

## РОЗРАХУНОК ТОЧНОСТІ ГЕОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ НА ГЕОДИНАМІЧНИХ ПОЛІГОНАХ

Проаналізовано можливість виявлення геометричним нівелюванням вертикальних рухів певної швидкості залежно від довжини ходів, класу нівелювання та частоти спостережень. Встановлено тривалість циклу спостереження залежно від згаданих факторів.

**Ключові слова:** геометричне нівелювання; програма робіт; геодинамічний полігон.

### Вступ

Для вивчення стану земної поверхні та споруд необхідно виконувати комплексні спостереження за рухом їх елементів, які передбачають геодезичні, геологічні, гідрогеологічні, геофізичні тощо вимірювання деяких параметрів явищ, що спричиняють деформаційні процеси [Золотарєв, 1983]. Такі спостереження виконують на геодинамічних полігонах (ГДП), проектування і створення яких є важливим завданням на територіях з можливим проявом небезпечних інженерно-геологічних процесів. Невід'ємною складовою частиною таких комплексних досліджень є геодезичний моніторинг, адже результати геодезичних вимірювань та їх різниць фіксують вплив різноманітних факторів і містять вихідну кількісну інформацію про закономірності деформацій споруд [Кулешов, Гуляев, 1976].

Під час проведення геодезичного моніторингу значна увага повинна приділятися спостереженням за вертикальними рухами земної поверхні та споруд. Сьогодні найдосконалішим кількісним методом вивчення вертикальних рухів є високоточне геометричне нівелювання [Островський, Черняга, 2001; Черняга, 1998а]. Однак, враховуючи, що на території України вертикальні рухи переважно (за винятком регіонів з підземними виробками) є в межах 1–5 мм/рік, визначати їх на основі повторних вимірювань за невеликий проміжок часу можливо лише за умови, що вимірювання будуть проводитися з найвищою точністю [Клим та ін., 2000; Черняга, 1998а]. Оскільки вимірювання виконуються не миттєво, а за деякий проміжок часу, то виникає також питання можливої тривалості окремого циклу вимірювань та їх зсуву в часі для мінімізації впливу на точність визначення швидкостей вертикальних рухів.

### Аналіз попередніх досліджень

Для побудови техногенних полігонів необхідно використовувати найновіші та найточніші засоби і методи створення геодезичних мереж. У праці [Островський, Черняга, 2001] виконано теоретичний розрахунок точності таких видів нівелювання: нівелювання II класу (максимальна довжина плеча  $S_{max}=75$  м), нівелювання I класу ( $S_{max}=50$  м), нівелювання I класу коротким променем ( $S_{max}=25$  м), прецизійне нівелювання ( $S_{max}=50$  м), прецизійне нівелювання коротким променем ( $S_{max}=25$  м). Прецизійним названо

нівелювання, яке виконується за програмою I класу з використанням сучасних найточніших нівелірів та кодових і суперінварних рейок. В роботі отримано такі формули очікуваних граничної середньої квадратичної похибки перевищення  $\delta_h$  та різниці перевищень  $\delta_{\Delta h}$  для висячого ходу з  $n$  станцій:

$$\delta_h^2 = \eta_h^2 \cdot n + \sigma_h^2 \cdot n^2; \quad (1)$$

$$\delta_{\Delta h}^2 = \eta_{\Delta h}^2 \cdot n + \sigma_{\Delta h}^2 \cdot n^2, \quad (2)$$

де  $\eta_h$ ,  $\sigma_h$  – відповідно випадкова та систематична граничні похибки перевищення на станції, що враховують 10 випадкових та 5 систематичних джерел похибок [Ганьшин и др., 1991; Клим та ін., 2000; Островський, Черняга, 2001; Ostrovsky et al., 1997];  $\eta_{\Delta h}$ ,  $\sigma_{\Delta h}$  – відповідно випадкова та систематична граничні похибки різниці перевищень у сусідніх циклах.

Величини похибок  $\eta_h$ ,  $\sigma_h$ ,  $\eta_{\Delta h}$ ,  $\sigma_{\Delta h}$  використовуватимемо в наших подальших обчисленнях, тому наведемо їх значення в табл. 1 та 2.

За наведеними формулами в роботі [Островський, Черняга, 2001] обчислено граничні похибки визначення перевищень  $\delta_h$  та різниці перевищень  $\delta_{\Delta h}$  з поодиноких висячих ходів завдовжки  $L=1000$  м, 500 м, 300 м та 200 м та представлено ймовірності визначення вертикальних рухів.

Таблиця 1

Граничні випадкова  $\eta_h$  та систематична  $\sigma_h$   
похибки перевищень на станції  
[Островський, Черняга, 2001]

№	Види та класи нівелювання	Граничні похибки перевищень	
		Випадкова $\eta_h$ , мм	Систематична $\sigma_h$ , мм
1	Прецизійне нівелювання коротким променем	0.063	0.006
2	Прецизійне нівелювання	0.107	0.008
3	Нівелювання I класу коротким променем	0.092	0.006
4	Нівелювання I класу	0.237	0.008
5	Нівелювання II класу	0.631	0.016

Таблиця 2

Граничні випадкова  $\eta_{\Delta h}$  та систематична  $\sigma_{\Delta h}$  похибки різниці перевищень на станції [Островський, Черняга, 2001]

№	Види та класи нівелювання	Граничні похибки різниці перевищень	
		Випадкова $\eta_{\Delta h}$ , мм	Систематична $\sigma_{\Delta h}$ , мм
1	Прецизійне нівелювання коротким променем	0.089	0.003
2	Прецизійне нівелювання	0.147	0.004
3	Нівелювання I класу коротким променем	0.129	0.003
4	Нівелювання I класу	0.338	0.004
5	Нівелювання II класу	0.848	0.008

### Постановка завдання

У цій роботі проаналізовано можливості визначення вертикальних рухів залежно від методики геометричного нівелювання, довжин ходів та частоти спостережень. Встановлено, як впливає на точність визначення швидкостей вертикальних рухів тривалість окремого циклу спостереження та подано рекомендації щодо його можливої тривалості. Обчислення виконано для поодиноких висячих ходів та окремих нівелірних ходів, які опираються на тверді пункти.

### Виклад основного матеріалу

Використаємо формули (1) та (2) для підрахунку очікуваних граничних похибок визначення перевищення  $\delta_h$  та різниці перевищень  $\delta_{\Delta h}$ . Обчислимо для поодиноких висячих ходів довжиною  $L=2000$  м, 1000 м, 500 м, 300 м, 200 м, 150 м, 100 м та 50 м (табл. 3).

Таблиця 3

Граничні похибки визначення перевищення  $\delta_h$  та різниці перевищень  $\delta_{\Delta h}$  висячим ходом з  $n$  станцій

L, м	Параметри	Види та класи нівелювання				
		Прецизійне нівелювання коротким променем	Прецизійне нівелювання	Нівелювання I класу коротким променем	Нівелювання I класу	Нівелювання II класу
2000	$n$	40	20	40	20	14
	$\delta_h$	0.465	0.505	0.629	1.072	2.372
	$\delta_{\Delta h}$	0.576	0.662	0.825	1.514	3.175
1000	$n$	20	10	20	10	7
	$\delta_h$	0.306	0.348	0.429	1.070	2.244
	$\delta_{\Delta h}$	0.403	0.467	0.580	0.531	1.264
500	$n$	10	5	10	5	4
	$\delta_h$	0.208	0.243	0.297	0.531	1.264
	$\delta_{\Delta h}$	0.283	0.329	0.409	0.756	1.696
300	$n$	6	3	6	3	2
	$\delta_h$	0.158	0.187	0.228	0.411	0.893
	$\delta_{\Delta h}$	0.219	0.255	0.316	0.586	1.199
200	$n$	4	2	4	2	2
	$\delta_h$	0.128	0.152	0.186	0.336	0.893
	$\delta_{\Delta h}$	0.178	0.208	0.258	0.478	1.199
150	$n$	3	2	3	2	1
	$\delta_h$	0.111	0.152	0.160	0.336	0.631
	$\delta_{\Delta h}$	0.154	0.208	0.224	0.478	0.848
100	$n$	2	1	2	1	1
	$\delta_h$	0.090	0.107	0.131	0.237	0.631
	$\delta_{\Delta h}$	0.126	0.147	0.183	0.338	0.848
50	$n$	1	1	1	1	1
	$\delta_h$	0.063	0.107	0.092	0.237	0.631
	$\delta_{\Delta h}$	0.089	0.147	0.129	0.338	0.848

Як бачимо з результатів, наведених у табл. 3, визначення різниці перевищень у сусідніх циклах з точністю 0.1–0.2 мм можливо лише на невеликих відстанях (до 200 м) ходами прецизійного нівелювання коротким променем, прецизійного нівелювання та нівелювання I класу коротким променем. Для встановлення ймовірності визначення вертикальних рухів залежно від їх швидкості, довжин ходів та частоти спостережень використаємо таку формулу [Островський та ін., 1996; Черняга, 1998а; Черняга, 1998б]:

$$\left(\frac{m_v}{v}\right)^2 = \left(\frac{m_{\Delta S}}{\Delta S}\right)^2 + \left(\frac{m_{\Delta t}}{\Delta t}\right)^2 \quad (3)$$

де  $m_v$ ,  $m_{\Delta S}$  та  $m_{\Delta t}$  – похибки визначення швидкості, вимірювань та тривалості вимірювань відповідно;  $v$ ,  $\Delta S$  та  $\Delta t$  – швидкість вертикальних рухів, величина зміщень та відрізок часу між повторними вимірами відповідно.

За формулою (3) можливо розв'язувати як прямі, так і обернені задачі для проектування точності побудови мереж [Островський та ін., 1996; Черняга, 1998а]. Знаючи  $m_{\Delta S}$  та  $m_{\Delta t}$ , можна визначити похибки визначення швидкості (пряма задача) і навпаки, задаючись похибками  $m_v$ , знайти потрібну точність визначення зміщень та періодичність спостережень. Останнє дуже корисно, коли приблизно відомі швидкості вертикальних рухів (наприклад, з двох циклів нівелювання).

Як видно з формули (3), якщо б на визначення швидкості не впливали похибки  $m_{\Delta S}$  та  $m_{\Delta t}$ , то ймовірність її безпомилкового визначення дорівнювала б одиниці [Черняга, 1998б]. Припустивши, що відносна похибка визначення зміщень  $\frac{m_{\Delta S}}{\Delta S} = \frac{1}{10}$ , отримуємо ймовірність визначення швидкості 0.9. З подібних міркувань обчислимо ймовірність визначення за допомогою поодиноких висячих ходів згаданої вище довжини вертикальних рухів при їх швидкості  $v=0.5$  мм/рік, 1 мм/рік, 1.5 мм/рік, 2 мм/рік, 3 мм/рік та 5 мм/рік та частоті спостережень 1, 2, 3 та 4 рази на рік. Результати обчислень наведено у табл. 4.

Вважаючи задовільною ймовірність визначення вертикальних рухів на рівні принаймні 0.7, встановимо допустимі довжини ходів залежно від виду нівелювання та швидкості вертикальних рухів при частоті спостережень 1 раз на рік. Отже, прецизійним нівелюванням коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 0.5 мм/рік ходами до 150 м, 1 мм/рік – практично до 500 м, 1.5 мм/рік – до 1200 м, 2 мм/рік – до 2000 м. Прецизійне нівелювання придатне для визначення вертикальних рухів зі швидкістю 0.5 мм/рік на відстанях лише до 100 м, 1 мм/рік – до 400 м, 1.5 мм/рік – близько 1000 м, 2 мм/рік – до 1600 м. Ходами нівелювання I класу коротким променем можливо визначати верти-

кальні рухи зі швидкістю 0.5 мм/рік на відстанях до 50 м (одна станція нівелювання), 1 мм/рік – до 250 м, 1.5 мм/рік – до 600 м, 2 мм/рік – до 1000 м. Вертикальні рухи понад 3 мм/рік доволі надійно визначаються вказаними видами нівелювання на відстанях до 3000 м, лише для нівелювання I класу коротким променем не варто перевищувати довжини ходів 2500 м. Нівелювання I класу придатне для визначення вертикальних рухів зі швидкістю 1.5 мм/рік на відстанях до 100 м (одна станція нівелювання), 2 мм/рік – до 300 м, 3 мм/рік – до 700 м та 5 мм/рік – до 2000 м. Нівелювання II класу придатне лише для визначення вертикальних рухів зі швидкістю 3 мм/рік на відстанях до 150 м (одна станція нівелювання) та 5 мм/рік – до 450 м (три станції нівелювання).

Враховуючи задовільну ймовірність визначення вертикальних рухів на рівні принаймні 0.7, встановимо доцільність виконання декількох циклів спостережень на рік, залежно від виду нівелювання, довжини ходів та швидкості вертикальних рухів.

Отже, при двох циклах спостережень на рік, ходами прецизійного нівелювання коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік на відстанях до 150 м, 1.5 мм/рік – до 300 м, 2 мм/рік – до 500 м, 3 мм/рік – до 1200 м та 5 мм/рік – до 3000 м. Прецизійним нівелюванням з частотою спостережень два рази/рік можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік ходами до 100 м (одна станція нівелювання), 1.5 мм/рік – до 200 м, 2 мм/рік – до 400 м, 3 мм/рік – практично до 1000 м та 5 мм/рік – до 2500 м. Нівелюванням I класу коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік ходами до 50 м (одна станція нівелювання), 1.5 мм/рік – до 150 м, 2 мм/рік – до 250 м, 3 мм/рік – до 600 м та 5 мм/рік – до 1650 м. Нівелювання I класу придатне лише для визначення вертикальних рухів зі швидкістю 3 мм/рік ходами до 100 м (одна станція нівелювання) та 5 мм/рік – до 500 м. У інших випадках не доцільно виконувати два цикли спостережень на рік.

При трьох циклах на рік прецизійним нівелюванням коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік ходами до 50 м (одна станція нівелювання), 1.5 мм/рік – до 150 м, 2 мм/рік – до 250 м, 3 мм/рік – до 550 м, 5 мм/рік – до 1500 м. Прецизійне нівелювання придатне для спостережень з частотою 3 рази/рік за вертикальними рухами зі швидкістю 1.5 мм/рік на відстанях до 100 м (одна станція нівелювання), 2 мм/рік – до 200 м, 3 мм/рік – до 400 м та 5 мм/рік – до 1100 м. Нівелювання I класу коротким променем придатне для спостережень за вертикальними рухами зі швидкістю 1.5 мм/рік на відстанях до 50 м (одна станція нівелювання), 2 мм/рік – до 100 м, 3 мм/рік – до 250 м та 5 мм/рік – до 750 м.

Таблиця 4

Значення ймовірностей визначення вертикальних рухів залежно від їх швидкості, довжин ходів та частоти спостережень поодинокими висячими нівелірними ходами

L, м	v, мм/рік	Види та класи нівелювання																			
		Прецизійне нівелювання коротким променем				Прецизійне нівелювання				Нівелювання I класу коротким променем				Нівелювання I класу				Нівелювання II класу			
		Частота спостережень, разів/рік																			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
2000	0.5																				
	1.0	0.42				0.34				0.18											
	1.5	0.62	0.23			0.56	0.12			0.45											
	2.0	0.71	0.42	0.14		0.67	0.34			0.59	0.18			0.24							
	3.0	0.81	0.62	0.42	0.23	0.78	0.56	0.34	0.12	0.73	0.45	0.18		0.50							
	5.0	0.88	0.77	0.65	0.54	0.87	0.74	0.60	0.47	0.84	0.67	0.51	0.34	0.70	0.39			0.37			
1000	0.5	0.19																			
	1.0	0.60	0.19			0.53				0.42											
	1.5	0.73	0.46	0.19		0.69	0.38			0.61	0.23			0.29							
	2.0	0.80	0.60	0.40	0.19	0.77	0.53	0.30		0.71	0.42	0.13		0.47							
	3.0	0.87	0.73	0.60	0.46	0.84	0.69	0.53	0.38	0.81	0.61	0.42	0.23	0.64	0.29			0.25			
	5.0	0.92	0.84	0.76	0.68	0.91	0.81	0.72	0.63	0.88	0.77	0.65	0.54	0.79	0.57	0.36	0.14	0.55	0.10		
500	0.5	0.43				0.34				0.18											
	1.0	0.72	0.43	0.15		0.67	0.34			0.59	0.18			0.24							
	1.5	0.81	0.62	0.43	0.25	0.78	0.56	0.34	0.12	0.73	0.45	0.18		0.50							
	2.0	0.86	0.72	0.58	0.43	0.84	0.67	0.51	0.34	0.80	0.59	0.39	0.18	0.62	0.24			0.15			
	3.0	0.91	0.81	0.72	0.62	0.89	0.78	0.67	0.56	0.86	0.73	0.59	0.45	0.75	0.50	0.24		0.43			
	5.0	0.94	0.89	0.83	0.77	0.93	0.87	0.80	0.74	0.92	0.84	0.75	0.67	0.85	0.70	0.55	0.40	0.66	0.32		
300	0.5	0.56	0.13			0.49				0.37											
	1.0	0.78	0.56	0.34	0.13	0.75	0.49	0.24		0.68	0.37			0.41							
	1.5	0.85	0.71	0.56	0.42	0.83	0.66	0.49	0.32	0.79	0.58	0.37	0.16	0.61	0.22			0.20			
	2.0	0.89	0.78	0.67	0.56	0.87	0.75	0.62	0.49	0.84	0.68	0.53	0.37	0.71	0.41	0.12		0.40			
	3.0	0.93	0.85	0.78	0.71	0.92	0.83	0.75	0.66	0.89	0.79	0.68	0.58	0.80	0.61	0.41	0.22	0.60	0.20		
	5.0	0.96	0.91	0.87	0.83	0.95	0.90	0.85	0.80	0.94	0.87	0.81	0.75	0.88	0.77	0.65	0.53	0.76	0.52	0.28	
200	0.5	0.64	0.29			0.58	0.17			0.48											
	1.0	0.82	0.64	0.46	0.29	0.79	0.58	0.38	0.17	0.74	0.48	0.23		0.52							
	1.5	0.88	0.76	0.64	0.52	0.86	0.72	0.58	0.45	0.83	0.66	0.48	0.31	0.68	0.36			0.20			
	2.0	0.91	0.82	0.73	0.64	0.90	0.79	0.69	0.58	0.87	0.74	0.61	0.48	0.76	0.52	0.28		0.40			
	3.0	0.94	0.88	0.82	0.76	0.93	0.86	0.79	0.72	0.91	0.83	0.74	0.66	0.84	0.68	0.52	0.36	0.60	0.20		
	5.0	0.96	0.93	0.89	0.86	0.96	0.92	0.88	0.83	0.95	0.90	0.85	0.79	0.90	0.81	0.71	0.62	0.76	0.52	0.28	
150	0.5	0.69	0.38			0.58	0.17			0.55	0.11										
	1.0	0.85	0.69	0.54	0.38	0.79	0.58	0.38	0.17	0.78	0.55	0.33	0.11	0.52				0.15			
	1.5	0.90	0.79	0.69	0.59	0.86	0.72	0.58	0.45	0.85	0.70	0.55	0.40	0.68	0.36			0.43			
	2.0	0.92	0.85	0.77	0.69	0.90	0.79	0.69	0.58	0.89	0.78	0.66	0.55	0.76	0.52	0.28		0.58	0.15		
	3.0	0.95	0.90	0.85	0.79	0.93	0.86	0.79	0.72	0.93	0.85	0.78	0.70	0.84	0.68	0.52	0.36	0.72	0.43	0.15	
	5.0	0.97	0.94	0.91	0.88	0.96	0.92	0.88	0.83	0.96	0.91	0.87	0.82	0.90	0.81	0.71	0.62	0.83	0.66	0.49	0.32
100	0.5	0.75	0.50	0.24		0.71	0.41	0.12		0.63	0.27			0.32							
	1.0	0.87	0.75	0.62	0.50	0.85	0.71	0.56	0.41	0.82	0.63	0.45	0.27	0.66	0.32			0.15			
	1.5	0.92	0.83	0.75	0.66	0.90	0.80	0.71	0.61	0.88	0.76	0.63	0.51	0.77	0.55	0.32	0.10	0.43			
	2.0	0.94	0.87	0.81	0.75	0.93	0.85	0.78	0.71	0.91	0.82	0.73	0.63	0.83	0.66	0.49	0.32	0.58	0.15		
	3.0	0.96	0.92	0.87	0.83	0.95	0.90	0.85	0.80	0.94	0.88	0.82	0.76	0.89	0.77	0.66	0.55	0.72	0.43	0.15	
	5.0	0.97	0.95	0.92	0.90	0.97	0.94	0.91	0.88	0.96	0.93	0.89	0.85	0.93	0.86	0.80	0.73	0.83	0.66	0.49	0.32
50	0.5	0.82	0.64	0.47	0.29	0.71	0.41	0.12		0.74	0.48	0.23		0.32							
	1.0	0.91	0.82	0.73	0.64	0.85	0.71	0.56	0.41	0.87	0.74	0.61	0.48	0.66	0.32			0.15			
	1.5	0.94	0.88	0.82	0.76	0.90	0.80	0.71	0.61	0.91	0.83	0.74	0.66	0.77	0.55	0.32	0.10	0.43			
	2.0	0.96	0.91	0.87	0.82	0.93	0.85	0.78	0.71	0.94	0.87	0.81	0.74	0.83	0.66	0.49	0.32	0.58	0.15		
	3.0	0.97	0.94	0.91	0.88	0.95	0.90	0.85	0.80	0.96	0.91	0.87	0.83	0.89	0.77	0.66	0.55	0.72	0.43	0.15	
	5.0	0.98	0.96	0.95	0.93	0.97	0.94	0.91	0.88	0.97	0.95	0.92	0.90	0.93	0.86	0.80	0.73	0.83	0.66	0.49	0.32

Нівелюванням I класу можливо визначати лише вертикальні рухи зі швидкістю 5 мм/рік ходами до 200 м. У інших випадках недоцільно виконувати три цикли спостережень на рік.

При чотирьох циклах на рік прецизійним нівелюванням коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1.5 мм/рік ходами до 50 м (одна станція нівелювання), 2 мм/рік – до 150 м, 3 мм/рік – до 300 м та 5 мм/рік – до 850 м. Прецизійне нівелювання придатне для спостережень з частотою 4 рази/рік за вертикальними рухами зі швидкістю 2 мм/рік ходами до 100 м (одна станція нівелювання), 3 мм/рік – до 200 м, 5 мм/рік – до 600 м. Нівелювання I класу коротким променем придатне для спостережень за вертикальними рухами зі швидкістю 2 мм/рік – на відстанях до 50 м (одна станція нівелювання), 3 мм/рік – до 150 м та 5 мм/рік – до 400 м. Нівелюванням I класу можливо лише визначення вертикальних рухів зі швидкістю 5 мм/рік на віддалях до 100 м (одна станція нівелювання). У інших випадках не доцільно виконувати чотири цикли спостережень на рік.

Обчислення, наведені в табл. 4, виконані без врахування неодноразовості вимірювань. Але, як видно з формули (3), визначення швидкості  $\dot{U}$  залежить не тільки від точності геодезичних вимірювань, але й від їх неодноразовості. Неодноразовість може бути викликана як незбігом вимірів у часі, так і тривалістю виконання циклу спостережень. У роботі [Черняга, 19986] показано, що при відносній похибці визначення зміщень  $\frac{m_{\Delta S}}{\Delta S} = \frac{1}{20}$  та тривалості циклу  $m_{\Delta t} = 15$  днів з

періодичністю спостережень  $\Delta t = 0.5$  року зменшення ймовірності безпомилкового визначення швидкості становить 4.6 %. Приймаючи, що зменшенням ймовірності до 5 % можна нехтувати, визначимо максимальну тривалість циклів спостережень за наведених вище умов. В обчисленнях розглянуто тривалості циклів вимірювань до 30 днів. Отримані результати зведено у табл. 5. Позначення “+” означає, що за заданих умов спостережень вплив тривалості циклу 30 днів становить менше 5 %, “-” означає, що вимірювання за таких умов виконувати недоцільно.

За певних умов вплив неодноразовості спостережень може перевищувати 0.2 на ймовірність безпомилкового визначення швидкості вертикальних рухів. Серед умов, що призводять до збільшення впливу неодноразовості, передусім варто відмітити збільшення частоти спостережень. Тому у такому разі зростає важливість врахування тривалості циклу спостереження. Крім того, у разі зменшення довжини ходу або використанні точнішого методу нівелювання буде зменшуватися гранична похибка різниці перевищень, а у разі більших швидкостей вертикальних рухів зменшуватиметься відносна похибка визначення зміщень. Відповідно в таких випадках також

зростає відносний вплив неодноразовості спостережень на ймовірність визначення швидкості вертикальних рухів. Також варто відзначити, що під час нівелювання II класу (для обраних умов) тривалість циклу практично не впливає (в межах 5%) на ймовірність визначення вертикальних рухів. Зате під час прецизійного нівелювання коротким променем тривалість циклу вимірювань 30 днів може доволі відчутно вплинути на остаточний результат.

Обчислення, наведені в табл. 3–5, виконано для випадку поодинокого висячого ходу. Виконаємо подібні обчислення ймовірності визначення вертикальних рухів та тривалості циклу спостережень для випадку окремого нівелірного ходу, який опирається на тверді пункти (рис. 1).

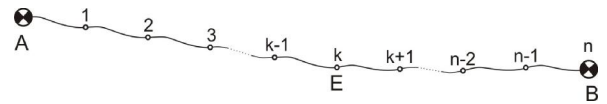


Рис. 1. Окремий нівелірний хід, який опирається на тверді пункти

Висоту точки  $E$  можна визначити від реперів  $A$  та  $B$ :

$$H'_E = H_A + \sum_{i=1}^k h_i; \quad H''_E = H_B - \sum_{i=k+1}^n h_i, \quad (4)$$

де  $n$  – кількість станцій у ході;  $k$  – кількість станцій від вихідного репера до точки  $E$ .

Середньозважена висота точки  $E$  обчислюється за формулою

$$H_E = \frac{H'_E \cdot p'_E + H''_E \cdot p''_E}{p'_E + p''_E}, \quad (5)$$

де  $p'_E$ ,  $p''_E$  – ваги відрізків ходу від реперів  $A$  та  $B$  відповідно, які обчислимо пропорційно до кількості станцій:

$$p'_E = \frac{1}{k}; \quad p''_E = \frac{1}{n-k}. \quad (6)$$

Як відомо з теорії похибок, середньоквадратична похибка  $m_F$  функції  $F$ , якщо аргументи  $x$ ,  $y$ , ...,  $u$  функції  $F$  некорельовані (незалежні) між собою, обчислюється за формулою

$$m_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0^2 m_x^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_0^2 m_y^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)_0^2 m_u^2}, \quad (7)$$

де  $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_0^2 m_x^2$ , ...,  $\left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)_0^2 m_u^2$  – частинні похідні функції  $F$  за відповідними аргументами.

Використавши формулу (7) для оцінювання точності висоти точки, обчисленої за формулою (5), отримаємо

Таблиця 5

Тривалість циклів спостережень з використанням поодиноких висячих ходів залежно від виду та класу нівелювання, швидкості вертикальних рухів, довжин ходів та частоти спостережень, днів

L, м	v, мм/рік	Види та класи нівелювання																			
		Прецизійне нівелювання коротким променем				Прецизійне нівелювання				Нівелювання І класу коротким променем				Нівелювання І класу				Нівелювання ІІ класу			
		Частота спостережень, разів/рік																			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
2000	0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5.0	+	<29	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
1000	0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	5.0	+	<25	<20	-	+	<27	<21	-	+	<29	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
500	0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	+	<26	<21	-	+	<28	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	5.0	+	<21	<17	<14	+	<23	<18	<15	+	<25	<20	-	+	+	-	-	-	-	-	-
300	0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	<28	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	+	<24	<19	<16	+	<25	<20	-	+	<28	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	5.0	+	<19	<15	<13	+	<20	<16	<14	+	<22	<18	<15	+	<29	-	-	+	-	-	-
200	0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	<29	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	<26	<20	-	+	<28	<22	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	+	<22	<17	<15	+	<23	<18	<16	+	<26	<20	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	5.0	<28	<18	<14	<12	<29	<19	<15	<12	+	<21	<16	<14	+	<27	<21	-	+	-	-	-
150	0.5	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	<27	<22	-	+	+	-	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	<24	<19	<16	+	<28	<22	-	+	<29	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	+	<20	<16	<14	+	<23	<18	<16	+	<24	<19	<16	+	-	-	-	+	-	-	-
	5.0	<27	<17	<13	<11	<29	<19	<15	<12	+	<19	<15	<13	+	<27	<21	-	+	-	-	-
100	0.5	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	<25	<20	-	+	<27	<22	-	+	<29	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	<22	<17	<15	+	<24	<19	<16	+	<26	<21	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	<29	<19	<15	<12	+	<20	<16	<13	+	<22	<17	<15	+	<29	-	-	+	-	-	-
	5.0	<26	<15	<12	<10	<27	<17	<13	<11	<29	<18	<14	<12	+	<23	<18	<16	+	-	-	-
50	0.5	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	<26	<21	-	+	+	-	-	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	<22	<17	<15	+	<27	<22	-	+	<26	<20	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	<19	<15	<13	+	<24	<19	<16	+	<23	<18	<15	+	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	<27	<17	<13	<11	+	<20	<16	<13	<29	<19	<15	<13	+	<29	-	-	+	-	-	-
	5.0	<24	<14	<11	<9	<27	<17	<13	<11	<26	<16	<12	<10	+	<23	<18	<16	+	-	-	-

$$\left(\frac{\partial F}{\partial H'_E}\right)_0 m_{H'_E}^2 = \left(\frac{1}{p'_E + p''_E}\right)^2 \cdot p'^2_E \cdot m_{H'_E}^2; \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial H''_E}\right)_0 m_{H''_E}^2 = \left(\frac{1}{p'_E + p''_E}\right)^2 \cdot p''^2_E \cdot m_{H''_E}^2. \quad (9)$$

Тоді:

$$M_{H_E} = \pm \frac{\sqrt{p'^2_E \cdot m_{H'_E}^2 + p''^2_E \cdot m_{H''_E}^2}}{p'_E + p''_E}. \quad (10)$$

Перейшовши від середньоквадратичних похибок до граничних, отримаємо

$$\delta_{H_E} = \pm \frac{\sqrt{p'^2_E \cdot \delta_{H'_E}^2 + p''^2_E \cdot \delta_{H''_E}^2}}{p'_E + p''_E}. \quad (11)$$

Зауважимо, що оскільки похибки  $\delta_H$  будемо виражати лише через похибки визначення перевищень, без врахування похибок вихідних пунктів, логічніше використовувати похибку визначення перевищення  $\delta_h$ . З врахуванням формули (1) запишемо формулу очікуваної граничної похибки визначення перевищення для кожного з відрізків ходу:

$$\delta_{h_E}^2 = \eta_h^2 \cdot k + \sigma_h^2 \cdot k^2; \quad (12)$$

$$\delta_{h''_E}^2 = \eta_h^2 \cdot (n - k) + \sigma_h^2 \cdot (n - k)^2, \quad (13)$$

де  $\delta_{h'_E}$ ,  $\delta_{h''_E}$  – граничні похибки визначення перевищення з кожного відрізка ходу від реперів  $A$  та  $B$  відповідно;  $\eta_h$  – гранична випадкова похибка перевищення на станції нівелювання;  $\sigma_h$  – гранична систематична похибка перевищення на станції нівелювання.

З врахуванням (6), (12) та (13) запишемо формулу (11) граничної похибки зрівноваженого перевищення до довільної точки в ході у вигляді

$$\delta_{h_E} = \pm \frac{k(n-k) \sqrt{\frac{\eta_h^2 \cdot n}{k(n-k)} + 2\sigma_h^2}}{n}. \quad (14)$$

У найслабшому місці ходу – в його середині, при  $k = \frac{n}{2}$  формула (14) набуде вигляду

$$\delta_{h_E} = \pm \sqrt{\frac{n \cdot (2\eta_h^2 + \sigma_h^2 \cdot n)}{8}}. \quad (15)$$

Аналогічно для різниці перевищень в сусідніх циклах за формулою (2) одержимо:

$$\delta_{\Delta h_E}^2 = \eta_{\Delta h}^2 \cdot k + \sigma_{\Delta h}^2 \cdot k^2; \quad (16)$$

$$\delta_{\Delta h''_E}^2 = \eta_{\Delta h}^2 \cdot (n - k) + \sigma_{\Delta h}^2 \cdot (n - k)^2, \quad (17)$$

де  $\delta_{\Delta h'_E}$ ,  $\delta_{\Delta h''_E}$  – граничні похибки визначення різниці перевищень у сусідніх циклах з кожного відрізка ходу від реперів  $A$  та  $B$  відповідно;  $\eta_{\Delta h}$  – гранична випадкова похибка різниці перевищень на станції нівелювання;  $\sigma_{\Delta h}$  – гранична систе-

матична похибка різниці перевищень на станції нівелювання.

Тоді з врахуванням (6), (16) та (17) формула (11) граничної похибки різниці зрівноважених перевищень у сусідніх циклах до довільної точки в ході матиме вигляд

$$\delta_{\Delta h_E} = \pm \frac{k(n-k) \sqrt{\frac{\eta_{\Delta h}^2 \cdot n}{k(n-k)} + 2\sigma_{\Delta h}^2}}{n}. \quad (18)$$

Для граничної похибки різниці зрівноважених перевищень у сусідніх циклах до найслабшого місця ходу формулу (18) запишемо у вигляді

$$\delta_{\Delta h_E} = \pm \sqrt{\frac{n \cdot (2\eta_{\Delta h}^2 + \sigma_{\Delta h}^2 \cdot n)}{8}}. \quad (19)$$

Використаємо формули (15) та (19) для підрахунку очікуваних граничних похибок зрівноважених перевищень  $\delta_h$  та різниці зрівноважених перевищень  $\delta_{\Delta h}$  з сусідніх циклів до найслабшого місця ходу. Обчислення виконаємо для поодиноких нівелірних ходів, які опираються на тверді пункти довжиною  $L=4000$  м,  $2000$  м,  $1000$  м,  $500$  м,  $300$  м,  $200$  м,  $150$  м та  $100$  м (табл. 6). Варто зауважити, що оскільки найслабша точка ходу розташована посередині, то всі значення похибок фактично відповідають відстані від опорного репера до спостережуваного об'єкта, вдвічі меншій, ніж довжина ходу.

З використанням формули (3) обчислимо ймовірність безпомилкового визначення швидкості вертикальних рухів за допомогою поодиноких ходів, які опираються на тверді пункти. Результати обчислень за згаданих вище умов наведено у табл. 7.

Вважаючи задовільною ймовірність визначення вертикальних рухів на рівні принаймні  $0.7$ , встановимо допустимі відстані залежно від виду нівелювання та швидкості вертикальних рухів при частоті спостережень  $1$  раз на рік. Отже, прецизійним нівелюванням коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю  $0.5$  мм/рік на відстанях від вихідного репера до  $250$  м,  $1$  мм/рік – до  $1000$  м,  $1.5$  мм/рік – до  $2400$  м. За допомогою прецизійного нівелювання можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю  $0.5$  мм/рік на відстанях до  $200$  м,  $1$  мм/рік – до  $800$  м,  $1.5$  мм/рік – до  $1800$  м. Нівелювання I класу коротким променем придатне для спостережень за вертикальними рухами зі швидкістю  $0.5$  мм/рік на відстанях до  $100$  м,  $1$  мм/рік – до  $500$  м,  $1.5$  мм/рік – до  $1200$  м. Вертикальні рухи понад  $2$  мм/рік доволі надійно визначаються згаданими видами нівелювання на відстанях принаймні до  $2000$  м. Нівелюванням I класу можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю  $1$  мм/рік на відстанях до  $100$  м,  $1.5$  мм/рік – до  $300$  м,  $2$  мм/рік – до  $600$  м,  $3$  мм/рік – до  $1500$  м та  $5$  мм/рік – до  $3900$  м. Нівелюванням II класу придатне для визначення вертикальних рухів зі швидкістю  $2$  мм/рік на відстанях до  $150$  м,

Таблиця 6

Граничні похибки зрівноваженого перевищення  $\delta_h$  та різниці зрівноважених перевищень  $\delta_{\Delta h}$  до найслабшого місця окремого нівелірного ходу з  $n$  станцій, який опирається на тверді пункти

L, м	Пара- метри	Види та класи нівелювання				
		Прецизійне нівелювання коротким променем	Прецизійне нівелювання	Нівелювання І класу коротким променем	Нівелювання І класу	Нівелювання ІІ класу
4000	$n$	80	40	80	40	27
	$\delta_h$	0.329	0.357	0.445	0.758	1.646
	$\delta_{\Delta h}$	0.407	0.468	0.583	1.070	2.204
2000	$n$	40	20	40	20	14
	$\delta_h$	0.217	0.246	0.303	0.533	1.183
	$\delta_{\Delta h}$	0.285	0.330	0.410	0.756	1.587
1000	$n$	20	10	20	10	7
	$\delta_h$	0.147	0.172	0.210	0.535	1.122
	$\delta_{\Delta h}$	0.200	0.233	0.289	0.265	0.631
500	$n$	10	5	10	5	4
	$\delta_h$	0.102	0.120	0.147	0.265	0.631
	$\delta_{\Delta h}$	0.141	0.165	0.204	0.378	0.848
300	$n$	6	3	6	3	2
	$\delta_h$	0.078	0.093	0.113	0.205	0.446
	$\delta_{\Delta h}$	0.109	0.127	0.158	0.293	0.600
200	$n$	4	2	4	2	2
	$\delta_h$	0.064	0.076	0.092	0.168	0.446
	$\delta_{\Delta h}$	0.089	0.104	0.129	0.239	0.600
150	$n$	3	2	3	2	2
	$\delta_h$	0.055	0.076	0.080	0.168	0.446
	$\delta_{\Delta h}$	0.077	0.104	0.112	0.239	0.600
100	$n$	2	2	2	2	2
	$\delta_h$	0.045	0.076	0.065	0.168	0.446
	$\delta_{\Delta h}$	0.063	0.104	0.091	0.239	0.600

3 мм/рік – до 300 м та 5 мм/рік – до 900 м.

Враховуючи задовільну ймовірність визначення вертикальних рухів на рівні принаймні 0.7, встановимо доцільність виконання декількох циклів спостережень на рік.

Отже, у разі двох циклів спостережень на рік, ходами прецизійного нівелювання коротким променем, які опираються на тверді пункти, можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 0.5 мм/рік на відстанях до 50 м, 1 мм/рік – до 250 м, 1.5 мм/рік – до 600 м, 2 мм/рік – до 1100 м, 3 мм/рік – до 2400 м. Прецизійним нівелюванням з частотою спостережень 2 рази/рік можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік на відстанях до 200 м, 1.5 мм/рік – до 500 м, 2 мм/рік – до 800 м, 3 мм/рік – до 1700 м та 5 мм/рік – до 5000 м. Нівелюванням І класу коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік ходами до 100 м, 1.5 мм/рік – до 300 м, 2 мм/рік – до 500 м, 3 мм/рік – до 1200 м та 5 мм/рік – до 3250 м. Нівелювання І класу

придатне для визначення вертикальних рухів зі швидкістю 2 мм/рік на відстанях до 100 м, 3 мм/рік – до 300 м та 5 мм/рік – до 1000 м. Нівелюванням ІІ класу можливо визначати лише вертикальні рухи зі швидкістю 5 мм/рік на відстанях до 150 м. У інших випадках недоцільно виконувати два цикли спостережень на рік.

У разі трьох циклів на рік прецизійним нівелюванням коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік на відстанях до 100 м, 1.5 мм/рік – до 250 м, 2 мм/рік – до 500 м, 3 мм/рік – до 1100 м, 5 мм/рік – до 3000 м. Прецизійне нівелювання придатне для спостережень з частотою 3 рази/рік за вертикальними рухами зі швидкістю 1 мм/рік на відстанях до 100 м, 1.5 мм/рік – до 200 м, 2 мм/рік – до 300 м, 3 мм/рік – до 800 м та 5 мм/рік – до 2200 м. Нівелювання І класу коротким променем придатне для спостережень за вертикальними рухами зі швидкістю 1 мм/рік на відстанях до 50 м, 1.5 мм/рік – до 100 м, 2 мм/рік – до 250 м, 3 мм/рік –



Таблиця 7

Значення ймовірностей визначення вертикальних рухів залежно від їх швидкості, довжин ходів та частоти спостережень окремими нівелірними ходами, які опираються на тверді пункти

L, м	v, мм/рік	Види та класи нівелювання																			
		Прецизійне нівелювання коротким променем				Прецизійне нівелювання				Нівелювання I класу коротким променем				Нівелювання I класу				Нівелювання II класу			
		Частота спостережень, разів/рік																			
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
4000	0.5	0.19				0.06															
	1.0	0.59	0.19			0.53	0.06			0.42											
	1.5	0.73	0.46	0.19		0.69	0.38	0.06		0.61	0.22			0.29							
	2.0	0.80	0.59	0.39	0.19	0.77	0.53	0.30	0.06	0.71	0.42	0.13		0.46							
	3.0	0.86	0.73	0.59	0.46	0.84	0.69	0.53	0.38	0.81	0.61	0.42	0.22	0.64	0.29			0.27			
	5.0	0.92	0.84	0.76	0.67	0.91	0.81	0.72	0.63	0.88	0.77	0.65	0.53	0.79	0.57	0.36	0.14	0.56	0.12		
2000	0.5	0.43				0.34				0.18											
	1.0	0.72	0.43	0.15		0.67	0.34			0.59	0.18			0.24							
	1.5	0.81	0.62	0.43	0.24	0.78	0.56	0.34	0.12	0.73	0.45	0.18		0.50							
	2.0	0.86	0.72	0.57	0.43	0.84	0.67	0.51	0.34	0.79	0.59	0.38	0.18	0.62	0.24			0.21			
	3.0	0.91	0.81	0.72	0.62	0.89	0.78	0.67	0.56	0.86	0.73	0.59	0.45	0.75	0.50	0.24		0.47			
	5.0	0.94	0.89	0.83	0.77	0.93	0.87	0.80	0.74	0.92	0.84	0.75	0.67	0.85	0.70	0.55	0.39	0.68	0.37		
1000	0.5	0.60	0.20			0.53				0.42											
	1.0	0.80	0.60	0.40	0.20	0.77	0.53	0.30		0.71	0.42	0.13		0.47							
	1.5	0.87	0.73	0.60	0.47	0.84	0.69	0.53	0.38	0.81	0.61	0.42	0.23	0.64	0.29			0.25			
	2.0	0.90	0.80	0.70	0.60	0.88	0.77	0.65	0.53	0.86	0.71	0.57	0.42	0.73	0.47	0.20		0.44			
	3.0	0.93	0.87	0.80	0.73	0.92	0.84	0.77	0.69	0.90	0.81	0.71	0.61	0.82	0.64	0.47	0.29	0.63	0.25		
	5.0	0.96	0.92	0.88	0.84	0.95	0.91	0.86	0.81	0.94	0.88	0.83	0.77	0.89	0.79	0.68	0.57	0.78	0.55	0.33	
500	0.5	0.72	0.44	0.15		0.67	0.34			0.59	0.18			0.24							
	1.0	0.86	0.72	0.58	0.44	0.84	0.67	0.51	0.34	0.80	0.59	0.39	0.18	0.62	0.24			0.15			
	1.5	0.91	0.81	0.72	0.62	0.89	0.78	0.67	0.56	0.86	0.73	0.59	0.46	0.75	0.50	0.24		0.43			
	2.0	0.93	0.86	0.79	0.72	0.92	0.84	0.75	0.67	0.90	0.80	0.69	0.59	0.81	0.62	0.43	0.24	0.58	0.15		
	3.0	0.95	0.91	0.86	0.81	0.95	0.89	0.84	0.78	0.93	0.86	0.80	0.73	0.87	0.75	0.62	0.50	0.72	0.43	0.15	
	5.0	0.97	0.94	0.92	0.89	0.97	0.93	0.90	0.87	0.96	0.92	0.88	0.84	0.92	0.85	0.77	0.70	0.83	0.66	0.49	0.32
300	0.5	0.78	0.56	0.34	0.13	0.75	0.49	0.24		0.68	0.37			0.41							
	1.0	0.89	0.78	0.67	0.56	0.87	0.75	0.62	0.49	0.84	0.68	0.53	0.37	0.71	0.41	0.12		0.40			
	1.5	0.93	0.85	0.78	0.71	0.92	0.83	0.75	0.66	0.89	0.79	0.68	0.58	0.80	0.61	0.41	0.22	0.60	0.20		
	2.0	0.95	0.89	0.84	0.78	0.94	0.87	0.81	0.75	0.92	0.84	0.76	0.68	0.85	0.71	0.56	0.41	0.70	0.40	0.10	
	3.0	0.96	0.93	0.89	0.85	0.96	0.92	0.87	0.83	0.95	0.89	0.84	0.79	0.90	0.80	0.71	0.61	0.80	0.60	0.40	0.20
	5.0	0.98	0.96	0.93	0.91	0.97	0.95	0.92	0.90	0.97	0.94	0.91	0.87	0.94	0.88	0.82	0.77	0.88	0.76	0.64	0.52
200	0.5	0.82	0.64	0.47	0.29	0.79	0.58	0.38	0.17	0.74	0.48	0.23		0.52							
	1.0	0.91	0.82	0.73	0.64	0.90	0.79	0.69	0.58	0.87	0.74	0.61	0.48	0.76	0.52	0.28		0.40			
	1.5	0.94	0.88	0.82	0.76	0.93	0.86	0.79	0.72	0.91	0.83	0.74	0.66	0.84	0.68	0.52	0.36	0.60	0.20		
	2.0	0.96	0.91	0.87	0.82	0.95	0.90	0.84	0.79	0.94	0.87	0.81	0.74	0.88	0.76	0.64	0.52	0.70	0.40	0.10	
	3.0	0.97	0.94	0.91	0.88	0.97	0.93	0.90	0.86	0.96	0.91	0.87	0.83	0.92	0.84	0.76	0.68	0.80	0.60	0.40	0.20
	5.0	0.98	0.96	0.95	0.93	0.98	0.96	0.94	0.92	0.97	0.95	0.92	0.90	0.95	0.90	0.86	0.81	0.88	0.76	0.64	0.52
150	0.5	0.85	0.69	0.54	0.38	0.79	0.58	0.38	0.17	0.78	0.55	0.33	0.11	0.52							
	1.0	0.92	0.85	0.77	0.69	0.90	0.79	0.69	0.58	0.89	0.78	0.66	0.55	0.76	0.52	0.28		0.40			
	1.5	0.95	0.90	0.85	0.79	0.93	0.86	0.79	0.72	0.93	0.85	0.78	0.70	0.84	0.68	0.52	0.36	0.60	0.20		
	2.0	0.96	0.92	0.88	0.85	0.95	0.90	0.84	0.79	0.94	0.89	0.83	0.78	0.88	0.76	0.64	0.52	0.70	0.40	0.10	
	3.0	0.97	0.95	0.92	0.90	0.97	0.93	0.90	0.86	0.96	0.93	0.89	0.85	0.92	0.84	0.76	0.68	0.80	0.60	0.40	0.20
	5.0	0.98	0.97	0.95	0.94	0.98	0.96	0.94	0.92	0.98	0.96	0.93	0.91	0.95	0.90	0.86	0.81	0.88	0.76	0.64	0.52
100	0.5	0.87	0.75	0.62	0.50	0.79	0.58	0.38	0.17	0.82	0.64	0.45	0.27	0.52							
	1.0	0.94	0.87	0.81	0.75	0.90	0.79	0.69	0.58	0.91	0.82	0.73	0.64	0.76	0.52	0.28		0.40			
	1.5	0.96	0.92	0.87	0.83	0.93	0.86	0.79	0.72	0.94	0.88	0.82	0.76	0.84	0.68	0.52	0.36	0.60	0.20		
	2.0	0.97	0.94	0.91	0.87	0.95	0.90	0.84	0.79	0.95	0.91	0.86	0.82	0.88	0.76	0.64	0.52	0.70	0.40	0.10	
	3.0	0.98	0.96	0.94	0.92	0.97	0.93	0.90	0.86	0.97	0.94	0.91	0.88	0.92	0.84	0.76	0.68	0.80	0.60	0.40	0.20
	5.0	0.99	0.97	0.96	0.95	0.98	0.96	0.94	0.92	0.98	0.96	0.95	0.93	0.95	0.90	0.86	0.81	0.88	0.76	0.64	0.52

до 500 м та 5 мм/рік – до 1500 м. Нівелюванням I класу можливо визначати лише вертикальні рухи зі швидкістю 3 мм/рік на відстанях до 100 м та 5 мм/рік – до 400 м. У інших випадках недоцільно виконувати три цикли спостережень на рік.

У разі чотирьох циклів на рік прецизійним нівелюванням коротким променем можливо визначати вертикальні рухи зі швидкістю 1 мм/рік на відстанях до 50 м, 1.5 мм/рік – до 150 м, 2 мм/рік – до 300 м, 3 мм/рік – до 600 м та 5 мм/рік – до 1700 м. Прецизійне нівелювання придатне для спостережень з частотою 4 рази/рік за вертикальними рухами зі швидкістю 1.5 мм/рік на відстанях до 100 м, 2 мм/рік – до 200 м, 3 мм/рік – до 400 м, 5 мм/рік – до 1200 м. Нівелювання I класу коротким променем придатне для спостережень за вертикальними рухами зі швидкістю 1.5 мм/рік на відстанях до 50 м, 2 мм/рік – на відстанях до 100 м, 3 мм/рік – до 300 м та 5 мм/рік – до 800 м. Нівелюванням I класу можливе лише визначення вертикальних рухів зі швидкістю 5 мм/рік на відстанях до 200 м. У інших випадках недоцільно виконувати чотири цикли спостережень на рік.

Обчислення, наведені в табл. 7, виконані без врахування неодноразовості вимірювань. За допомогою формули (3) проаналізуємо можливу три-

валість циклів спостережень, за умови, що зменшення ймовірності до 5% можна нехтувати. В обчисленнях розглянуто тривалості циклів вимірювань до 30 днів. Отримані результати зведено у табл. 8.

Як бачимо, за умов використання нівелірних ходів, які опираються на тверді пункти, вплив неодноразовості вимірювань на визначення швидкостей вертикальних рухів ще відчутніший. За певних умов він може спотворювати остаточний результат на 30%.

### Висновки

У роботі проаналізовано можливість визначення вертикальних рухів за допомогою нівелювання II класу, нівелювання I класу, нівелювання I класу коротким променем, прецизійного нівелювання та прецизійного нівелювання коротким променем. Обґрунтовано важливість врахування тривалості циклу спостереження та подано рекомендації щодо їх тривалості для мінімізації впливу на точність остаточних результатів. Наведені міркування можуть бути корисними під час проектування програм спостережень за вертикальними рухами на геодинамічних полігонах.

Таблиця 8

Тривалість циклів спостережень окремими нівелірними ходами, які опираються на тверді пункти залежно від виду та класу нівелювання, швидкості вертикальних рухів, довжин ходів та частоти спостережень, днів

L, м	v, мм/рік	Види та класи нівелювання																					
		Прецизійне нівелювання коротким променем				Прецизійне нівелювання				Нівелювання І класу коротким променем				Нівелювання І класу				Нівелювання ІІ класу					
		Частота спостережень, разів/рік																					
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
4000	0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	1.0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	1.5	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	2.0	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	3.0	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	5.0	+	<25	<20	-	+	<26	<21	-	+	<29	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	
2000	0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	1.0	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	1.5	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	2.0	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	3.0	+	<26	<21	-	+	<28	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-		
	5.0	+	<21	<17	<14	+	<23	<18	+	+	<25	<20	-	+	+	-	-	-	-	-	-		
1000	0.5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	1.0	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	1.5	+	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	2.0	+	<27	<22	-	+	<29	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-		
	3.0	+	<23	<18	<14	+	<24	<19	-	+	<27	<21	-	+	-	-	-	-	-	-	-		
	5.0	<29	<19	<14	<12	+	<20	<15	<13	+	<22	<17	<14	+	<28	-	-	+	-	-	-		
500	0.5	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		
	1.0	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
500	1.5	+	<26	<21	-	+	<28	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	<23	<18	<16	+	<25	<20	-	+	<27	<22	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	3.0	+	<19	<15	<13	+	<21	<16	<14	+	<23	<18	<15	+	+	-	-	+	-	-	-
	5.0	<26	<16	<13	<10	<27	<17	<13	<11	<29	<19	<14	<12	+	<24	<19	<16	+	-	-	-
300	0.5	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	<28	-	-	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	<24	<19	<16	+	<25	<20	-	+	<28	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	<21	<16	<14	+	<22	<18	<15	+	<24	<19	-	+	+	-	-	+	-	-	-
	3.0	<28	<18	<14	<12	+	<19	<15	<13	+	<21	<16	<14	+	<27	<21	-	+	-	-	-
	5.0	<25	<15	<11	<9	<26	<16	<12	<10	<27	<17	<13	<11	+	<21	<17	<14	+	<29	-	-
200	0.5	+	-	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	<26	<20	-	+	<28	<22	-	+	+	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	<22	<17	<14	+	<23	<18	<16	+	<25	<20	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	+	<19	<15	<13	+	<20	<16	<14	+	<22	<18	<15	+	<29	-	-	+	-	-	-
	3.0	<27	<16	<13	<11	<28	<17	<14	<11	+	<19	<15	<12	+	<24	<19	-	+	-	-	-
	5.0	<24	<14	<10	<9	<24	<15	<11	<9	<26	<16	<12	<10	+	<20	<15	<13	+	<29	-	-
150	0.5	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	<24	<19	<16	+	<28	<22	-	+	<29	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	<19	<16	<14	+	<23	<18	<16	+	<24	<19	<16	+	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	<29	<18	<14	<12	+	<20	<16	<14	+	<21	<17	<14	+	<29	-	-	+	-	-	-
	3.0	<26	<16	<12	<10	<28	<17	<14	<11	<29	<18	<14	<12	+	<24	<19	-	+	-	-	-
	5.0	<23	<13	<10	<8	<24	<15	<11	<9	<25	<15	<11	<9	+	<20	<15	<13	+	<29	-	-
100	0.5	+	+	-	-	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	1.0	+	<22	<17	<15	+	<28	<22	-	+	<26	<21	-	+	-	-	-	-	-	-	-
	1.5	+	<19	<15	<12	+	<23	<18	<16	+	<22	<17	<15	+	-	-	-	-	-	-	-
	2.0	<27	<17	<13	<11	+	<20	<16	<14	+	<19	<15	<13	+	<29	-	-	+	-	-	-
	3.0	<24	<15	<11	<9	<28	<17	<14	<11	<27	<17	<13	<11	+	<24	<19	-	+	-	-	-
	5.0	<22	<13	<9	<8	<24	<15	<11	<9	<24	<14	<10	<9	+	<20	<15	<13	+	<29	-	-

## Література

- Геодезические методы измерения вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов / В.Н. Ганьшин, А.Ф. Стороженко и др. – М.: Недра, 1991. – 192 с.
- Золотарёв Г.С. Инженерная геодинамика. – М.: изд. МГУ, 1983. – 324 с.
- Клим С.А., Новосад В.М., Черняга П.Г. Оцінка та підвищення точності геометричного нівелювання // Вісник РДТУ. – 2000. – № 2 (4). – С. 257–267.
- Кулешов Д.А., Гуляев Ю.П. Некоторые задачи и методологические принципы математического моделирования деформаций оснований сооружений по геодезическим данным // Изв. ВУЗов. Геодезия и аэрофотосъемка. – М.: МИИГАиК. – 1976. – № 4. – С. 7–11.
- Островський А.Л., Романишин П.О., Шпаківський П.П. Деякі питання створення геодинамічних техногенних полігонів і наукових до-

сліджень на них // Вісник геодезії та картографії. – 1996. – № 1 (5). – С. 16–24.

- Островський А.Л., Черняга П.Г. Розрахунок очікуваної точності геометричного нівелювання та проектування програми робіт на геодинамічних полігонах // Геодезія, картографія та аерофотознімання. – 2001. – № 61. – С. 101–107.
- Черняга П.Г. (1988а) Вибір методів побудови мереж для геодезичного моніторингу на геодинамічних полігонах атомних електричних станцій // Інженерна геодезія. – К.: КНУБА. – 1998. – № 40. – С. 220–223.
- Черняга П.Г. (1988б) Розрахунок оптимальних частот та тривалості циклів повторних вимірювань на ГДП АЕС // Інженерна геодезія. – 1998. – № 40. – С. 215–219.
- Ostrovsky A., Tretyak K., Chernyaga P. Development of geodesic monitoring on geodynamic test fields of atomic power stations of Ukraine // Geodesy and Cartography at the beginning of the 21<sup>st</sup> century. – Poland. – 1997. – P. 1–13.

**РАСЧЕТ ТОЧНОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ  
НА ГЕОДИНАМИЧЕСКИХ ПОЛИГОНАХ**

**П.Г. Черняга, А.Е. Янчук, А.С. Ишутина**

Проанализирована возможность выявления геометрическим нивелированием вертикальных движений определенной скорости в зависимости от длины ходов, класса нивелирования и частоты наблюдений. Установлена длительность цикла наблюдения в зависимости от упомянутых факторов.

**Ключевые слова:** геометрическое нивелирование; программа работ; геодинамический полигон.

**THE CALCULATION OF GEOMETRICAL LEVELLING ACCURACY  
ON GEODYNAMIC POLYGONS**

**P.G. Chernyaga, A.Ye. Yanchuk, A.S. Ishutina**

The possibility of determination of vertical movements with certain speed by geometrical levelling is analyzed depending on the length of levelling, its classes and frequency of observations. Duration of observation cycle is fixed depending on the above-mentioned factors.

**Keywords:** geometrical levelling; works program; geodynamic polygon.

---

<sup>1</sup>Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів

Надійшла 22.11.2010

<sup>2</sup>Національний університет водного господарства та природокористування,  
м. Рівне

<sup>3</sup>Придніпровська академія будівництва та архітектури, м. Дніпропетровськ