

# ВИМІРЮВАЛЬНІ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ

УДК. 620.179

## ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ПРУЖНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕНЗОРЕЗИСТИВНИХ ВИМІРЮВАЧІВ ТИСКУ ЗА ДИНАМІЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

© Тихан Мирослав, 2011

Національний університет "Львівська політехніка", Львів, вул. С. Бандери, 12

*На підставі аналізу динаміки пружних елементів тензорезистивних вимірювачів тиску запропоновано методику розрахунку та оптимізації параметрів цих елементів з погляду мінімуму динамічної похибки під час вимірювання нестационарних процесів.*

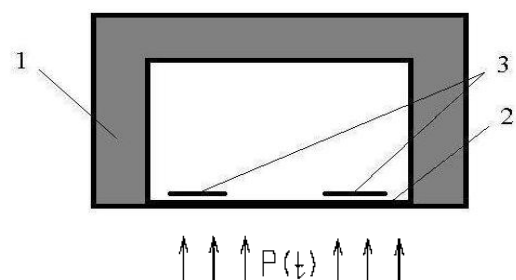
*На основе анализа динамики упругих элементов тензорезистивных датчиков давления предложена методика расчета и оптимизации параметров этих элементов с точки зрения минимума динамической погрешности при измерении нестационарных процессов.*

*On based of analysis of dynamics of pressure piezoresistive sensors elastic elements the method of calculation and optimization of parameters of these elements from the point of view minimum of dynamic errors minimum at measuring of nonstationary process has been proposed.*

**1. Вступ.** Під час вимірювання тиску (зазвичай нестационарного) у швидкодіючих системах автоматики актуальною проблемою є зменшення динамічної похибки вимірювача. Тому для тензорезистивних вимірювачів тиску слушним є намагання оптимізувати конструктивні параметри пружних елементів з погляду мінімуму динамічної похибки. І навіть більше, оптимізування конструктивних параметрів елементів вимірювача з погляду мінімуму динамічної похибки сприяє вирішенню проблеми уніфікації і стандартизації вимірювачів. При цьому маємо на увазі стандартизацію певних алгоритмів розрахунку і, як наслідок, – стандартизацію алгоритмів утворення дозволених типоміналів і уніфікацію конструктивних елементів. Крім того, ці розрахунки можуть стимулювати отримання таких іманентних характеристик вимірювачів, за допомогою яких можна встановити принципи порівняння метрологічних показників для різних умов експлуатації, а також здійснити розрахунки за надійністю, ресурсом роботи тощо для конкретної техніко-економічної задачі.

У сучасній практиці проектування тензорезистивних вимірювачів тиску усталилися певні тенденції щодо принципового вирішення конструкції приладу. Такі тенденції зумовлені переважно фізико-технологічними аспектами та особливостями конструкційних матеріалів, що використовуються. Отже, принципова

конструктивна схема тензометричного перетворювача тиску містить первинний сприймальний елемент-мембрану у вигляді круглої або квадратної тонкої пластини, що жорстко защемлена у масивному корпусі, а механо-електричні перетворювачі-тензорезистори розташовані на мембрані або на вторинному пружному елементі, що спряжений з мембраною (див. рисунок).



Структурна схема типового тензорезистивного вимірювача динамічного тиску: 1 – корпус; 2 – мембрана; 3 – тензорезистори

**2. Аналіз динамічної похибки вимірювача.** Оскільки динамічна похибка вимірювача залежить від характеру вимірюваної величини, то зрозуміло, що нестационарність останньої зумовить аналогічний характер похибки. У цьому випадку оцінювання динамічних властивостей вимірювача за динамічною

похибкою найдоцільніше давати за максимально можливим значенням останньої. Тобто це буде оцінка зверху.

Відомо, що динамічна похибка пружної коливної системи має подвійну природу, тобто похибка у перехідній фазі та похибка в усталеній фазі коливань. Зрозуміло, що в умовах вимірювання нестационарного тиску треба враховувати обидві причини. Також відомо, що максимально похибка перехідної фази проявляється під час вимірювання удару тиску [1, 2], а в усталеному режимі динамічна похибка залежить від співвідношення частоти власних коливань пружної системи і максимальної частоти вимірюваного процесу. З урахуванням цього оцінимо динамічну похибку вимірювача при максимально жорсткому впливі, тобто вимірювальний тиск являє собою послідовність ударів з амплітудою  $p_0$ , які слідуєть з частотою  $W$ .

Оскільки вихідний сигнал мембранного тензорезистивного вимірювача тиску у загальному випадку описується рівнянням згортки [3]

$$U(t) = \frac{k}{h_0} \cdot \int_0^t e^{-b(t-t')} p(t') \sin(h_0 \cdot (t - t')) dt', \quad (1)$$

то за вхідного сигналу у вигляді удару тиску вихідний сигнал вимірювача дорівнює

$$U(t) = k \cdot p_0 \cdot \left[ \frac{h_0 - e^{-b \cdot t} \cdot [h_0 \cdot \cos(h_0 \cdot t) + b \cdot \sin(h_0 \cdot t)]}{h_0^2 + b^2} \right], \quad (2)$$

де  $k$  – сталий коефіцієнт;  $h_0 = \sqrt{n_0^2 - b^2}$  – власна частота коливань із згасанням;  $b$  – коефіцієнт демпфування;  $\Phi_0(0) = I_0(m_0) - J_0(m_0)$  – власна функція відповідної межової задачі

Визначимо максимальну амплітуду вихідного сигналу в перехідному режимі. На підставі рівняння (2) момент часу, за якого амплітуда вихідного сигналу у перехідному режимі є максимальною, становить

$$t = \frac{p}{h_0}$$

а саме ж максимальне значення сигналу буде

$$U_{\max} = k \cdot p_0 \cdot \left[ \frac{1 + e^{-b \cdot \frac{p}{h_0}}}{h_0^2 + b^2} \right].$$

Оскільки за статичного вхідного сигналу  $p_0$  вихідний сигнал дорівнюватиме

$$U_{cm} = k \cdot p_0 \cdot \left[ \frac{1}{h_0^2 + b^2} \right],$$

то відносна максимальна динамічна похибка перехідного режиму становитиме

$$d_n = \frac{(U_{\max} - U_{cm})}{U_{cm}} = e^{-b \cdot \frac{p}{h_0}}.$$

Особливо цікавим фактом, який впливає з отриманої залежності, є те, що у перехідному режимі відносна максимальна динамічна похибка тим більша, чим більша власна частота вимірювача, але тим менша, чим більший коефіцієнт демпфування коливань.

Тому в коливаннях пружних елементів суттєвим є співвідношення коефіцієнта згасання коливань і власної частоти елемента.

Тобто, з одного боку, зростання співвідношення  $\frac{b}{h_0}$  веде до зменшення максимальної амплітуди динамічної похибки, а з іншого – призводитиме до “передемпфованості” пружної системи, а отже, до збільшення параметра  $t = \frac{p}{h_0}$  і, відтак, зростання фазової затримки. Отже, саме амплітудна складова зменшується, а фазова складова збільшується.

Для реальних пружних систем вимірювачів тиску  $b = (0,4 \dots 0,6)h_0$ . Тому максимальна динамічна похибка в перехідному режимі може становити  $d_n = e^{-p(0,3 \dots 0,5)} = 0,2 \dots 0,39$ . Тобто 20...40 %, і навіть за допомогою додаткових заходів для збільшення тільки коефіцієнта демпфування коливань  $d_n$  вдається зменшити ще лише на кілька відсотків. Практично така похибка унеможливує вимірювання у відповідальних системах.

Отримані результати мають велике значення, оскільки показують, що під час вимірювання нестационарного тиску зменшення динамічної похибки через підвищення власної частоти пружної системи принципово не змінює ситуації. Ця похибка має неусувний, іманентний характер. Крім цього, збільшення власної частоти коливань призводить до зростання жорсткості пружної системи, а це пряма втрата чутливості і, отже, відчутне обмеження у можливості застосування вимірювача.

У разі періодичного вхідного сигналу з частотою відомо [3], що максимальна відносна динамічна похибка вимірювача в усталеному режимі становитиме

$$d_y = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{w^2}{h_0^2 - b^2}\right)^2 + \frac{4b^2 w^2}{(h_0^2 - b^2)^2}}} - 1.$$

Отже, загальна максимальна відносна динамічна похибка вимірювача буде

$$d_{max} = d_n + d_y = e^{-\frac{b \cdot p}{h_0}} + \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{w^2}{h_0^2 - b^2}\right)^2 + \frac{4b^2 w^2}{(h_0^2 - b^2)^2}}} - 1.$$

Зважаючи, що частота власних коливань вимірювача без згасання становить  $n_0^2 = h_0^2 - b^2$ , а  $h_0 > b$ , і  $h_0 > w$ , тому без втрати коректності можемо записати у простішій формі

$$d_{max} = e^{-\frac{b \cdot p}{n_0}} + \frac{n_0^2}{n_0^2 - w^2} - 1. \quad (3)$$

Оскільки для усталеного і перехідного режимів ми маємо протилежні висновки щодо необхідності підвищення власної частоти вимірювача, то очевидно, що доцільно вибирати такі параметри вимірювача, які б забезпечували мінімум загальної динамічної похибки.

Тому диференціюємо (3) за власною частотою, і маємо

$$\frac{\partial d_{max}}{\partial n_0} = e^{-\frac{b \cdot p}{n_0}} \cdot \frac{p}{n_0^2} - \frac{2n_0 w^2}{(n_0^2 - w^2)^2}.$$

Прирівнюючи отриману похідну до нуля, відшукуємо мінімум функції. Отже,  $\frac{\partial d_{max}}{\partial n_0} = 0$ , тому

$$e^{-\frac{b \cdot p}{n_0}} \cdot \frac{p}{n_0^2} = \frac{2n_0 w^2}{(n_0^2 - w^2)^2}. \quad (4)$$

З цього рівняння маємо

$$w = \sqrt{\frac{n_0^2 b p + n_0^3 e^{-\frac{b \cdot p}{n_0}}}{b p}} - \sqrt{n_0^4 + 2n_0^5 \frac{e^{-\frac{b \cdot p}{n_0}}}{b p} + n_0^6 \frac{e^{-\frac{2b \cdot p}{n_0}}}{(b p)^2}} - n_0^2. \quad (5)$$

Зазвичай у практиці вимірювань бувають такі випадки:

– істотно нестационарний (поєднання як ударних, так і полігармонічних із квазістатичними ділянками), тобто смугу умовних частот можна обмежити діапазоном  $(0,7-0,8)n_0$ , або ще меншим, зважаючи на міцнісні властивості мембрани. А з (4) можна одер-

жати оптимальну власну частоту вимірювача, і з неї вибирати, чи розраховувати оптимальні параметри вимірювальних перетворювачів.

Якщо для інших видів нестационарності тиску (періодичні чи аперіодичні удари, полігармонічний сигнал тощо) можна вказати чи задати якусь граничну частоту процесу, то також з (5) отримати оптимальну власну частоту вимірювача, а з неї вибирати чи розраховувати оптимальні параметри вимірювальних перетворювачів.

Якщо ж цього зробити не вдається, то з міцнісних міркувань і потреб чутливості розраховують власну частоту вимірювача, потім з (5) отримують граничну частоту процесу, за якої динамічна похибка буде мінімальною. Цей параметр важливо декларувати в паспортних характеристиках приладу.

Одержані залежності, окрім сказаного, дають змогу вести раціональну технологічну політику, а також слугувати вихідними залежностями для раціональнішої уніфікації та стандартизації приладів.

Так чи інакше, під час виготовлення вимірювача реальні параметри його вимірювальних перетворювачів відхиляються від номінальних. Тому і всі характеристики і, надалі, сам вихідний сигнал теж мають відхилення. Таке відхилення вихідного сигналу залежно від варіації параметрів вимірювальних перетворювачів назовемо інструментальною похибкою.

### 3. Оптимальні параметри пружних елементів.

Оскільки вихідний сигнал вимірювача однозначно визначається через його імпульсну перехідну функцію, то оптимальність параметрів вимірювальних перетворювачів та відхилень таких параметрів доцільно оцінювати саме через відхилення цієї функції від номінальної.

Нехай маємо імпульсну перехідну функцію вимірювача  $g(t-t, y_1, y_2, y_3 \dots y_N)$ , де  $y_j$  – параметри перетворювачів, від яких залежить ця функція. Приймаємо, що відхилення цих параметрів  $\Delta y_j$  є малими і при розкладанні  $g(t-t, y_1, y_2, y_3 \dots y_N)$  в ряд Тейлора коректно обмежитись лінійними відносно  $\Delta y_j$  членами. Отже, маємо

$$g(t-t, y_1, y_2, y_3 \dots y_N) = g_0(t-t, y_{10}, y_{20}, y_{30} \dots y_{N0}) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial g(t-t, y_1, y_2, y_3 \dots y_N)}{\partial y_j} \Big|_{\substack{y_1=y_{10} \\ \dots \\ y_N=y_{N0}}} \times \Delta y_j \quad (6)$$

де  $g_0(t-t, Y_{10}, Y_{20}, Y_{30}, \dots, Y_{N0})$  – імпульсна перехідна функція за номінальних значень параметрів;  $Y_{j0}$  – номінальне значення  $j$ -го параметра.

Отже, якщо б вдалося так чи інакше досягнути ситуації, за якої

$$\sum_{j=1}^N \frac{\partial g(t-t, Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N)}{\partial Y_j} \Big|_{\substack{Y_1=Y_{10} \\ \dots \\ Y_N=Y_{N0}}} \times \Delta Y_j \rightarrow 0, \quad (7)$$

то вважатимемо параметри та їхні відхилення оптимальними.

Зауважимо, що, знаючи, як змінюється імпульсна перехідна функція вимірювача при варіації тих чи інших параметрів, можна розрахувати, як змінюються інші динамічні характеристики.

Справді, наприклад, для імпульсної перехідної функції отримуюмо

$$\begin{aligned} \Phi(s, Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N) &= \int_0^\infty g(t-t, Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N) e^{-(t-t)s} dt = \\ &= \int_0^\infty \left[ g_0(t-t, Y_{10}, Y_{20}, Y_{30}, \dots, Y_{N0}) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial g(t-t, Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_N)}{\partial Y_j} \Big|_{\substack{Y_1=Y_{10} \\ \dots \\ Y_N=Y_{N0}}} \right. \\ &\quad \left. \times \Delta Y_j \right] e^{-(t-t)s} dt. \end{aligned} \quad (8)$$

З (1) імпульсна перехідна функція вимірювача мембранного типу

$$g(t-t) = k \cdot e^{-b(t-t)} \cdot \sin(h_0 \cdot (t-t)).$$

Ця функція пов'язана з власною частотою  $h_0$  та найсильніше залежить від таких параметрів, як  $h$  і  $R$  – товщина мембрани і її радіус, котрі можуть зазнавати варіації відносно своїх номінальних значень. Тобто

$$h = h_0 \pm \Delta h; \quad R = R_0 \pm \Delta R.$$

Решту параметрів вважатимемо незмінними. Тому, зважаючи на (8), маємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left( \frac{e^{-b(t-t)} \cdot \sin(h_0 \cdot (t-t))}{h_0} \right)}{\partial R} \Big|_{R=R_0} \times \\ \Delta R + \frac{\partial \left( \frac{e^{-b(t-t)} \cdot \sin(h_0 \cdot (t-t))}{h_0} \right)}{\partial h} \Big|_{h=h_0} \times \Delta h = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Оскільки цей вираз фактично являє собою відносну похибку імпульсної перехідної функції, то прийнявши, що  $\sin(h_0(t-t)) = 1$ , матимемо максимальне її значення. Отже

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left( \frac{e^{-b(t-t)}}{h_0} \right)}{\partial R} \Big|_{R=R_0} \times \Delta R + \frac{\partial \left( \frac{e^{-b(t-t)}}{h_0} \right)}{\partial h} \Big|_{h=h_0} \times \Delta h = \\ = e^{-b(t-t)} \Big|_{\substack{R=R_0 \\ h=h_0}} \times \left[ \frac{\partial \left( \frac{1}{h_0} \right)}{\partial R} \Delta R + \frac{\partial \left( \frac{1}{h_0} \right)}{\partial h} \Delta h \right] = 0 \end{aligned}$$

Очевидно, що це рівняння виконуватиметься у будь-який момент часу, якщо

$$\left[ \frac{\partial \left( \frac{1}{h_0} \right)}{\partial R} \Delta R + \frac{\partial \left( \frac{1}{h_0} \right)}{\partial h} \Delta h \right] = 0 \quad (10)$$

**4. Висновок.** Отриманий вираз дає змогу підібрати такі значення параметрів та призначити допустимі їхня відхилення від номінальних, які забезпечуть мінімальну похибку імпульсної перехідної функції, а отже, і мінімальну інструментальну похибку вимірювача загалом. Такі параметри вважатимемо оптимальними.

Запропонована методика дає можливість оптимізувати й інші параметри вимірювачів, якщо вважається, що вони суттєво впливатимуть на похибку вимірювального перетворення. Отже, це є підставою для ведення обґрунтованої технологічної та конструкторської політики.

1. Тухан М. До питання динаміки давачів тиску // Вісник Нац. ун-ту "Львівська політехніка" Автоматизація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – № 39. – 2005. – С.104–109. 2. Tykhan M. The piezoresistive sensors for impact pressure // 44<sup>th</sup> International Scientific Colloquium. Ilmenau. – 1999. – P. 37–40. 3. Тухан М.А. Тензометрические датчики переменного давления для систем автоматики с нестационарными термовлияниями: автореф. диссер. на соискание уч. Степ. канд. техн. наук. – Пенза, 1995, – 18 с.