

ОЦІНЮВАННЯ ТЕНЗОРА ШВИДКОСТЕЙ ДЕФОРМАЦІЙ ЗЕМНОЇ КОРИ ЗА ДАНИМИ GPS-СПОСТЕРЕЖЕНЬ У СХІДНІЙ ЄВРОПІ

Розраховані за даними GPS-спостережень швидкості руху GPS-станцій були використані для отримання 2D-моделі поля швидкостей деформацій у Східній Європі. Вивчення поля швидкостей у регіоні було проведено в кілька етапів. Перший включає створення скінченно-елементного наближення на геосфері на основі бікубічної сплайн-функції і метод колокації для інтерполяції нерівномірних GPS-даних на регулярні вузли. Другий – це інверсія швидкостей від GPS-спостережень до тензора швидкостей деформацій. Для перевірки такого підходу його було застосовано до обробки даних GPS-спостережень у Східній Європі, де така задача раніше не розв'язувалася. Цей регіон поки що покритий не дуже густою мережею GPS-спостережень, але добре вивчений з геологічної і геофізичної точок зору. Використано результати обробки даних GPS спостережень для регіону, отримані в Науково-дослідному інституті геодезії і картографії (Київ, Україна). В результаті досліджень отримано та аналізується повний розв'язок на власні числа та власні вектори для тензора швидкостей деформацій досліджуваної території.

Ключові слова: геодинаміка; сучасні рухи земної кори; GPS-спостереження; тензор швидкості деформації; метод колокації.

Вступ

Деформації земної поверхні відображають складні процеси глибинної динаміки Землі, які виникають за поступально-обертового руху планети в просторі. Вони класифікуються як з точки зору їх змін у часі, так і за просторовим розподілом. Зокрема, деформації можуть бути віковими, періодичними та епізодичними, а також бути глобальними, регіональними чи локальними. Наші знання про рухи земної поверхні істотно залежать від їхньої природи та періоду визначення деформацій, отриманих за даними відповідних вимірів [Minster, Jordan, 1978; DeMets et al., 1990; DeMets et al., 1994; England, Molnar, 1997; Kreemer, 2000; Bird, 2003]. Традиційним підходом під час вивчення деформацій земної поверхні є вивчення горизонтальних та вертикальної складових поля деформацій за допомогою горизонтальних і вертикальних класичних геодезичних вимірів. Однак слабе місце класичної геодезії – це недостатньо висока точність визначення деформацій у глобальному, регіональному і навіть у локальному масштабах. Ситуація кардинально змінилася з появою технологій космічної геодезії, що забезпечило можливість вивчення і моніторингу тривимірного поля деформацій на основі таких методів: VLBI – радіоінтерферометрії з наддовгою базою, SLR – лазерної локації супутників, DORIS – доплерівської орбітографії і GNSS – глобальних позиційних систем. Розвиток цих технологій не може відбутися без точного визначення і реалізації земної системи координат для вивчення деформацій земної поверхні. Перелічені методи VLBI, SLR, DORIS і GNSS відіграють головну роль під час створення земних референцних систем, що відображено, наприклад, в IERS Conventions [McCarthy, Petit, 2004]. Розвиток

супутникових технологій відбувається з уточненням земної системи координат для вивчення деформацій земної поверхні. З перелічених методів саме GNSS-технології відіграють головну роль під час вивчення деформацій земної поверхні за рахунок їхньої мобільності та точності. Найгустіша мережа GNSS-станцій наявна в регіонах Північної Америки, Європи та Японії. У Східній Європі мережа GNSS-станцій доволі обмежена.

Постановка проблеми

Проблема, що обговорюється, належить до фундаментальних проблем сучасної геодинаміки і пов'язана з дослідженням просторово-часового розвитку деформаційних полів і сучасних рухів земної кори та їхніх особливостей, зумовлених тектонічними причинами, шляхом аналізу даних багаторічних GNSS-спостережень у різних регіонах світу. Зокрема, на території Південно-Східної Європи та в Україні також розпочато детальне вивчення деформацій з використанням новітніх GNSS-технологій та деформаційного моніторингу на геофізичних обсерваторіях з застосуванням тензорного аналізу для комплексного математичного моделювання [Кочин, 1951; Марченко та ін., 2010]. При виконанні таких робіт планується застосувати методику та алгоритм обчислення 2D-і 3D-тензора швидкостей деформацій з повною оцінкою точності [Marchenko, 2003], провести аналіз деформацій, оцінити аномальні збурення у сучасних рухах і деформаціях земної кори, розробити математичну модель тектонічно активних розломних зон. Таке вивчення деформаційних процесів за допомогою GNSS-спостережень може привести до уточнення меж Євразійської тектонічної плити в регіоні Південно-Східної Європи.

Визначення деформацій земної поверхні (яке щорічно розглядає велика кількість наукових праць) традиційно ґрунтується на математичному апараті, який має узагальнений тензорний характер. Як буде показано нижче, для аналізу рухів земної поверхні необхідною умовою є знаходження часткових похідних векторних функцій поля деформацій та швидкостей деформацій. В ідеальному випадку ці функції повинні бути заданими неперервно у просторовій і часовій області, чого, однак, не забезпечують типові геодезичні виміри, які є дискретними як у просторі, так і в часі. Оскільки сучасні рухи земної поверхні визначаються передусім за допомогою геодезичних вимірів, то і вони мають дискретну структуру. З цієї причини неперервна в просторі і в часі деформація повинна оцінюватися апроксимацією невідомих функцій за відомим дискретним розподілом, що вирішується з використанням методів прикладної математики, зокрема, методу скінченних елементів.

Найпростіший шлях використання методу скінченних елементів у випадку функції двох змінних – це застосування розбиття функції $f(x, y)$ двох змінних x, y за допомогою трикутників: у кожному трикутнику $f(x, y)$ представляється поліномом фіксованого степеня. З геометричної точки зору – це поверхня, яка проходить через вузлові точки P_k з координатами x_k, y_k . Найпростіше її представлення – лінійна функція або площина, що проходить через вузлові точки P_k . У цьому випадку поверхня $f(x, y)$ замінена багатогранниками з трикутними скінченними елементами, що відповідає на практиці методу триангуляції з лінійною інтерполяцією у кожному трикутнику.

Постановка завдання

Оскільки знаходження деформацій поверхні Землі ґрунтується на тензорному аналізі, то визначення тензора швидкостей цих деформацій потребує визначення перших похідних різних компонент векторних полів швидкостей руху земної поверхні. Такі похідні, як правило, невідомі і можуть бути оцінені лише чисельно, що і забезпечує можливість використання бікубічного сплайну. Отже, розв'язування цієї задачі складається з таких етапів: вибору обґрунтованого набору вихідних даних у пунктах з відомими координатами та швидкостями; зведення просторових координат і швидкостей у єдину систему з трансформацією у топоцентричні координати; використання методу прогнозу (наприклад, методу середньої квадратичної колокації) для згущення вихідної інформації у вигляді рівномірних сіток з метою застосування кубічних скінченних елементів; застосування двовимірного або тривимірного методу скінченних елементів для обчислення тензорів деформацій та обертання; знаходження інваріантів цих тензорів, їх власних чисел і власних векторів одночасно з оцінюванням точ-

ності. У цій роботі як вихідні дані були використані компоненти лінійних швидкостей руху GPS-станцій з недавнього розв'язку [Висотенко, 2010], який характеризується найбільшою кількістю GPS-станцій з точки зору їх густоти у регіоні Південно-Східної Європи порівняно з відомими розв'язками IGS/EPN.

Виклад основного матеріалу дослідження

Як вихідні дані для обчислення тензора швидкостей деформацій були використані компоненти лінійних швидкостей розв'язку [Висотенко, 2010], отриманого комплексом програм GAMIT/GLOBK. Цей програмний комплекс був створений для розв'язання геодезичних задач високої точності та задач геодинаміки. Отриманий розв'язок ґрунтується на даних істотно більшої кількості GPS-станцій в Україні та Південно-Східній Європі порівняно з відомими розв'язками IGS/EPN (рис. 1, табл. 1).

Відзначимо, що в цей розв'язок включені дані фундаментальної Української мережі з 16 періодично діючих GPS-пунктів і 12 перманентних станцій. Спостереження на періодично діючих пунктах виконувались у межах окремих GPS-кампаній, починаючи з 1995 року з періодом у два роки. Для прив'язки GPS-мережі до загальної системи координат на основі програмного комплексу GAMIT/GLOBK в роботі [Висотенко, 2010] були залучені станції, які входять до складу мереж IGS/EPN. За вихідні станції були обрані п'ять постійно діючих станцій IGS/EPN: JOZE (Jozefoslaw), MATE (Matera), METS (Metsahovi), MOBN (Obninsk), WTZR (Wettell). Фінальне вирівнювання мережі виконувалось у Міжнародній референсній системі ITRS (реалізація ITRF2005) з урахуванням похибок вихідних даних. У такий спосіб, в результаті опрацювання даних супутникових геодезичних спостережень у роботі [Висотенко, 2010] були визначені координати станцій IGS/EPN, постійно діючих станцій та періодично діючих GPS-пунктів. Були залучені станції, які входять до складу мереж GPS-пунктів, а також значення змін координат у системі координат ITRF2005 на середню епоху спостережень для кожної окремої станції.

Після вирівнювання мережі було виконане порівняння обчислених значень координат та значень їх змін зі значеннями, наведеними в офіційному каталозі IERS ITRF2005. Оскільки остаточне вирівнювання виконане на середню епоху спостережень для кожної окремої станції, а в офіційному каталозі ITRF2005 значення координат та значень їх зміни наведені на епоху 2000.0, був виконаний перерахунок обчислених координат на епоху 2000.0 за обчисленими значеннями зміни координат.

Загальна точність обчислених значень зміни координат станцій в системі ITRF2005 становить 0.0009 м, а граничне відхилення – ± 0.0023 м. У результаті був зроблений висновок, що отримані результати повністю відповідають рівню точності,

який декларують розробники програмно-методичного комплексу GAMIT/GLOBK, що гарантує отримання надійних результатів під час його застосування для дослідження сучасних деформацій земної кори і сейсмічної активності регіонів України. Значення швидкостей зміни координат 12 постійно діючих станцій та вісім періодично діючих GPS-пунктів (регіон України), які використовуються у подальших розрахунках, наведено в табл. 1. У цих розрахунках також використані дані з 18 перманентних станцій навколо України. Отже, загальна кількість GPS-пунктів, дані з яких використано у цьому аналізі, становила 38, включаючи і перманентні станції Центральної Європи.

Аналізуючи карту розташування GPS-станцій у досліджуваному регіоні (рис. 1), не важко дійти висновку, що вона є недостатня для визначення необхідних похідних векторного поля, наприклад, вже традиційним методом триангуляції Делоне. Згадаємо, що для цієї задачі має сенс застосувати широковідомий метод середньої квадратичної колокації [Heiskanen, Moritz, 1967; Kragup, 1969].

На відміну від фізичної геодезії, використання методу колокації для задач тектоніки плит почалося порівняно недавно для побудови полів вертикальних [El-Fiky et al., 1997] і горизонтальних рухів [El-Fiky, Kato, 1999; El-Fiky, 2000; Julliette et al., 2006] земної кори в різних регіонах планети. Однак застосування

цього методу для регіону Східної Європи призводить до нестабільних результатів, оскільки побудова необхідних коваріаційних функцій виконується на основі обмеженого набору даних. Стабільніші результати дає пряма апроксимація східної та північної компонент поля бікубічними сплайнами [Марченко та ін., 2005]. На рис. 2 і 3 показано розподіл векторних полів швидкостей, обчислених на основі компонент лінійних швидкостей для рівномірної сітки $15' \times 15'$, отриманих для систем ETRS89 та ITRF2005 відповідно.

Основним підсумком цього етапу ми вважаємо саме результати прогнозу вимірюваних швидкостей V_E і V_N з періодично діючих GPS-пунктів та перманентних GPS-станцій на рівномірну сітку $15' \times 15'$ для системи ITRF2005 (епоха 2005), оскільки напрямки векторів у цій системі дуже добре узгоджуються з відомими моделями тектоніки плит. Рис. 4 та 5 демонструють визначені поля східної та північної складових цих компонент для системи ITRF2005 (епоха 2005). Виміряні поля швидкостей і стали вихідною інформацією для подальшого визначення тензора швидкостей деформацій.

Незважаючи на те, що варіації параметрів деформацій повинні вивчатися у тривимірному просторі, за певних припущень достатньо параметризувати поле швидкостей на поверхні гео-сфери [England, Molnar, 1997].

Таблиця 1

Швидкості координат станцій в регіоні України [мм/рік] (епоха 2005)

№	GPS ID	Назва станції (пункту)	Швидкості координат у системі ITRF2005		Швидкості координат у системі ETRS89	
			V_E	V_N	V_E	V_N
Періодично діючі GPS-пункти						
1	CHER	Чернівці	22.4	13.9	-0.05	0.28
2	KACH	Каховка	23.4	12.1	-0.54	-0.24
3	KIRO	Кіровоград	22.5	14.3	-0.91	1.73
4	MARI	Маріуполь	23.3	11.7	-1.27	0.06
5	ODES	Одеса	23.1	13.4	-0.47	0.60
6	SHEP	Шепетівка	21.8	13.6	-0.40	0.19
7	SUMY	Суми	22.8	12.3	-0.60	0.17
8	VAPN	Вапнярка	23.7	14.3	0.88	1.12
Перманентні GPS-станції						
1	ALCI	Алчевськ	24.3	11.5	-0.19	0.14
2	CNIV	Чернігів	22.4	12.9	-0.21	0.17
3	CRAO	Сімеїз (КрАО)	23.7	12.3	-0.80	-0.02
4	DNMU	Дніпропетровськ	23.4	11.8	-0.46	-0.28
5	EVPA	Євпаторія	23.6	12.8	-0.55	0.33
6	GLSV	Голосіїв	21.9	12.8	-0.86	-0.04
7	KHAR	Харків	22.8	10.0	-0.96	-1.90
8	MIKL	Миколаїв	23.0	12.4	-0.73	-0.25
9	POLV	Полтава	22.2	12.5	-1.34	0.37
10	SHAZ	Шацьк	20.8	13.9	-0.47	-0.01
11	SULP	Політехніка	21.5	14.0	-0.24	0.11
12	UZHL	Ужгород	21.6	13.8	-0.07	-0.33

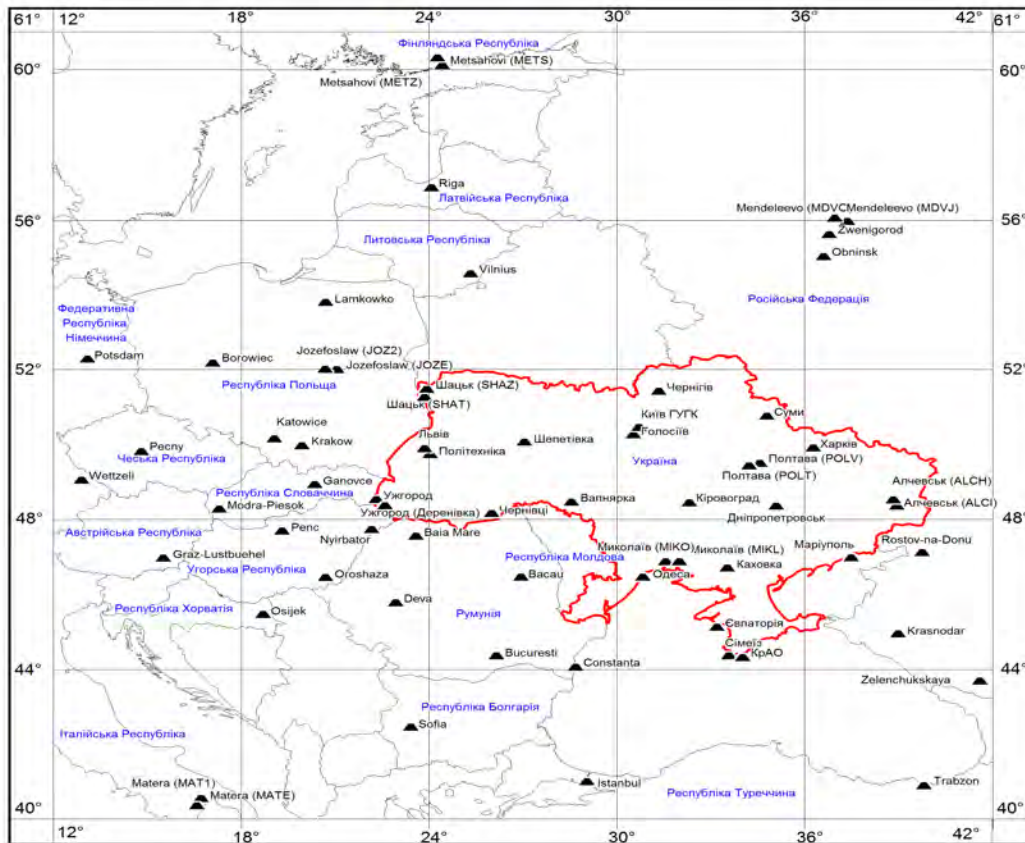


Рис. 1. Карта розташування залучених до опрацювання GPS-станцій України і Центрально-Східної Європи [Висотенко, 2010]

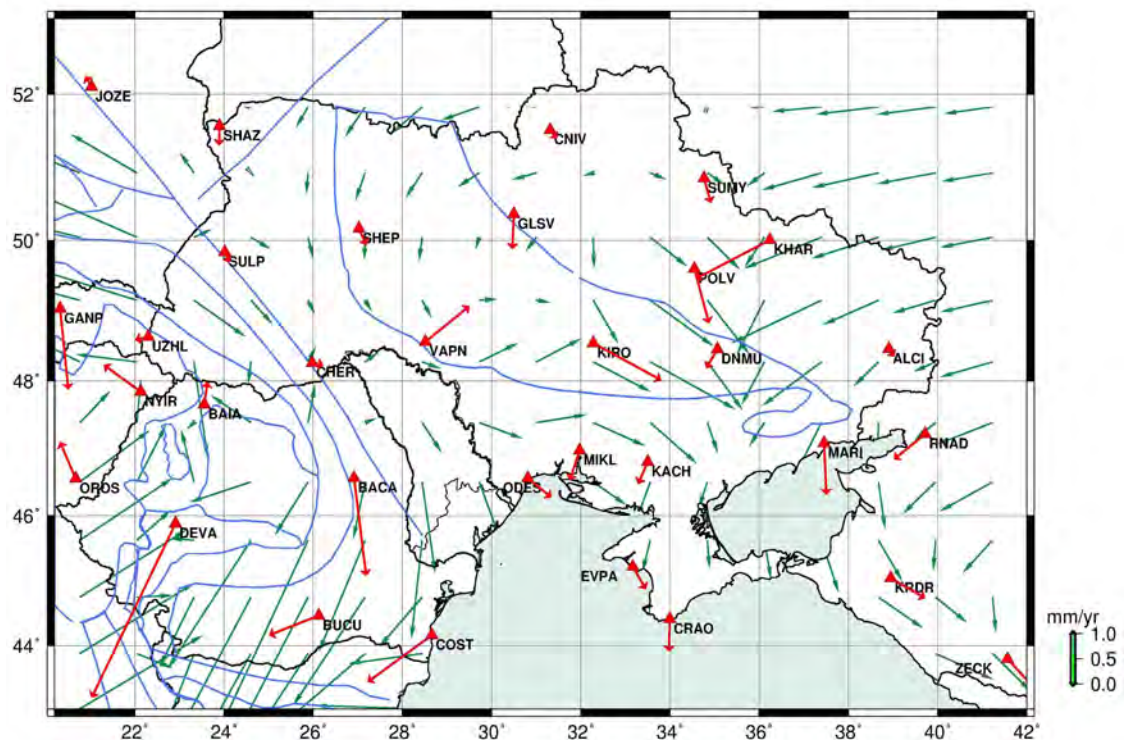


Рис. 2. Поле лінійних швидкостей деформацій регіону України в системі ETRS89 [мм/рік];
(—) – основні геологічні межі та структури

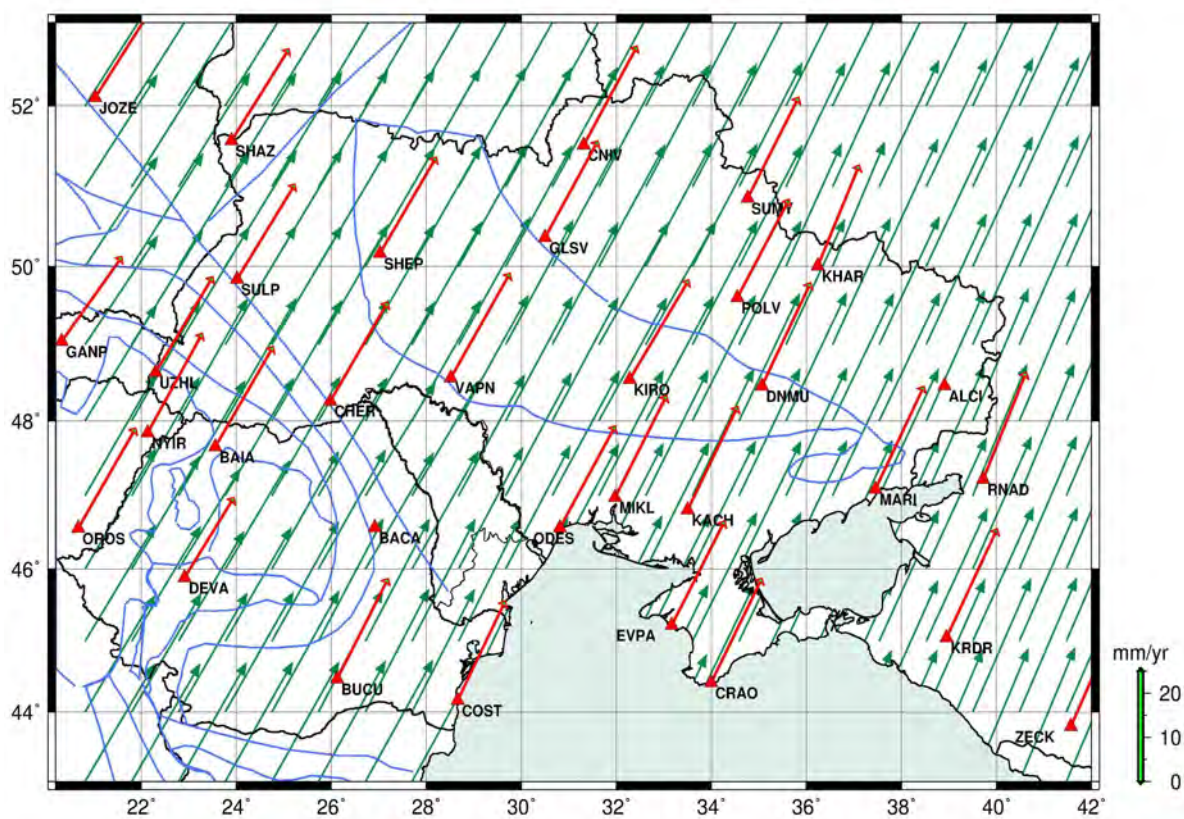


Рис. 3. Поле лінійних швидкостей деформацій регіону України в системі ITRF2005 [мм/рік];
(—) – основні геологічні межі та структури

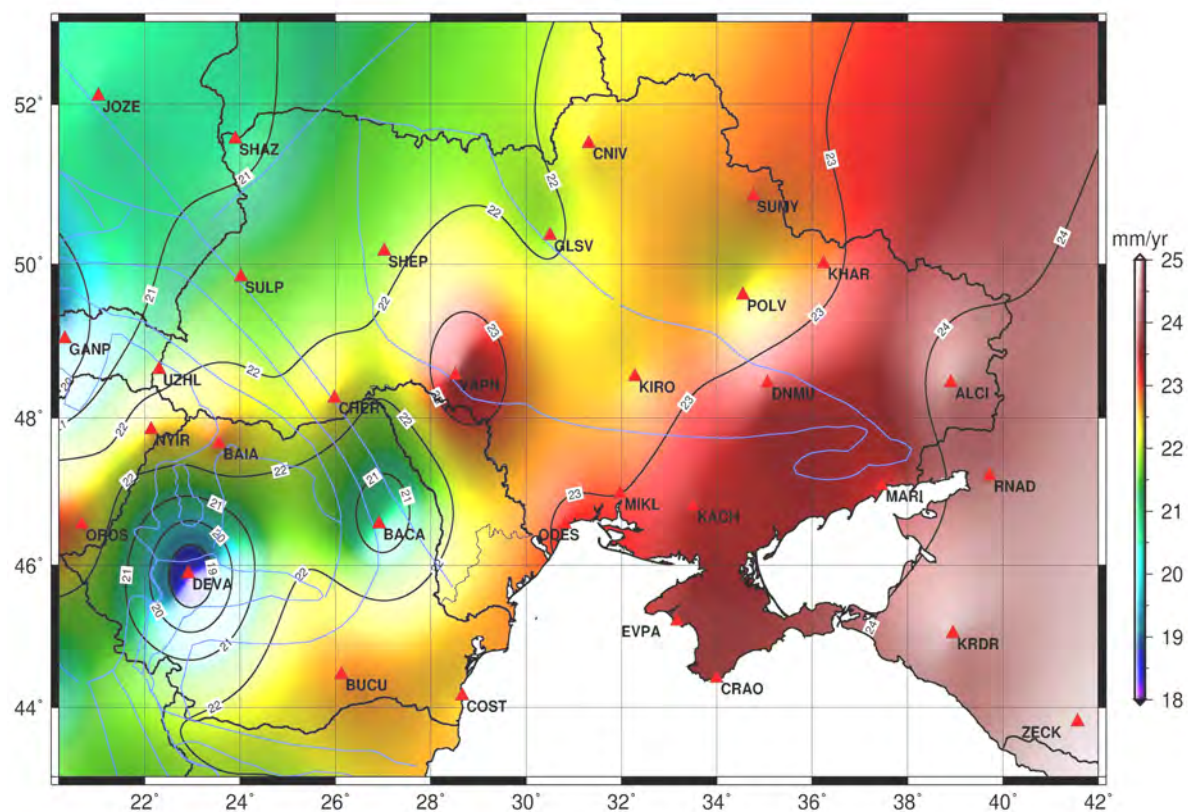


Рис. 4. Східна компонента V_E поля лінійних швидкостей деформацій регіону України у системі ITRF2005 [мм/рік]; (—) – основні геологічні межі та структури

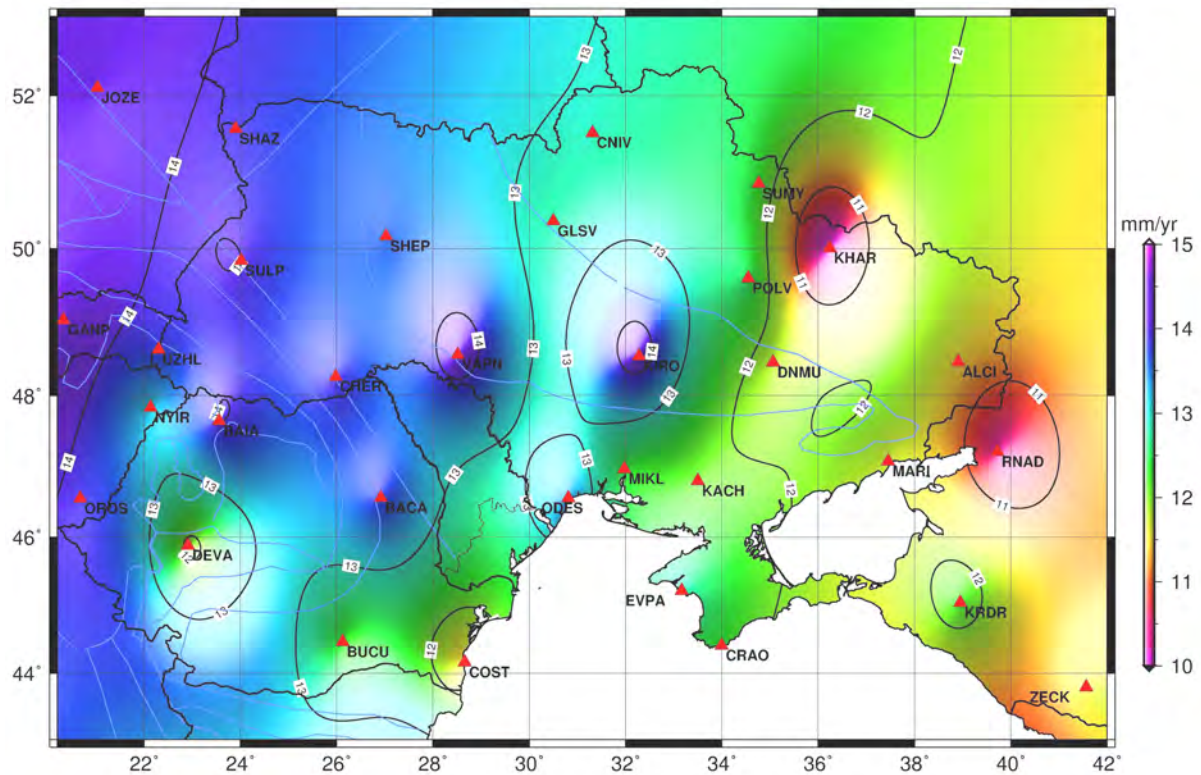


Рис. 5. Північна компонента V_N поля лінійних швидкостей деформацій регіону України у системі ITRF2005 [мм/рік]; (—) – основні геологічні межі та структури

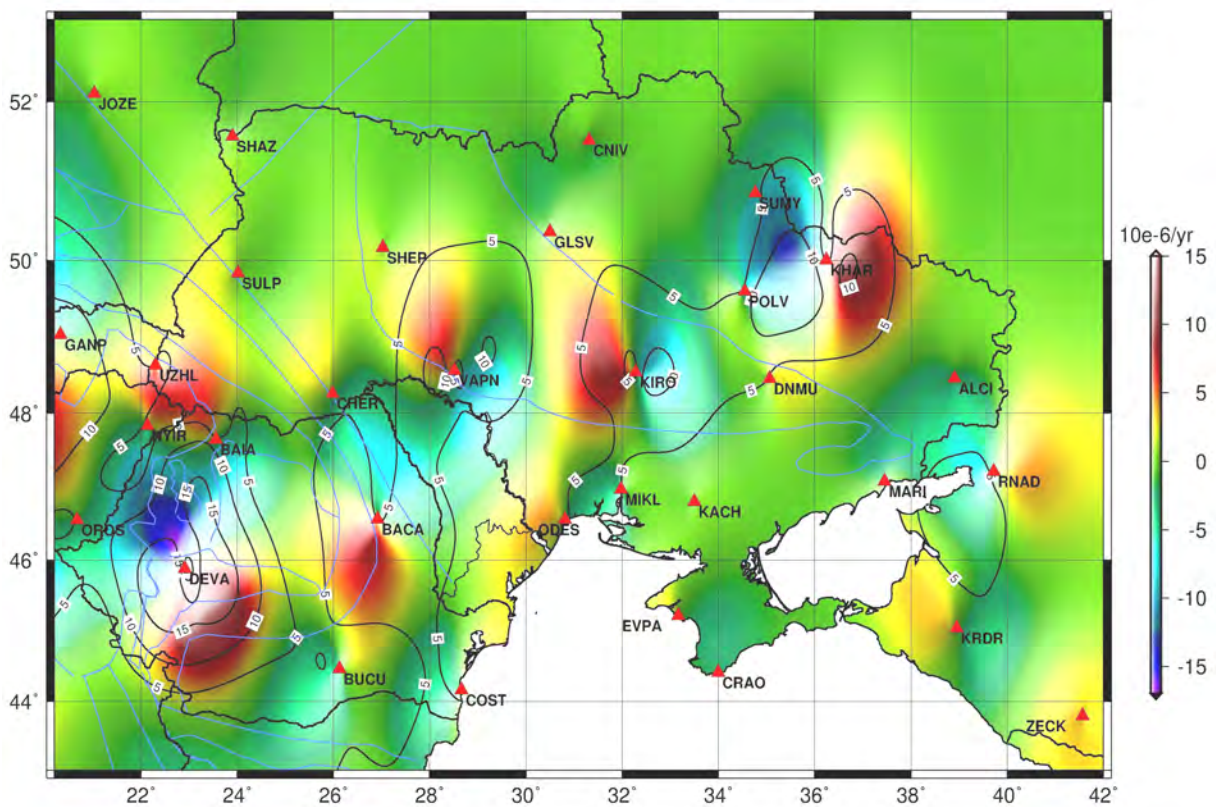


Рис. 6. Компонента $\dot{\omega}$ [10^{-6} /рік] тензора швидкості обертання для регіону України у системі ITRF2005; (—) – основні геологічні межі та структури

Для обчислення елементів тензора швидкості деформацій використовуємо такі формули [Кочин, 1951; Haines, Holt, 1993; Kreemer, 2000]:

$$S_V = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_N}{\partial \varphi} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_N}{\partial \lambda} + \frac{\partial V_E}{\partial \varphi} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_N}{\partial \lambda} + \frac{\partial V_E}{\partial \varphi} \right) & \frac{\partial V_E}{\partial \lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} & \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} \\ \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} & \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} \end{bmatrix},$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} &= \frac{\tilde{n}}{\cos \varphi} \frac{\partial \Omega(\tilde{r})}{\partial \lambda}, \\ \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} &= -\tilde{e} \frac{\partial \Omega(\tilde{r})}{\partial \varphi}, \\ \dot{\epsilon}_{\varphi\lambda} &= \frac{1}{2} \left(\tilde{n} \frac{\partial \Omega(\tilde{r})}{\partial \varphi} - \frac{\tilde{e}}{\cos \varphi} \frac{\partial \Omega(\tilde{r})}{\partial \lambda} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1),$$

нехтуючи в (1) вертикальною компонентою V_r зміни швидкості деформацій, оскільки V_r навіть у випадку її великих змін становить величини порядку ~ 10 мм/рік, що відповідає ~ 2 % від інших членів у формулі (1). Антисиметричний тензор R_V швидкостей обчислюється за такою формулою:

$$R_V = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\omega} \\ -\dot{\omega} & 0 \end{bmatrix} = \dot{\omega} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $\dot{\omega}$ – швидкість обертання регіону, що розглядається як тверде тіло.

Із застосуванням як вихідної інформації східної (рис. 4) та північної (рис. 5) компонент лінійних швидкостей для системи ITRF2005 формули (1) забезпечують визначення елементів тензора $\dot{\epsilon}_{\lambda\lambda}$, $\dot{\epsilon}_{\varphi\varphi}$ і $\dot{\epsilon}_{\varphi\lambda}$ деформацій та компоненти $\dot{\omega}$ тензора швидкості обертання (формула (2)), яка показана на рис. 6.

Розглянемо тепер задачу знаходження власних чисел і власних векторів симетричного тензора – градієнта S_V , поданого виразом (1). Для цього застосуємо вказані нижче співвідношення для приведення тензора S_V у таку форму:

$$S_V = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\chi} - \dot{\gamma}_1 & \dot{\gamma}_2 \\ \dot{\gamma}_2 & \dot{\chi} + \dot{\gamma}_1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\dot{\chi} = (\dot{\epsilon}_{\varphi\varphi} + \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda})/2$, $\dot{\gamma}_1 = \dot{\epsilon}_{\lambda\lambda} - \dot{\epsilon}_{\varphi\varphi}$,

$$\dot{\gamma}_2 = 2\dot{\epsilon}_{\varphi\lambda}, \quad (4)$$

для швидкості середнього розширення (стиску) поверхні регіону $\dot{\chi}$ або швидкості дилатації та компонент $\dot{\gamma}_1$ і $\dot{\gamma}_2$ загальної швидкості зсуву $\dot{\gamma}$ досліджуваного району.

Зрозуміло, що швидкість $\dot{\gamma}$ може бути просто визначеною на основі компонент $\dot{\gamma}_1$ і $\dot{\gamma}_2$:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2}. \quad (5)$$

Отже, представлення тензора у вигляді (3) стає особливо важливим, оскільки дає змогу отримати приведення (1) до діагонального вигляду тензора (3) у найзручнішій формі

$$\Lambda_1 = (\dot{\chi} + \dot{\gamma})/2, \quad \Lambda_2 = (\dot{\chi} - \dot{\gamma})/2, \quad S_V = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Інколи для вивчення поля деформацій використовують ще одну інваріантну характеристику або так званий максимальний зсув $\nu = \Lambda_1 - \Lambda_2$ [Vaníček et al., 2008]. На основі (6) неважко отримати, що $\nu = \dot{\gamma}$, і зауважити, що ці поняття ідентичні у випадку тензора деформацій, який розглядається у двовимірному просторі. Отже, після визначення максимального Λ_1 (рис. 7) і мінімального Λ_2 (рис. 8) власних чисел ми можемо знайти такі найважливіші інваріантні характеристики поля швидкості деформацій, які не залежать від лінійних перетворень вибраної системи координат (повороту та зсуву). По перше, – це швидкість середнього розширення (стиску) поверхні регіону $\dot{\chi}$ (швидкість дилатації), яка показана на рис. 9. Рис. 10 ілюструє швидкість максимального $\nu = \Lambda_1 - \Lambda_2$ або загального зсуву

$\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2}$ (оскільки $\nu = \dot{\gamma}$), яка обчислюється за наявності максимального Λ_1 і мінімального Λ_2 власних чисел.

Висновки

Додатково до перелічених обчислень, що ґрунтувалися на вихідних даних швидкостей в системі ITRF2005 (рис. 3), було проведено такі самі обчислення на основі поля лінійних швидкостей, заданих у системі ETRS89 (рис. 2). Нижче подано тільки отримані результати визначення швидкості дилатації (рис. 11) та швидкості максимального зсуву (рис. 12). Незначні відмінності між рис. 9 і 11 та рис. 10 і 12 зумовлені швидше всього не зовсім постійними різницями (зумовленими рухом літосферних плит) складових швидкостей в регіоні між системами ITRF2005 і ETRS89. Згадаємо, що за формулами (1) елементи тензора швидкостей деформацій обчислюються прямим диференціюванням східної та північної компонент швидкостей, заданих у нашому випадку у системах ITRF2005 і ETRS89, за рахунок чого похідна від сталої частини зникає і тензори деформацій стають фактично незалежними від вибору системи відліку. Зрозуміло, що така ситуація виникає передусім при розташуванні GPS-станцій на одній (у цьому випадку – Євразійській) плиті.

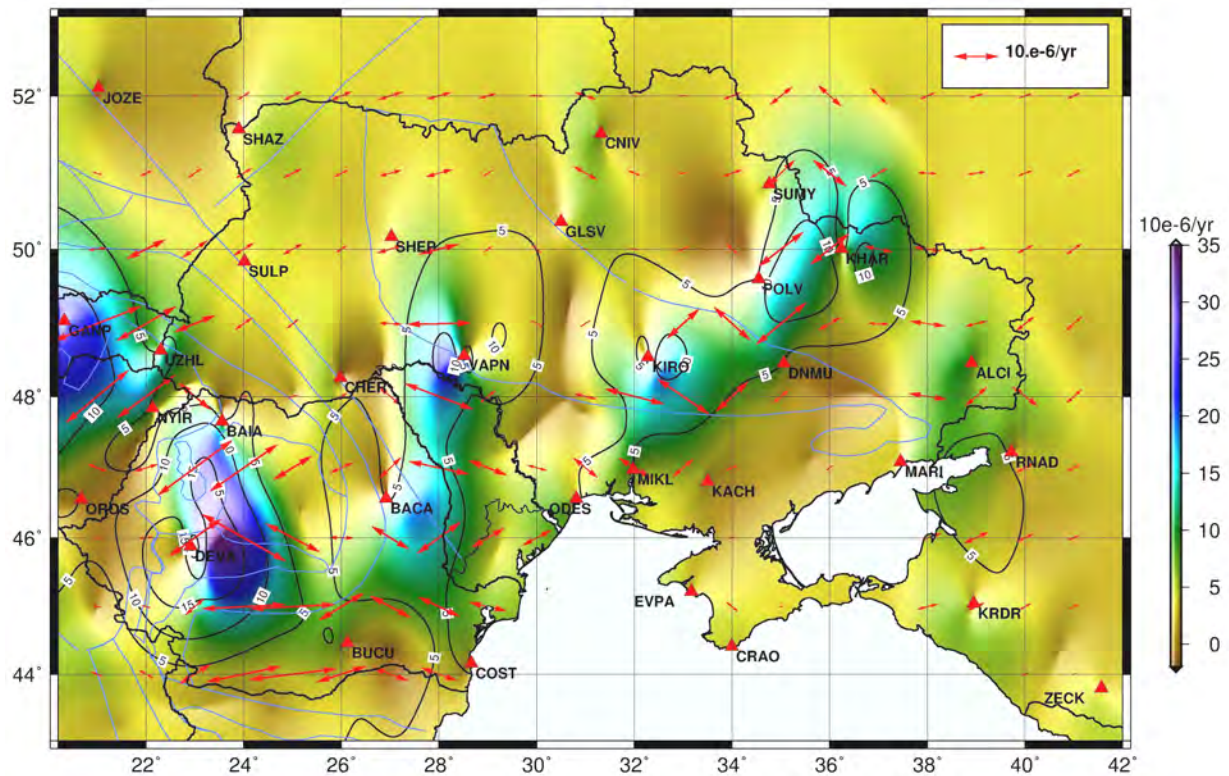


Рис. 7. Максимальне власне число L_1 [$10^6/\text{рік}$] для регіону України (система ITRF2005);

(\leftrightarrow) – напрями і величини власних векторів \bar{L}_1 , які характеризують розширення;

(—) – основні геологічні межі та структури

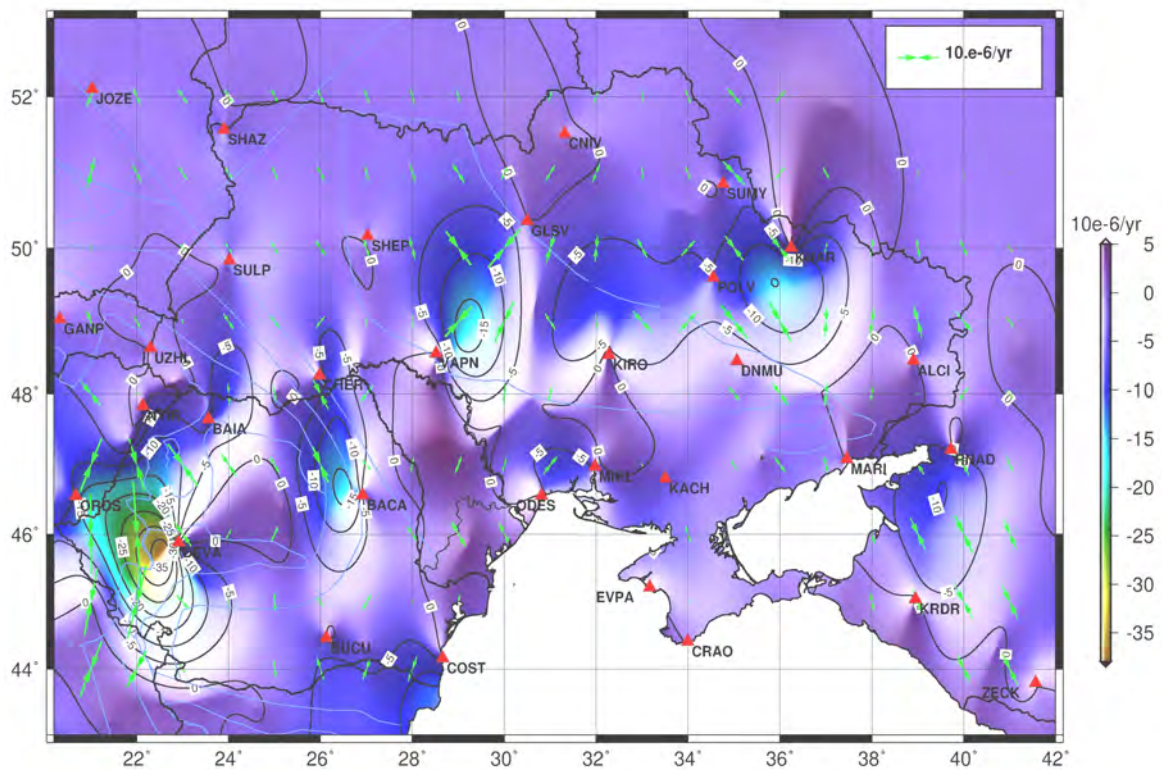


Рис. 8. Мінімальне власне число L_2 [$10^6/\text{рік}$] для регіону України (система ITRF2005);

($\rightarrow\leftarrow$) – напрями і величини власних векторів \bar{L}_2 , які характеризують стиск;

(—) – основні геологічні межі та структури

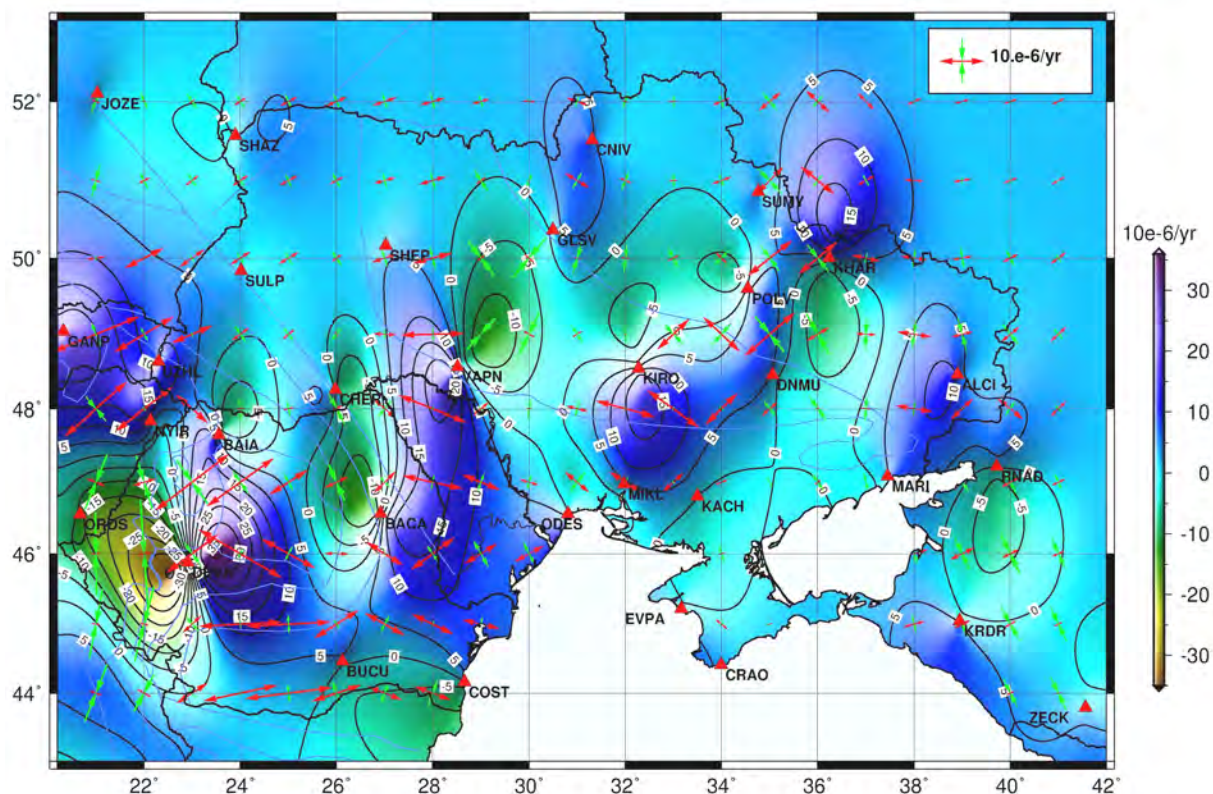


Рис. 9. Швидкість дилатації [$10^{-6}/\text{рік}$] для регіону України (система ITRF2005);
(2) – напрями і величини головних деформацій розширення (\leftrightarrow) і стиску ($\rightarrow\leftarrow$);
(—) – основні геологічні межі та структури

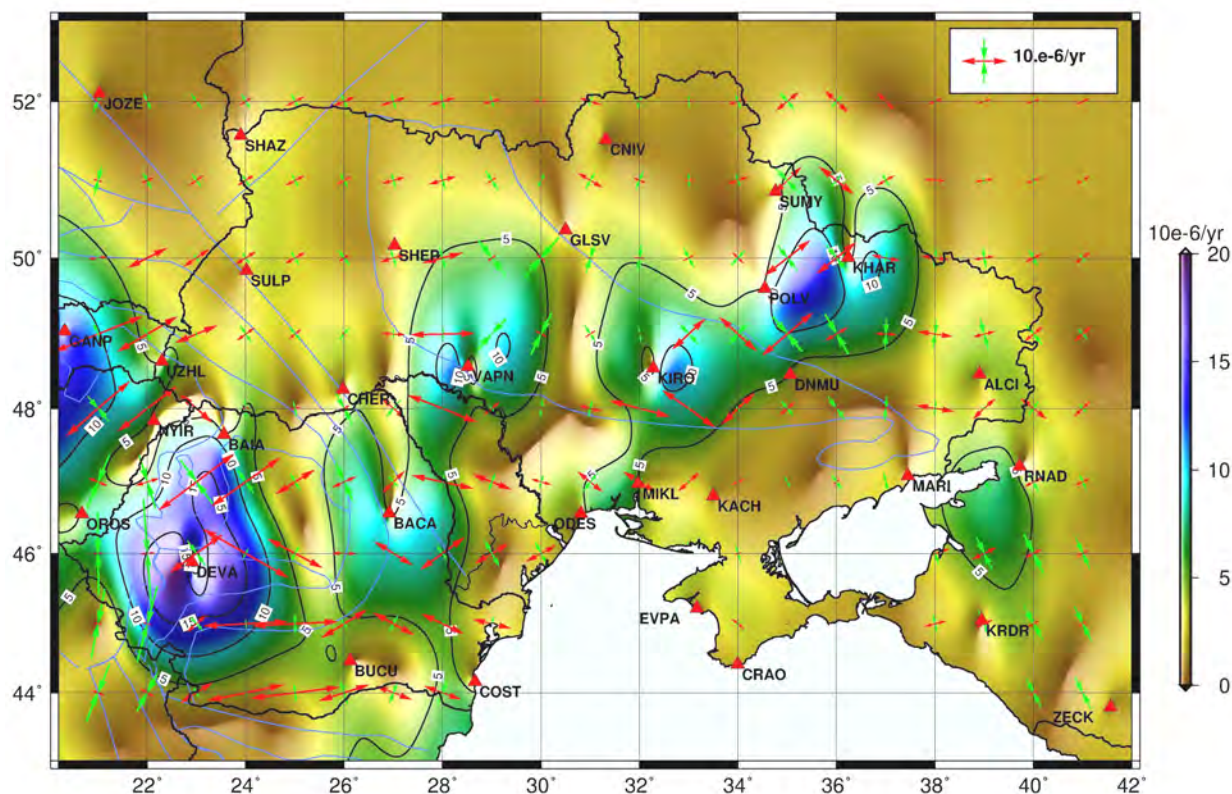


Рис. 10. Швидкість максимального зсуву [$10^{-6}/\text{рік}$] для регіону України (система ITRF2005);
(2) – напрями і величини головних деформацій розширення (\leftrightarrow) і стиску ($\rightarrow\leftarrow$);
(—) – основні геологічні межі та структури

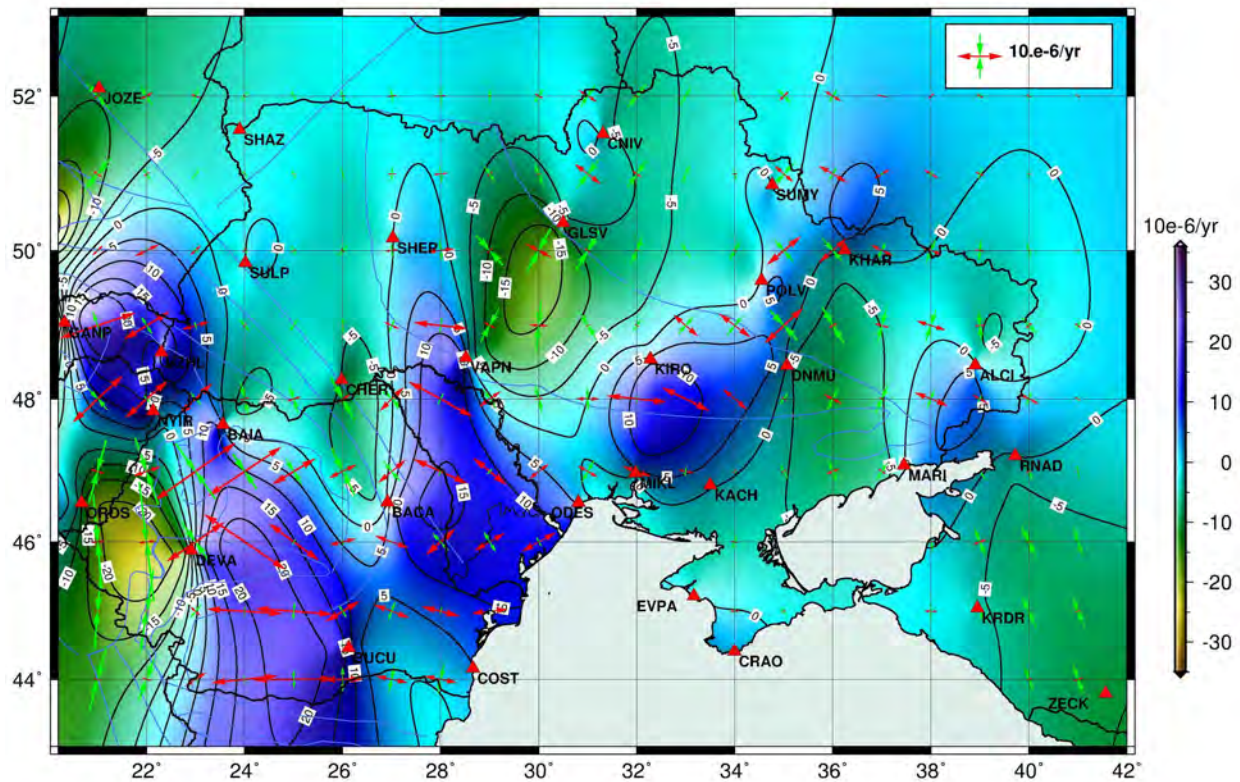


Рис. 11. Швидкість дилатації [$10^{-6}/\text{рік}$] для регіону України (система ETRS89);
(2) – напрямки і величини головних деформацій розширення (\leftrightarrow) і стиску ($\rightarrow\leftarrow$);
(—) – основні геологічні межі та структури

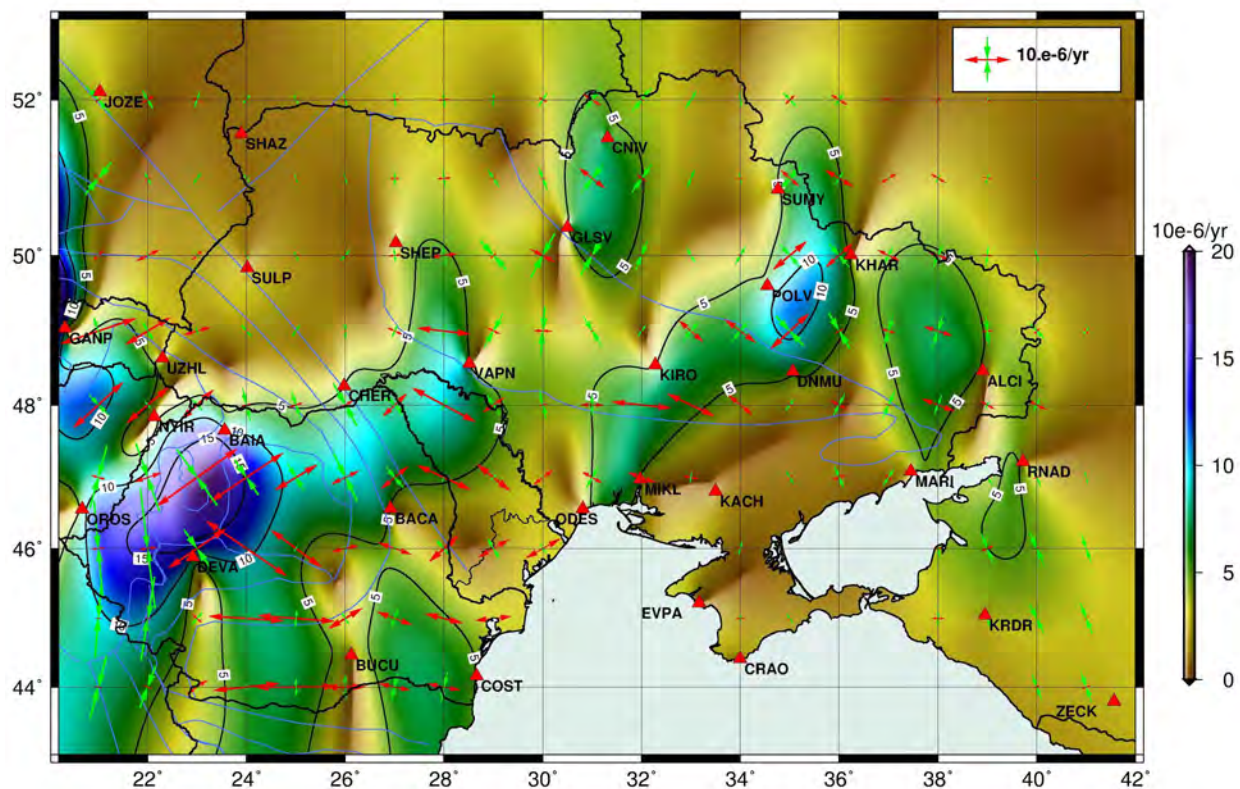


Рис. 12. Швидкість максимального зсуву [$10^{-6}/\text{рік}$] для регіону України (система ETRS89);
(2) – напрямки і величини головних деформацій розширення (\leftrightarrow) і стиску ($\rightarrow\leftarrow$);
(—) – основні геологічні межі та структури

Робота виконана за підтримки ДФФД України, у межах проекту ДБ “Масив” – “Оцінка і прогнозування стану сейсмічної активності карпато-балканського регіону за даними GPS-вимірів”.

Література

- Висотенко Р.О. Визначення швидкостей зміни координат постійно діючих станцій і періодично діючих пунктів УПМ ГНСС за результатами супутникових геодезичних спостережень 1995–2007 років // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 2010. – С. 37–42.
- Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – М: Наука, 1951. – 427 с.
- Марченко О.М., Заяць О.С., Ничвид М.Р. Про двовимірну інтерполяцію трансформант гравітаційного поля модифікованим сплайном Ерміта // Вісн. геодез. та картогр. – Київ. – 2005. – № 4, – С. 6–10.
- Марченко О.М., Третяк К.Р., Серант О.В. Оцінка точності компонент тензора деформації // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів. – 2010. – С. 41–43.
- Bird P. An updated digital model of plate boundaries // *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*. – 2003. – Vol. 4, No 3, art. no. 1027, doi:10.1029/2001GC000252. – P. 1–52.
- DeMets C., Gordon R.G., Argus D.F., Stein S. Current plate motions // *Geophysical Journal International*. – 1990. – Vol. 101. – P. 425–478.
- DeMets C., Gordon R.G., Argus D.F., Stein S. Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal timescale on estimates of current plate motions // *Geophys. Res. Lett.* – 1994. – Vol. 21. – P. 2191–2194.
- El-Fiky G.S. Crustal strains in the Eastern Mediterranean and Middle East as derived from GPS observations // *Bull. Earthq. Res. Inst. Univ.* – Tokyo. – 2000. – Vol. 75. – P. 105–125.
- El-Fiky G.S., Kato T. Continuous distribution of the horizontal strain in the Tohoku district, Japan, deduced from least squares prediction // *Journal of Geodynamics*. – 1999. – Vol. 27. – P. 213–236.
- El-Fiky G.S., Kato T., Fuji Y. Distribution of vertical crustal movement rates in the Tohoku district, Japan, predicted by least-squares collocation // *Journal of Geodesy*. – 1997. – Vol. 71. – P. 213–236.
- England Ph., Molnar P. The field of crustal velocity in Asia calculated from Quaternary rates of slip on faults // *Geophys. J. Int.* – 1997. – 130. – P. 551–582.
- Haines A. J., Holt W. E. A procedure for obtaining the complete horizontal motions within zones of distributed deformation from the inversion of strain rate data // *J. Geophys. Res.* – 1993. – Vol. 98. – P. 12057–12082.
- Heiskanen W.A., Moritz H. *Physical Geodesy*. – W.H. Freeman, San Francisco. – 1967. – 364 p.
- Julliette L., Altamimi Z., Olivier J. Interpolation of the European velocity field using least squares collocation method // Paper presented at the EUREF Symposium 2006. Riga, Latvia, 14–17 June. – 2006.
- Krarup T.A Contribution to the Mathematical Foundation of Physical Geodesy // *Danish Geod. Inst. Public.* – Copenhagen. – 1969. – No 44.
- Kreemer C., Haines J., Holt W., E., Blewitt G., and Lavallee D. On the determination of a global strain rate model // *Earth Planets Space*. – 2000. – Vol. 52. – P. 765–770.
- Marchenko A.N. A note on the eigenvalue – eigenvector problem – In: Kühtreiber N. (Ed.), *Festschrift dedicated to Helmut Moritz on the occasion of his 70th birthday*. Graz University of Technology. – Graz. – 2003. – P. 143–154.
- McCarthy D., Petit G. *IERS Conventions (2003)*, IERS Technical Note No.32, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main. – 2004.
- Minster, J. B., Jordan T. H. Present-day plate motions // *J. Geophys. Res.* – 1978. – 83. – P. 5331–5354.
- Vaníček P., Grafarend E.W., Berber M. *SHORT NOTE: Strain invariants*. *Journal of Geodesy*. – 2008. – Vol. 82. – P. 263–268.

ОЦЕНКА ТЕНЗОРА СКОРОСТЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ ЗЕМНОЙ КОРЫ ПО ДАННЫМ GPS-НАБЛЮДЕНИЙ В ВОСТОЧНОЙ ЕВРОПЕ

А.Н. Марченко, К.Р. Третяк, О.В. Серант, Р.А. Высотенко

Рассчитанные по данным GPS-наблюдений скорости движения GPS-станций были использованы для получения 2D-модели поля скоростей деформаций в Восточной Европе. Изучение скорости поля в регионе было проведено в несколько этапов. Первый включает создание конечно-элементного приближения на геосфере на основе бикубической сплайн функции и метод коллокации для интерполяции неравномерных GPS-данных на регулярные узлы. Второй представляет собой инверсию скоростей от GPS-наблюдений к тензору скоростей деформаций. Для проверки такой подход был применен к обработке данных GPS-наблюдений в Восточной Европе, где такая задача раньше не решалась. Данный регион пока что покрыт не очень густой сетью GPS-наблюдений, но хорошо изучен с геологической и геофизической точек зрения. Используются результаты обработки данных GPS-наблюдений для региона, полученные в Научно-исследовательском институте геодезии и картографии (Київ, Україна). В результате исследований получено и анализируется полное решение на собственные числа и собственные векторы для тензора скоростей деформаций рассматриваемой территории.

Ключевые слова: геодинамика; современные движения земной коры; GPS-наблюдения; тензор скорости деформации; метод коллокации.

**ESTIMATION OF THE EARTH CRUST STRAIN RATE TENSOR
FROM GPS OBSERVATIONS DATA IN THE EASTERN EUROPE**

A.N. Marchenko, K.R. Tretyak, O.V. Serant, R.O. Vysotenko

Estimated from GPS observations velocities of GPS-stations were used to obtain 2D-model velocities and strain rate field in the Eastern Europe. The study of the velocities field in the region was done in a few steps. The first one consists of the development of the finite element approach on the geosphere based on bicubic spline functions and least squares collocation method for the interpolation scattered GPS-data to the regular nodes. The second one represents the inversion of velocities from GPS-observations to the strain rate tensor. In order to test this approach we chose to apply it to an Eastern Europe where such problem was not solved before. This region is not extensively instrumented as yet but it is well studied by a geological and geophysical data. Test is based on derived in the Research Institute of Geodesy and Cartography (Kyiv, Ukraine) solution of GPS-observations data processing for the region. Finally the full eigenvalue/eigenvector solution for deformations velocity tensor of concerned territory is preformed and analyzed.

Key words: geodynamics; modern movements of the earth's crust; GPS-observations; the strain rate tensor; collocation method.

¹*Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів*

Надійшла 10.06.2011

²*Науково дослідний інститут геодезії та картографії, м. Київ*