первого (левого) ромба (рис. 1) задают значения условных координат:

$$x_A = 0, \quad x_B = B,$$

$$y_A = 0, \quad y_B = 0,$$

где B — среднее значение базиса фотографирования в метрах.

Далее по формулам прямой засечки

$$x_C,\ y_C = \left| \begin{array}{cc|cc} x_A & y_A & x_B & y_B \\ -1 & \operatorname{ctg} 3 & 1 & \operatorname{ctg} 1 \end{array} \right| (1,2) \qquad (10)$$

вычисляют значения координат точки C, а затем и точки $E(x'_E,\ y'_E)$. Аналогично получают значения координат точек D $(x_D,\ y_D)$ и E

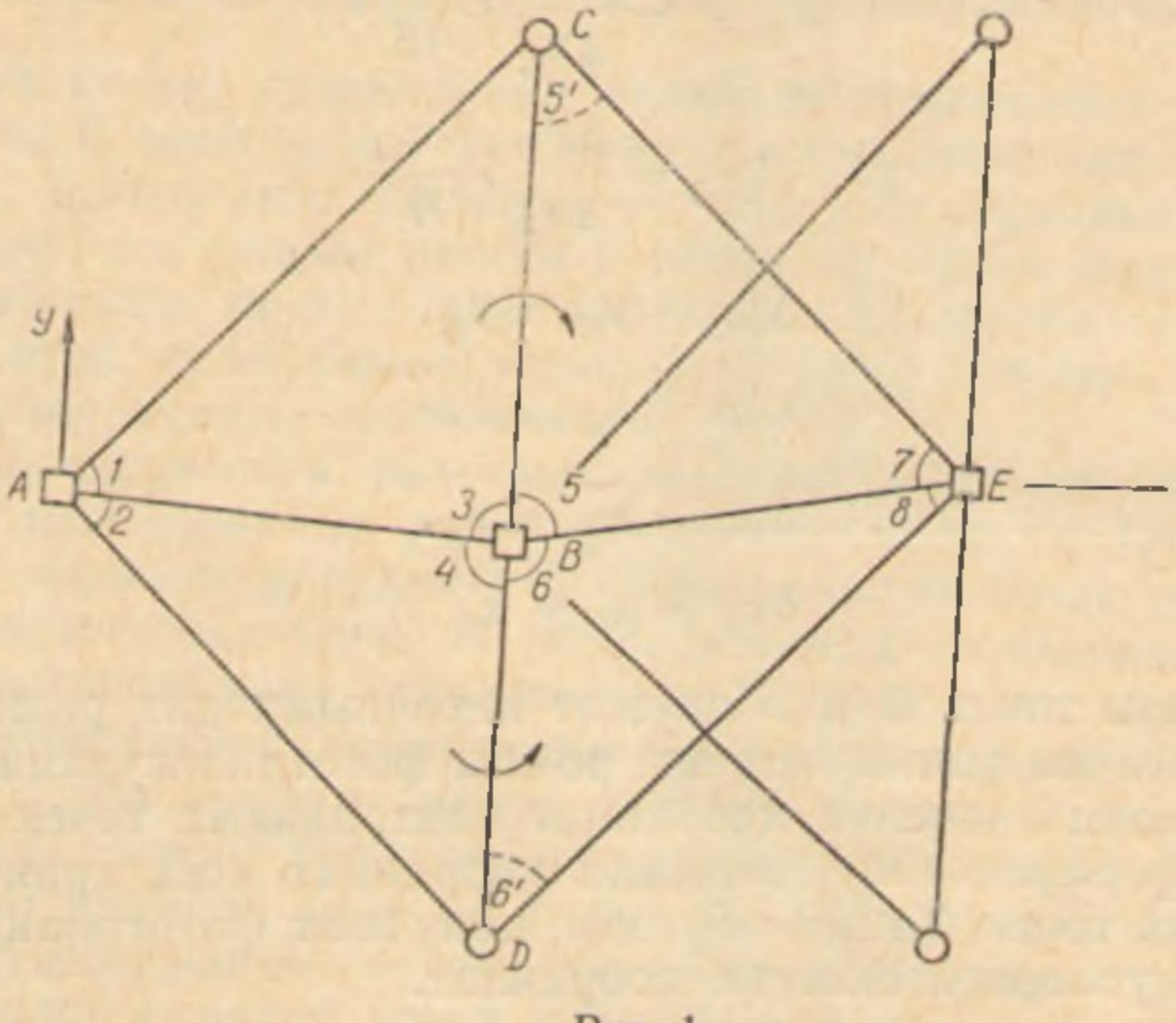


Рис. 1.

$(x''_E,\ y''_E)$ по нижней части ромба. Необходимые для вычислений значения углов 5′ и 6′ получают из выражений

$$5' = 180^\circ - (5+7),$$

$$6' = 180^\circ - (6+8).$$

Вычисления дополнительных углов 5′ и 6′, а также значений их котангенсов производятся на ЭВМ, одновременно с предварительными вычислениями.

За окончательные значения координат точки E принимают:

$$\bar{x}_E = \frac{1}{2}(x'_E + x''_E), \qquad (11)$$

$$\bar{y}_E = \frac{1}{2}(y'_E + y''_E). \qquad (12)$$

Окончательные значения координат точек C и D определяют по формулам:

$$\bar{x}_C = x_C + \delta x_C, \qquad (13)$$

$$\bar{y}_C = y_C + \delta y_C, \qquad (14)$$

а также

$$\bar{x}_D = x_D + \delta x_D, \qquad (15)$$

$$\bar{y}_D = y_D + \delta y_D. \qquad (16)$$

Здесь

$$\delta x_C = -\frac{\Delta y_C}{\Delta x_E} \cdot \frac{\delta x_E}{16}, \tag{17}$$

$$\delta y_C = -\frac{\Delta y_C}{\Delta x_E} \cdot \frac{\delta x_E}{4}, \tag{18}$$

а также

$$\delta x_D = -\frac{\Delta y_D}{\Delta x_E} \cdot \frac{\delta x_E}{16}, \tag{19}$$

$$\delta y_D = \frac{\Delta y_D}{\Delta x_E} \cdot \frac{\delta x_E}{4}, \tag{20}$$

где

$$\Delta y_C = y_C - y_B, \tag{21}$$

$$\Delta y_D = y_D - y_B, \tag{22}$$

$$\Delta x_E = \bar{x}_E - x_B, \tag{23}$$

$$\delta x_E = x'_E - x''_E. \tag{24}$$

Координаты точек B и E служат исходными для решения второго ромба. Аналогично вычисляют все ромбы фототриангуляционного ряда. Затем, используя значения координат центральных точек ромбов, вычисляют по формуле (10) значения координат всех трансформационных и опорных точек. Таким образом, получают фототриангуляционный ряд в единой условной системе координат.

Редуцирование в геодезическую систему

Фототриангуляционный ряд в геодезическую систему редуцируется по опорным точкам, путем конформного линейного преобразования координат по способу наименьших квадратов. Преобразование координат может быть исполнено как по трем, так и по четырем опорным точкам, причем на размещение опорных точек не накладываются никакие ограничения.

Процесс редуцирования ведут по формулам:

$$X = x_{\text{ц}} + \overline{\Delta x}, \tag{25}$$

$$Y = y_{\text{ц}} + \overline{\Delta y}, \tag{26}$$

где

$$\overline{\Delta x} = \Delta x' A + \Delta y' B, \tag{27}$$

$$\overline{\Delta y} = \Delta x' B - \Delta y' A, \tag{28}$$

причем

$$A = \frac{[\Delta x' \Delta x - \Delta y' \Delta y]}{[\Delta x' \Delta x' + \Delta y' \Delta y']}, \tag{29}$$

$$B = \frac{[\Delta x' \Delta y + \Delta y' \Delta x]}{[\Delta x' \Delta x' + \Delta y' \Delta y']}. \tag{30}$$

Здесь X, Y — значения координат, редуцированных в геодезическую систему;

$x_{\text{ц}}$, $y_{\text{ц}}$ — координаты центра тяжести в геодезической системе;

Δx, Δy — приращения координат по отношению к центру тяжести в геодезической системе;

$\Delta x'$, $\Delta y'$ — то же в фотограмметрической системе.

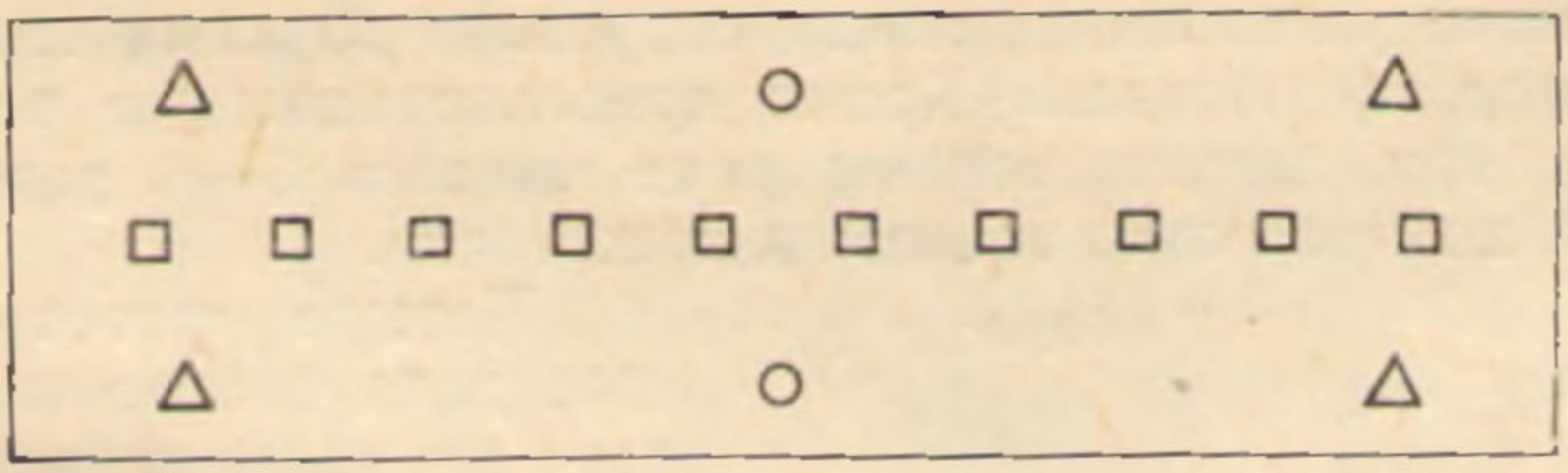
Полученные в процессе редуцирования координаты опорных точек сравнивают с их геодезическими значениями. Остаточные расхождения ЭВМ выдает на печать. По величинам остаточных расхождений можно судить о точности фототриангуляционного ряда, а также выявить ошибочные опорные точки.

Уравнивание и взаимная увязка фототриангуляционных рядов

Основной целью уравнивания является исключение закономерной части ошибок. С этой целью фототриангуляционные ряды после их редуцирования подвергают тщательному анализу, сравнивают между собой по общим идентичным точкам и выявляют ряды, имеющие закономерные искажения: прогиб или изменение масштаба — продольный сдвиг. Для этой цели также используют контрольные геодезические точки, например пункты геодезической опоры.

В случае отсутствия заметных закономерных расхождений в общих точках двух смежных рядов в средней их части путем определения средних значений координат 2—3 идентичных точек образуют фиктивную узловую точку (рис. 2). Если в одном из смежных рядов наблюдаются закономерные искажения в абсциссах или ординатах, значения соответствующей координаты при образовании узловой точки отбрасывают. Для крайних рядов участка съемки взамен фиктивных узловых точек должны быть определены геодезические опорные точки. Очевидно, что наличие опорной точки во всех случаях заменяет узловую точку. Аналогичным путем образуют фиктивную узловую точку взамен четвертой опорной точки в случае редуцирования ряда по трем точкам.

Значения координат узловых точек вводят в оперативную память ЭВМ, которая выполняет все дальнейшие вычисления.



○ – узловая точка △ – опорная точка

Рис. 2.

Для каждой из шести точек, включая опорные и узловые, составляют уравнения вида

$$v_X = C_1 + C_2X + C_3Y + C_4XY, \tag{31}$$

$$v_Y = C_1 + C_2X + C_3Y + C_4XY, \tag{32}$$

где v_X, v_Y — остаточные расхождения в значениях фотограмметрических и геодезических координат опорной точки после редуцирования или уклонения частных значений координат узловой точки данного ряда от значений координат той же точки, выведенных из двух смежных маршрутов;

X, Y — фотограмметрические координаты соответствующей точки.

Далее образуют и решают четыре системы уравнений четвертой степени отдельно для абсцисс и ординат четырех точек соответствен-

но левой и правой половины фототриангуляционного ряда. Используя полученные значения коэффициентов C_1, C_2, C_3, C_4 вычисляют по формулам (31) и (32) поправки в координаты всех точек фототриангуляционного ряда. За окончательные значения координат общих идентичных точек берут среднее арифметическое из двух смежных рядов.

Программой вычислений для ЭВМ также предусмотрена возможность выполнения уравнивания фототриангуляционного ряда по четырем опорным точкам без использования узловых.

Результаты экспериментальных работ

С целью проверки предложенного способа плоскостного фототриангулирования и правильности составленной программы были выполнены экспериментальные работы, включающие:

а) плоскостное фототриангулирование по макетному ромбическому ряду; б) плоскостное фототриангулирование по производственным аэроснимкам.

Макетный ряд рассчитан при значениях углов ромбов в 45 и 90° фактически безошибочно. Длина первого базиса принята 1000 *м*. При построении ромбического ряда, состоящего из десяти базисов, при помощи ЭВМ наибольшие отклонения фотограмметрических координат от расчетных составляют 0,001 *м*.

Для фототриангулирования по производственным аэроснимкам использованы негативы аэрофотосъемки масштаба 1 : 5000 с $f_k = 350$ *мм*, исполненной с применением гиростабилизации. Местность холмистая, частично залесенная; превышения в пределах аэроснимка достигают 30 *м*. Построено шесть фототриангуляционных рядов, протяженностью 10 базисов фотографирования каждый.

Редуцирование фототриангуляционных рядов произведено по опорным геодезическим точкам, расположенным в начале и в конце ряда. Таким образом, расстояние между опорными точками составляет 8—9 базисов фотографирования. Кроме использованных в редуцировании, в каждом фототриангуляционном ряде имеется 3—4 равномерно расположенных контрольных геодезических точки.

Таблица 1

Величины незамыканий ромбов

Величины незамыканий, *м*	Количество ромбов, в которых получены такие незамыкания	
	в абсциссах	в ординатах
От 0 до 0,5	25	54
От 0,5 до 1,0	18	—
От 1,0 до 1,6	11	—
Всего	54	54
Максимальное значение, *м*	1,56	0,10

Четыре фототриангуляционных ряда построены по измеренным на радиалтриангуляторе углам и два — по измеренным на прецизионном стереометре СМ-4 координатам точек.

В табл. 1 приведены величины незамыканий ромбов, полученные в процессе их решения (расхождения в значениях координат, вычисленных по верхней и нижней части ромба).

Оценка точности исполненной фототриангуляции по отдельным рядам после их редуцирования и после их уравнивания и взаимной увязки произведена по контрольным геодезическим точкам. Результаты контроля приведены в табл. 2.

Из данных табл. 2 следует, что точность фототриангуляции после уравнивания и взаимной увязки рядов повысилась в 1,7 раза. Вели-

чина средней квадратической ошибки определения положения точек, вычисленной по расхождениям фотограмметрических и геодезических значений координат на контрольных геодезических точках, по абсолютному значению составляет ±0,60 *м*, что в масштабе аэрофотосъемки соответствует 0,12 *мм*.

Таблица 2

Величины расхождения в фотограмметрических и геодезических координатах на контрольных точках

Величины расхождений, *м*	Количество точек, на которых получены такие расхождения					
	по отдельным фототриангуляционным рядам			после уравнивания и взаимной увязки рядов		
	Δ_x	Δ_y	$\Delta_{абс}$	Δ_x	Δ_y	$\Delta_{абс}$
От 0 до 0,5	11	15	2	7	11	4
От 0,5 до 1,0	6	5	15	5	1	8
От 1,0 до 1.5	3	1	1	—	—	—
От 1,5 до 2.0	1	—	2	—	—	—
От 2,0 до 2,5	—	—	1	—	—	—
Всего	21	21	21	12	12	12
Максимальное значение, *м*	1,9	1,1	2,2	0,9	0,6	1,0
Среднее квадратическое значение, *м*	±0,82	±0,57	±1,01	±0,49	±0,34	±0,60

Среднее значение расхождений на общих идентичных точках фототриангуляционных рядов до их уравнивания составляет по абсолютному значению 1,02 *м* при максимальном значении 2,1 *м*; после уравнивания и взаимной увязки соответственно 0,55 *м* при максимальном значении 1,4 *м*. Таким образом, уравнивание и взаимная увязка улучшила согласованность фототриангуляционных рядов почти в два раза. За окончательное значение координат общих идентичных точек принято среднее арифметическое из смежных рядов.

Анализируя результаты экспериментальных исследований видим, что несмотря на значительную протяженность рядов и коэффициент увеличения 2,5×, выполненная фототриангуляция по точности удовлетворяет требованиям съемки масштаба 1 : 2000.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о высокой точности аналитического способа плоскостной фототриангуляции.

Для выполнения измерений по аэроснимкам следует использовать радиалтриангулятор или стереокомпаратор. Вычисления можно выполнить на электронных вычислительных машинах с незначительной затратой времени. Программой вычислений (см. нашу статью «Программа аналитической плоскостной фототриангуляции для электронной вычислительной машины» в этом сборнике) предусмотрен ряд контролей, что позволяет выявить различного рода ошибки. Объем исходной информации для вычислений на ЭВМ небольшой.

Метод аналитической плоскостной фототриангуляции дает возможность строить сети со значительным коэффициентом увеличения по отношению к масштабу аэрофотосъемки. Требования к параметрам аэрофотосъемки не противоречат аналогичным требованиям, вытекаю-

ящим из технологии трансформирования аэроснимков и составления фотопланов.

Соответствующие расчеты показывают, что способ аналитической плоскостной фототриангуляции может дать в производстве значительный экономический эффект, а также ведет к повышению культуры и уровня автоматизации аэрофототопографического производства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кожевников Н. П., Крашенинников Г. Д., Каликов Н. П. Фотограмметрия. Геодезиздат, М., 1960.
2. Коншин М. Д. Об аналитическом способе пространственной фототриангуляции, разработанном в ЦНИИГАиК. «Геодезия и картография», № 3, 1965.
3. Лобанов А. Н. Фототриангуляция с применением электронной вычислительной машины. Геодезиздат, М., 1960.
4. Родионов С. И. Аналитический способ пространственного фототриангулирования с помощью электронных вычислительных цифровых машин. Труды НИИГАиК, т. XVII, вып. 2. Новосибирск, 1964.
5. Ackermann F. On the Adjustment of Rhomboids in Radial Triangulation. «Photogrammetria», Nr. 2, 1959—1960.

Работа поступила
1 сентября 1966 г.