

## ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФАКТОРА ТЕРТЯ КОВЗАННЯ В ПРОЦЕСАХ НАСУВОУТВОРЕННЯ

### *Вступ*

Тектонічні покриви – типові структурні одиниці для багатьох рухомих поясів, що пройшли етап конвергентного розвитку. Вони наявні в Альпах, Карпатах, каледонідах Скандинавії, Скалистих горах Канади, на Уралі та інших ділянках земної кори. Механізм утворення та динамічні умови їхнього становлення є важливими для пояснення таких геологічних структур і залишаються серед дискусійних питань [1]. Для розуміння розвитку складнодеформованих ділянок кори потрібно вивчати передумови, що існували на час зародження та становлення структурних ансамблів, зокрема, з використанням кількісних характеристик у межах механіки суцільних середовищ [2, 3].

### *Стан проблеми*

Теоретичне пояснення таких важливих факторів виникнення насувних структур, як орієнтація головних напружень, роль крихкого руйнування (згідно з законом критичних станів Кулона–Мора), а також вплив порового тиску рідини, запертої в межах контакту, започатковано в класичних роботах Андерсона (Anderson), Гефнера (Hafner), Губерта і Рабі (Hubbert, Rubey) [1–4]. Сьогодні загальноприйнятою є механічна модель “тонкого штовхаючого клина” (critical taper theory) [2, 5].

Для тектонічного насувоутворення важливими факторами є: 1) переважання латерального стиску над літостатичним тиском; 2) наявність вертикального градієнту напружень, що дає змогу великим товщам порід переміщуватися в горизонтальному напрямі без значної диференціації по товщині (як жорстке ціле); 3) зміна орієнтації осей головних напружень поблизу поверхні з боку прикладеного навантаження; 4) механізм крихкого руйнування порід і орієнтація тріщин сколу під кутом  $\sim 30^\circ$  до напряму мінімального головного напруження (стиску); 5) значне зменшення коефіцієнта тертя в зоні контакту (наприклад, за рахунок наявності обводнених, глинистих прошарків). Разом з тим, наявність тих чи інших особливостей виникнення насувних структур, множинність факторів, що контролюють тектонічні процеси, та потреба інтерпретації нових даних польових досліджень не зменшують актуальності теоретичного вивчення різних аспектів проблеми насувоутворення. Одним з сучасних підходів є комп’ютерна симуляція, зокрема, з використанням методу скінчених елементів [6, 7].

### *Геологічні дані та постановка задачі*

Ми досліджуватимемо неоднорідний напруженний стан та зміну орієнтації головних напружень під час латерального стиску осадової товщі, що проковзує по жорсткому фундаменту. Якщо величина напружень перевищує не тільки границю пружності, але й границю міцності, то, ймовірно, мали б зародитися розривні порушення сколового типу. Отже, за просторовим розподілом зон критичних напружень, а також аналізом траєкторій напружень теоретично можна передбачити морфолого-генетичний тип розривних порушень, їхні розміри та повторюваність.

Метою роботи є з’ясувати залежність напруженого стану гірських порід поблизу горизонту відриву (на контакті з жорстким фундаментом) від величини коефіцієнта тертя та сприятливі умови для розвитку розривних порушень в осадових товщах на ранніх етапах стиску та зародження насувів у підводних умовах. Вказані умови структуроутворення властиві для багатьох орогенних поясів, зокрема, для сегмента сучасних Українських Карпат.

Перші покриви регіону Українських Карпат сформувалися наприкінці ранньокрейдової епохи [8, 9]. У латеральному профілі на цей час з північного сходу на південний захід можна виділити пасивну окраїну Східно-Європейської платформи, яка переходила в підфлішовий фундамент, та осадовий басейн, обмежений з півдня блоком континентальної кори (Мармароський масив). Геотектонічна ситуація визначалася конвергентною взаємодією підфлішового фундаменту та континентального блоку, що зумовлювало насувні дислокації в осадовому виповненні прилеглої частини басейну. Надалі відбувався стиск флішового комплексу і пульсивно-неперервна міграція фронту насувоутворення в бік платформи.

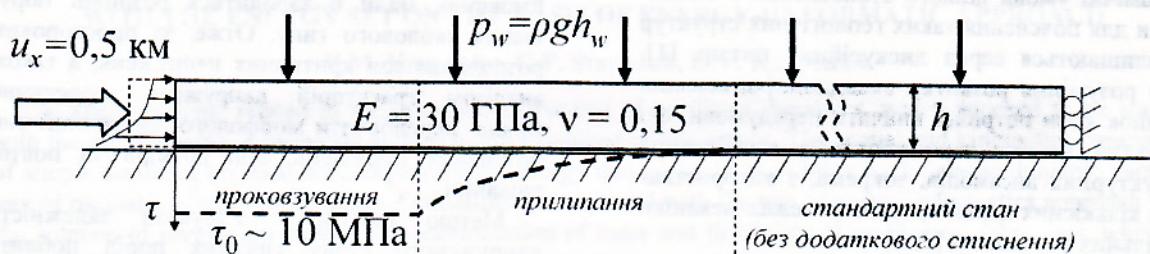
Ми розглядаємо таку модельну задачу. В умовах плоскої деформації тонкий шар товщиною  $h = 1,5$  км, що відповідає відкладам крейдової системи, стискається під дією горизонтальних переміщень лівого торця до 0,5 км з середньою швидкістю 0,5 см/рік (рис. 1). Знизу шар проковзує з тертям по поверхні жорсткого нерухомого фундаменту, а зверху зазнає тиску води, що відповідає глибині  $h_w = 3,5$  км. Праворуч блок обмежений в латеральних рухах, але може незначно потовищуватися (коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0,15$ ). Усередині пружні властивості відповідають флішовим відкладам.

Щодо застосовності отриманих далі резуль-

татів зауважимо, що треба враховувати прийняті тут спрощення та гіпотези:

- латеральний стиск в умовах плоского деформованого стану;
- середня швидкість горизонтальних рухів ~0,5 см/рік;
- ідеалізована геометрія осадової товщі у формі видовженого прямокутника (тонкий шар);
- жорсткий нерухомий горизонтальний фундамент;

- контактний механізм тертя ковзання з урахуванням когезійного зчеплення;
- ізотропні пружні властивості макрошару і відсутність пластичних деформацій (зокрема, повзучості);
- механізм крихкого руйнування порід та орієнтування тріщин сколу під кутом ~30° до напряму мінімального головного напруження (стиску) – згідно із законом критичних станів Кулона–Мора [2, 4].



**Рис. 1.** Модель стиску однорідного пружного шару на горизонтальному фундаменті з урахуванням сил тертя

#### Математична постановка та застосування методу скінченних елементів

Розглянемо блок завдовжки  $L = 60$  км і товщиною  $h = 1,5$  км, що моделює осадові породи, перекриті товщею води глибиною  $h_w = 3,5$  км. Блок зазнає тектонічного стиску і проковзує з тертям на жорсткому фундаменті. Задачу вважатимемо квазістатичною.

У межах плоскої теорії пружності в картезіанській системі координат  $(x, y)$  маємо рівняння рівноваги в напруженнях  $\sigma_{ij}$ :

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = \rho g, \quad (1)$$

(тут  $\rho g$  – вага одиничного об’єму), пружні співвідношення (узагальнений закон Гука)

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}, \quad (2)$$

де введено векторно-матричні позначення:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}\}^T, \quad \{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}\}^T,$$

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$\nu_1 = \nu/(1-\nu)$ , а також співвідношення для малих деформацій  $\varepsilon_{ij}$  і переміщень  $u_i$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \partial u_x / \partial x, \quad \varepsilon_{yy} = \partial u_y / \partial y, \\ \varepsilon_{xy} &= (\partial u_x / \partial y + \partial u_y / \partial x) / 2, \end{aligned} \quad (4)$$

Пружні властивості прямокутного блока вважатимемо однорідними та ізотропними, з модулем Юнга  $E = 30$  ГПа та коефіцієнтом Пуассона

$\nu = 0,15$ . Усереднена густина порід  $\rho = 2500$  кг/м<sup>3</sup>.

Існування та єдиність розв’язку задачі (1)–(4) забезпечують коректні граничні умови (див. рис. 1):

- зверху – тиск стовпа рідини на глибині  $h_w$

$$p_w = \rho_w g h_w = 35 \text{ (МПа)}; \quad (5)$$

- праворуч – фікований у (тільки) горизонтальному напрямку край

$$u_x = 0 \text{ (км)}; \quad (6)$$

- ліворуч – загальний стиск до 5 км за час 100 тисяч років

$$u_x^0 = 0,5 \text{ (км)}, \quad (7)$$

з боків і зверху також відсутні дотичні напруження  $\sigma_{xy} = 0$ , що доповнює умови (5)–(7).

- знизу – умови тертя ковзання на жорсткому фундаменті з урахуванням когезійної міцності контакту та реакції “проміжного” шару

$$\tau = \tau_0 + \mu |\sigma_n|, \quad (8)$$

де  $\sigma_n$ ,  $\tau$  – нормальне та дотичні контактні напруження,  $\mu$  – коефіцієнт тертя,  $\tau_0$  – когезійна міцність контакту (прийнято  $\tau_0 = 10$  МПа). Оскільки контакт осадової товщі та фундаменту реально відбувається через проміжний шар з суттєво іншими механічними властивостями (це можуть бути зруйновані, перемелені породи, глинисті наводнені прошарки тощо), то у межах прийнятої гіпотези абсолютно жорсткого фундаменту можна вважати, що віртуальний проміжний шар сприймає (компенсує) ту частину

ну навантаження, яку створює рівносторонній стиск  $p$ . Отже, зменшується дотичне напруження, необхідне для проковзування блока по фундаменту, що є сприятливою обставиною для утворення горизонту відриву і розвитку насувів. Умова контакту (8) виконуються, якщо  $\sigma_n$  є напруженням стиску і  $\sigma_n - p > 0$ , інакше  $\tau = \tau_0$ . Формально цей же результат отримаємо, якщо покласти  $\mu = 0$ , що пояснює спостережену близькість числових результатів, наприклад, для  $\mu = 0$  і  $\mu = 0,8$  і якісну відмінність для  $\mu = 0$  та  $\mu = 0,01$ .

Співвідношення (8) є важливою особливістю моделі, що описує контактну взаємодію осадової товщі з горизонтальним фундаментом (горизонт відриву) з урахуванням кулонівського тертя. Така задача є нелінійною, і для її розв'язування треба використовувати ітераційні процедури, розділивши загальний стиск (7) на достатньо дрібні кроки. Вибрано кроків навантаження – 100, що для середньої швидкості горизонтальних рухів 0,5 см/рік визначає проміжок часу 100 тисяч років, тобто один крок навантаження відповідає стиску з лівого торця товщі на 5 м за тисячу років. Тут час є просто масштабним параметром навантаження і явно не входить у розрахункові співвідношення.

Для розв'язування задачі (1)–(8) застосовуємо метод скінчених елементів у формі переміщень [3, 10]. Побудовано еквівалентну варіаційну постановку, що дає вираз для мінімуму функціонала повної потенціальної енергії

$$\int_V \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV - 2 \int_V \rho g u_y dV - 2 \int_{S_L} p(u_x - u_x^0) dS - 2 \int_{S_T} p_w u_y dS + I_c \rightarrow \min,$$

$$\text{де } I_c = -2 \int_{S_B} \tau([u_x] - u_x^B) + \sigma_n u_y^B dS -$$

доданок, що враховує узагальненим методом множників Лагранжа умови тертя ковзання (8), а  $(u_x^B, u_y^B)$  – вектор переміщень на нижній (контактній) поверхні,  $[u_x]$  – зміщення між фундаментом та товщою порід (у початковий момент вважаємо, що він дорівнює нулю). Інтегрування виконуємо по прямокутній області  $V = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 60, -3,5 \leq y \leq -5\}$ , яку займають осадові породи,  $S_i, i \in \{L, T, B\}$  – відповідно ліва ( $L$ ), верхня ( $T$ ) чи нижня ( $B$ ) сторони блока  $V$ . Розв'язок у переміщеннях шукатимемо в класі функцій, що задовільняють головні граничні умови (6).

У зв'язку з нелінійністю задачі (9) використовуємо покрокову процедуру рівноважних ітерацій методу “додаткових напружень” [10] для мінімізації цього функціонала:

$$\begin{aligned} & \int_V \{\delta\varepsilon\}^T [D] \{\delta d\varepsilon\} dV + \int_V \{\sigma_0\}^T [D] \{\delta d\varepsilon\} dV - \\ & - \int_{S_L} \sigma_{xx} \delta d(u_x^0 - u_x) dS + 0,5 \delta I_c = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

де  $\{\sigma_0\}$  – “початкові” напруження з попереднього кроку часу (навантаження, стиск),  $d(\dots)$  – достатньо малий приріст (диференціал) на активному кроці, а  $\delta(\dots)$  – варіація вказаних величин. Треба зазначити, що сила гравітації й тиск води зверху, на відміну від кінематичного стиску, залишаються незмінними на усіх кроках навантаження. Вони прикладаються на додатковому (першому) кроці повністю, а тому їх немає серед приростів у рівнянні (10).

Скінченно-елементні апроксимації для переміщень зводять варіаційне рівняння (10) до розрідженої системи лінійних алгебраїчних рівнянь з симетричною додатно-визначену матрицею (одна для усіх кроків), правою частиною, що залежить від розв'язку у попередній момент часу (крок навантаження). Ефективну реалізацію алгоритму з використанням ідей об'єктно-орієнтованого програмування запропоновано в роботі [11].

Зазначимо, що у зв'язку з прийнятою гіпотезою абсолютно жорсткого нерухомого фундаменту явище нестійкості стисненого блока не розглядається.

### Методика опрацювання числових результатів

У результаті розв'язування методом скінчених елементів математичної задачі (10) на кожному кроці навантаження ми отримуємо значення переміщень у вузлах розбиття, за якими з допомогою співвідношень (3), (4) знаходимо деформації та напруження. Для аналізу складного напруженого стану зручно також використовувати еквівалентні напруження (або інтенсивності напружень)

$$\sigma_{eqv} = \sigma_i = \sqrt{3} \sqrt{I_2(D_\sigma)}, \quad (11)$$

де  $I_2(D_\sigma)$  – другий інваріант девіатора напружень. У загальній покомпонентній формулі

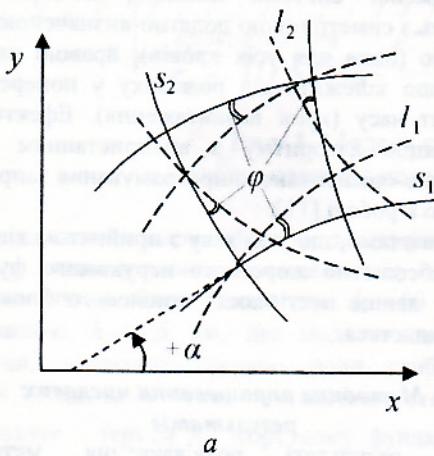
$$\sigma_{eqv} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz}) + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx}) + 6(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2)]^{1/2}$$

треба врахувати умови плоскої деформації:  $\sigma_{yz} = \sigma_{xz} = 0$ ,  $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ . Ці напруження  $\sigma_{eqv}$  пов'язані з критерієм початку пластичності Мізеса, а для крихких матеріалів, відповідно, з початком руйнування. Тому достатньо велике значення  $\sigma_{eqv}$  є одним з критеріїв для визначення можливого руйнування, а, отже, зародження насувів. Зазначимо, що критичне напруження руйнування флішових

товщ (які є ритмічним перешаруванням пісковиків, алевролітів та аргілітів) залежить від багатьох факторів, зокрема, від їхнього складу, глибин залягання або всестороннього тиску, обводненості тощо. Можна вважати, що характерна величина  $\sigma_{eq}$  для руйнування дорівнює 100 МПа (для порівняння, сталь Ст. 3 має границю пружності і міцності відповідно 240 і 380 МПа в звичайних умовах експлуатації).

Іншим важливим чинником утворення та орієнтації розломних поверхонь, по яких розвиваються насуви, є орієнтація головних напружень (рис. 2) [3]. Кут  $\alpha$  можна визначити за формулою

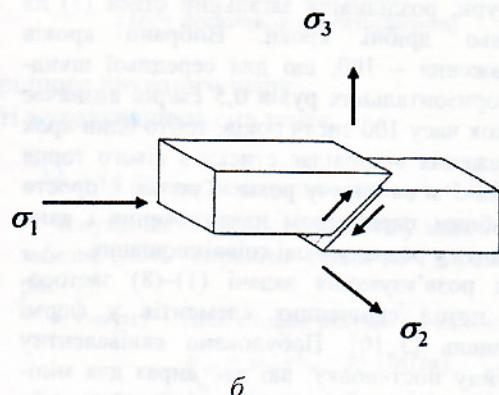
$$\operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg} 2(\alpha + \pi/2) = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2\tau_{xy}}. \quad (12)$$



a

Знаючи орієнтацію головних напружень у вузлах, можна побудувати траекторії головних напружень, які є дотичними до головних напружень у кожній своїй точці, а також лінії ковзання, що становлять кут  $\varphi \leq 45^\circ$  з траекторіями головних напружень. Кут  $\varphi$  – кут внутрішнього тертя, його середнє значення  $\varphi = 30^\circ$ . Згідно з теорією граничних напружених станів (Мора) вздовж цих ліній в зонах руйнування ймовірним є розвиток насувних дислокацій [2, 4].

Зазначимо, що траекторії напружень та лінії ковзання побудовано програмним способом, шляхом зведення до задачі побудови ізоліній деякої потенціальної поверхні.



б

**Рис. 2.** Орієнтація траекторій головних напружень  $s_1$  і  $s_2$  та ліній ковзання  $l_1$  і  $l_2$  (а); механізм утворення насувних структур по поверхнях (можливого) сколювання (б), де  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ , причому  $\sigma_1$  – найбільше напруження стиску

#### Загальне обговорення моделей з різними коефіцієнтами тертя

Виконано числове моделювання для ряду значень коефіцієнта тертя  $\mu \in \{0,01; 0,1; 0,3; 0,5; 0,6; 0,8; 1,0; 1,15\}$  та додатково для деяких значень у діапазоні 0,5–0,64. Відповідно у кожній із задач (для фіксованого  $\mu$ ) для аналізу вибрано кроки  $t = 10, 30, 50$  і  $100$  (тис. років), що відповідає послідовному стиску блока на 50, 150, 250 і 500 м.

Стиск в часі представляє перервно-пульсаційний процес, для якого характерним є цикл пружного накопичення напружень (у зоні прилипання), потім майже миттєве їхнє розвантаження (внаслідок землетрусу) з одночасним взаємним зміщенням поверхонь, а далі відбувається зупинка подальшого руху внаслідок сил тертя, після чого цикл повторюється [2]. Інші фактори нелінійності (пластична деформація) чи різні значення вздовж контакту тощо) могли б стати предметом подальших досліджень.

У загальних рисах процес стиску, де домінує вплив горизонтального напруження  $\sigma_x$ , виглядає так:

- $\sigma_x$  майже лінійно спадає у міру віддалення від краю, де прикладено навантаження (лівий торець);
- градієнт  $\sigma_x$  з глибиною зростає нелінійно (стиск збільшується), що необхідно для того, щоб (ліва) стінка залишалася строго вертикально (див. рис. 1). У нижній частині товщі напруження стиску  $\sigma_x$  зростає швидше ніж за лінійним законом і на рівні горизонту відриву ( $h = 4$  км) перевищує більше ніж удвічі величину, визначену за лінійним законом, що передбачає стандартний напруженій стан, зумовлений літостатистичним тиском порід на заданій глибині [1, 2, 4];
- сили тертя сповільнюють рух нижньої частини товщі порід, що призводить до локаль-

ної зміни орієнтації головних осей напружень (рис. 3).

- фронт між зоною проковзування і зоною прилипання (див. рис. 1) з наростианням навантаження (зміщенням лівого краю до 0,5 км) переміщується праворуч. В зоні проковзування  $\tau \approx \tau_0$ , а в зоні прилипання напруження  $\tau$  нелінійно і монотонно зменшується до нуля. Швидкість поширення фронту залежить від коефіцієнта тертя – чим менше  $\mu$ , тим легше відбувається зрив товщі, і швидкість фронту тоді буде більшою. В зоні прилипання  $\tau$  загасає на відрізку тим більшому, чим менший коефіцієнт тертя. Передове положення фронту проковзування визначає фактичну зону активного стиску, тому для того ж самого кінематичного навантаження  $u_x$  на лівому краї (або, можна вважати, часового параметра) напруження стиску  $\sigma_{xx}$  в цій зоні будуть більші для великих  $\mu$ , оскільки зона проковзування коротша.

З тестовою метою пораховано також аналогічну задачу без контакту, з кінематичним та силовими умовами стиску, заданими на лівому краї. У випадку силових умов ми задавали зміну напруження  $\sigma_{xx}$  з глибиною за лінійним законом, що відповідає стандартному стану

$$\sigma_{xx} = p_w + \rho g(h - h_w),$$

де  $p_w = \rho_w g h_w = 35$  МПа – тиск стовпа рідини зверху над осадовою товщою.

Для силових умов стиску отримано розподіл напруження, аналогічний як у задачі Гафнера (Hafner) [1, 4], а кінематичне навантаження  $u_x = 0,5$  км/(100 тис. років) у цьому випадку дає числовий розв'язок, що відповідає закритичним навантаженням. Фактично тоді отримано напружений стан, однорідний в усій області, окрім зони сингулярності, де напружений стан значно вищий від сусідніх ділянок – так ніби об'єм (площа перетину) виродилися (стиснулися) в лінію.

Аналогічно контактна задача з кінематичним навантаженням, значеннями  $\mu = 0$  і  $\tau_0 = 0$  теж дає вироджений розв'язок – відповідає закритичним навантаженням, а за умови  $\tau_0 = 10$  МПа маємо вже невироджений розв'язок. Однак за характером поширення фронту зони проковзування він відрізняється від результатів задач з близькими малими значеннями  $\mu = 0,1$  чи  $\mu = 0,01$ , як це було зауважено вище в поясненні до умов контакту (8). Водночас, на відміну від великих  $\mu$ , в зоні залипання накопичення напружень  $\tau$  відбувається на ділянці більшої протяжності. Очевидно, такі специфічні параметри контакту важливі тільки для тестування програмного забезпечення, а тому далі не аналізуються.

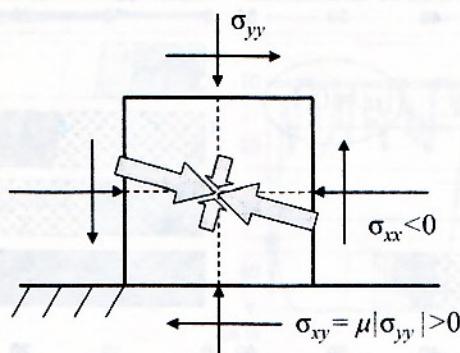


Рис. 3. Схема переорієнтації осей головних напружень поблизу контактної поверхні (горизонт відриву)

#### Аналіз компонент напруженого стану в блоці

Найперше відзначимо значну неоднорідність напруженого стану стиснутого блока як по вертикалі, так і в горизонтальному напрямі, зокрема, виділимо фронтальну зону між лівою, стисненою частиною і тектонічно неактивною правою частиною, що зазнає тільки гравітаційного навантаження (стандартний напруженний стан). Локальна концентрація напружень з боку прикладених сил стиску є необхідним фактором,

що сприяє складним структурним перебудовам, таким як утворення складок та зародження розривних порушень. Домінуючим є напруження горизонтального стиску  $\sigma_{xx}$ , які в деформованій лівій частині загасають за лінійним законом до значення  $\nu/(1-\nu)\sigma_{yy}$  на відповідній глибині [12], де  $\sigma_{yy} = p_w + \rho gh$  (у нашій моделі це значення, наприклад, для

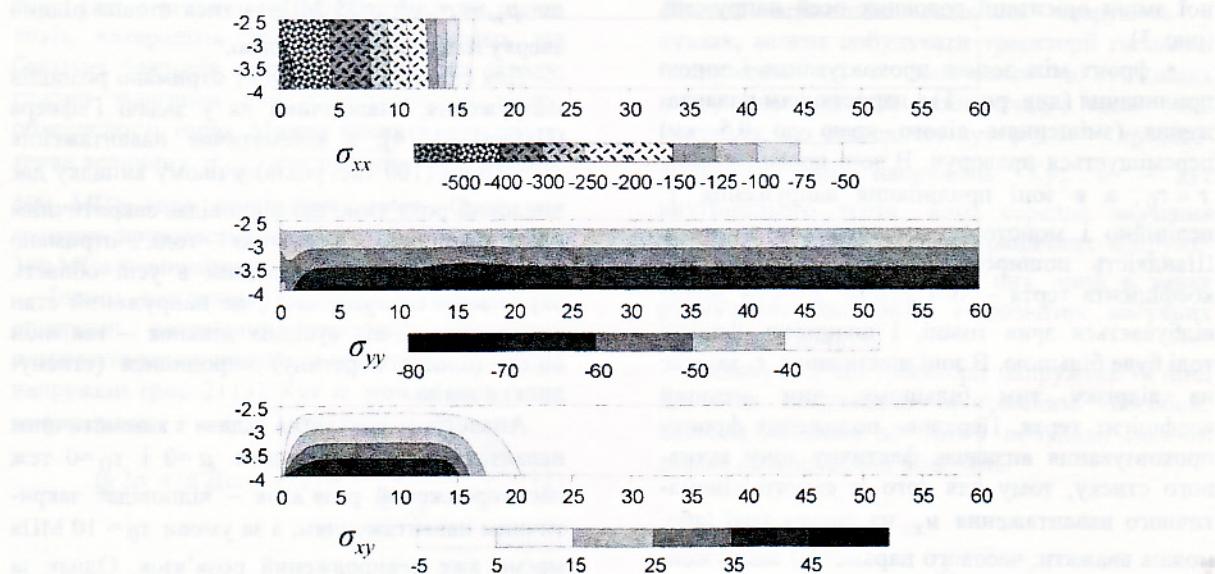


Рис. 4. Ізолінії (в МПа) компонент напружень  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  та  $\sigma_{xy}$  для  $\mu = 0,5$  і  $u_x = 150$  м

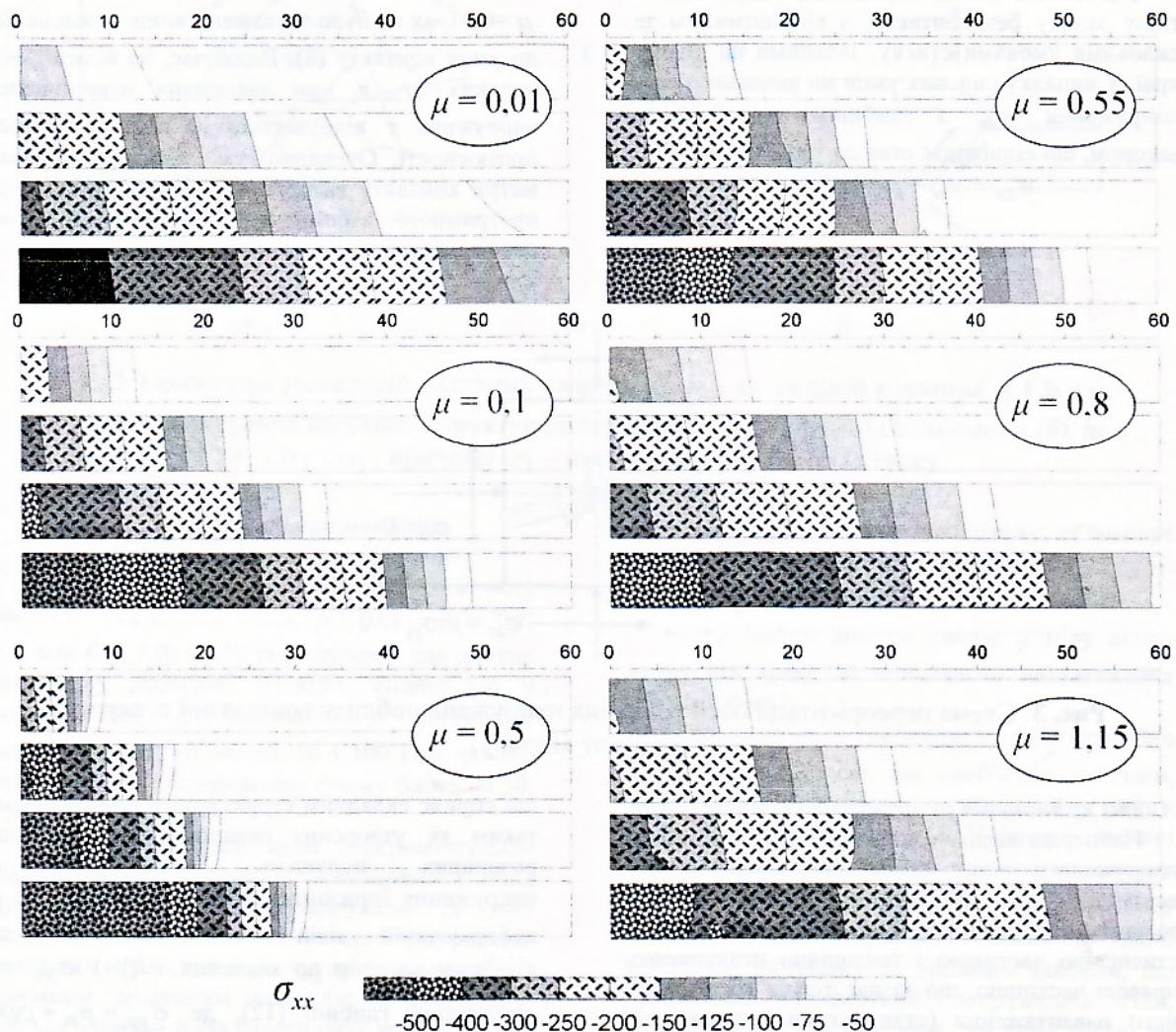


Рис. 5. Розподіл напружень  $\sigma_{xx}$  (в МПа) для моделей з різними коефіцієнтами тертя  $\mu$  і послідовності з чотирьох кроків навантаження  $t = 10, 30, 50, 100$  (відповідає стиску на 50, 150, 250 і 500 м). Вертикальний масштаб у чотири рази більший за горизонтальний

$y = 3$  км дорівнює  $\sim 10$  МПа). Вертикальні напруження  $\sigma_{yy}$  відповідають стандартному стану і практично не змінюються; дещо підвищені значення вертикального стиску наявні над фронтом відриву. Дотичні напруження відносно незначні і концентруються поблизу контакту у зоні проковзування.

Характерний вигляд ізоліній компонент напружень показано на рис. 4, а “динаміку” стиску (на прикладі кількох кроків навантаження) для різних коефіцієнтів тертя  $\mu$  можна простежити за зміною поля напружень  $\sigma_{xx}$  на рис. 5. Зауважимо, що для більших  $\mu$  ізолінії  $\sigma_{xx}$  розташовані густіше, тобто в фронтальній зоні маємо більші градієнти напружень. Великі напруження стиску для  $\mu = 0,5$  досягаються вже на ранніх етапах ( $u_x = 150$  м або крок навантаження  $t = 30$ ), що сприяє початку сколювання. Для малих значень коефіцієнта тертя  $\mu \leq 0,1$  спостерігаємо “запізнення” зони великих стисків  $\sigma_{xx}$  відносно фронтальної зони.

#### Аналіз дотичних контактних напруженень

На основі аналізу числових результатів для різних коефіцієнтів тертя з діапазону

$\mu \in (0,01 - 1,15)$  за характером дотичних контактних напружень  $\tau$  виділено три інтервали значень: 1) малих  $\mu \in (0,01 - 0,5)$ ; 2) середніх  $\mu \in (0,5 - 0,64)$ ; 3) великих  $\mu \in (0,64 - 0,8)$  і дуже великих  $\mu \in (0,8 - 1,15)$ . На рис. 6 показано дотичні контактні напруження для різних етапів стиску, що можна інтерпретувати як зміни в часі, тобто як відображення динаміки геологічного процесу.

В інтервалі малих значень  $\mu$  напруження  $\tau$  накопичуються на значній території (захоплюють більшу ділянку). Зона пружних зміщень на kontaktі, що моделюють накопичення  $\tau$ , значна і охоплює майже всю область.

Інтервал середніх значень  $\mu$  ділиться ще на два: 0,51–0,56 і 0,57–0,64. У першому підінтервалі виявлено ефект чергування зон прилипання та проковзування позаду фронту активного стиску. Для другого підінтервалу характерними є сингулярність поблизу кутової точки (ліворуч нижня), що пов’язано з перерозподілом напружень, необхідних для початку зриву, та зменшення дотичних контактних напружень до величини когезійного зчеплення  $\tau_0 = 10$  МПа. Згідно з умовою (8) випливає, що всесторонній тиск на kontaktі з жорстким фундаментом перевищив нормальнє контактне напруження  $\sigma_n \leq p$ .

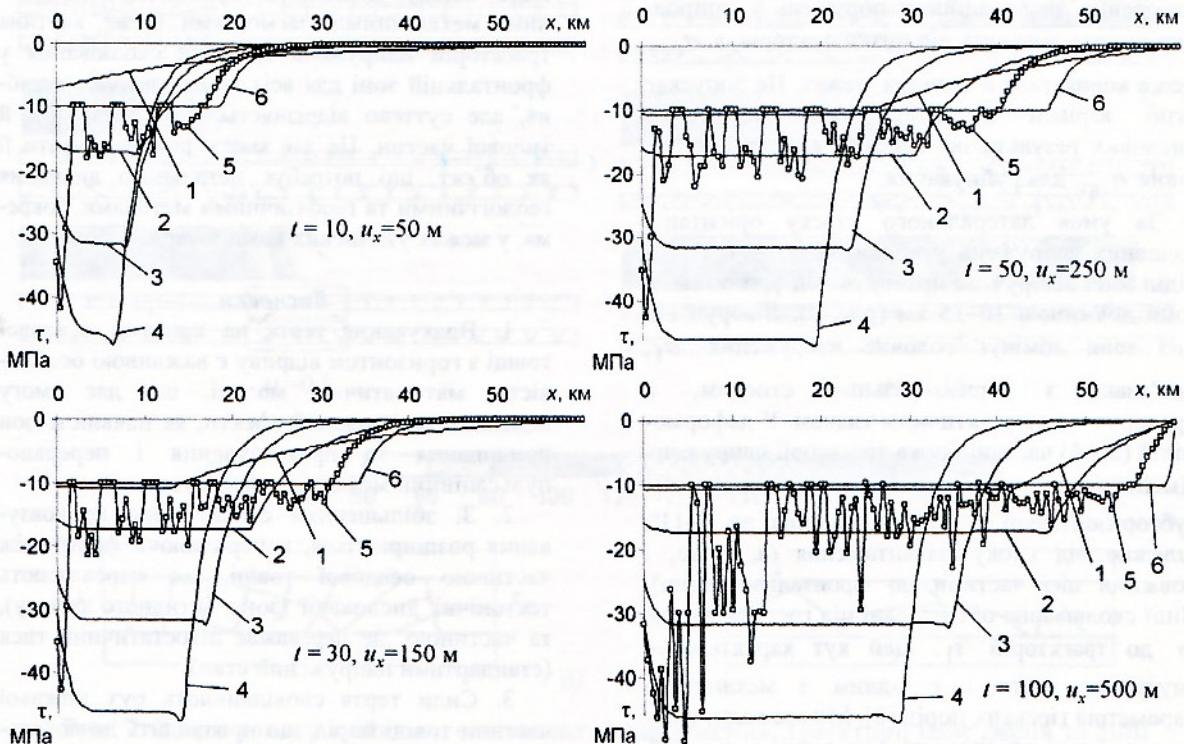


Рис. 6. Дотичні контактні напруження для стиску блока на 50, 150, 250 і 500 м.

Цифри біля графіків (1–6) відповідають різним значенням коефіцієнта тертя:  
0,01; 0,1; 0,3; 0,5; 0,55 і 0,8

В інтервалі великих коефіцієнтів тертя  $\mu$ , де сили тертя сильніше протидіють переміщенню прилеглих до контакту горизонтальних шарів, фронт зони проковзування затримується, а ділянка накопичення  $\tau$  в зоні прилипання коротша. Отже, на деякій віддалі від фронту товща фактично взагалі не стискується, і  $\tau$  прямує до нуля.

Інтервал дуже великих коефіцієнтів тертя характеризується фактично такими ж напруженнями  $\tau$ , як і для  $\mu=0,8$ , а виокремлення цього діапазону пов'язане з моделюванням нерівностей поверхні зrivу, які повинні бути подолані товщою, що проковзує. Зауважимо, що експериментально визначене значення  $\mu$  за умов сухого тертя для гірських порід знаходиться в межах 0,7–0,85 [2].

### **Вплив еквівалентних напружень і траєкторій напружень на орієнтацію ліній сколювання**

Еквівалентні напруження  $\sigma_{eqv}$ , обчислені за формулою (11), пов'язані з девіатором тензора і часто використовуються у критеріях пластичної течії (таких, як класичний критерій Мізеса чи його узагальнення). Для крихких матеріалів, зокрема для гірських порід за умови незначних всесторонніх тисків [13] (порядку до 100 МПа) високий рівень  $\sigma_{eqv}$  дає змогу оцінити зони ймовірного руйнування. Треба зауважити, що утворення дислокаційних порушень у природних умовах залежить від низки факторів, а  $\sigma_{eqv}$  може коливатися в значних межах. Це допускає різні варіації в інтерпретації отриманих числових результатів, залежно від прийнятого рівня  $\sigma_{eqv}$  для руйнування.

За умов латерального стиску орієнтація головних напружень утворює практично однорідні зони ліворуч та праворуч від фронтальної зони довжиною 10–15 км (рис. 7). Ліворуч від цієї зони домінує головне напруження  $\sigma_1$ , пов'язане з горизонтальним стиском, а праворуч – з літостатичним тиском. У деформованій (лівій) частині блока траєкторії напружень сімейства  $s_1$ , що показують напрям  $\sigma_1$ , субгоризонтальні, з кутами падіння до 6–11°, залежно від кроку навантаження (а, отже, і довжини цієї частини до фронтальної зони). Лінії сколювання орієнтовані під гострим кутом  $\varphi$  до траєкторій  $s_1$ . Цей кут характеризує внутрішнє тертя і є одним з механічних параметрів гірських порід [2]. Ми вважали, що у всьому блоці властивості однорідні, і  $\varphi = 30^\circ$ . Тому до фронтальної зони, залежно від рівня  $\sigma_{eqv}$ , ймовірним є зародження насувних структур по розломах з кутами падіння, близькими до

$\varphi$ . Навпаки, у фронтальній зоні, де траєкторії  $s_1$  “згинаються”, набуваючи вже субвертикальної орієнтації, лінії сколювання  $l_1$  стають пологішими, сприяючи зародженню приповерхневих насувів (лусок?) (рис. 7.d і 7.e). Також тут збільшується ймовірність насувоутворення таож у зворотному напрямі по лініях сколювання  $l_2$  з більшими кутами падіння.

Значення коефіцієнта тертя  $\mu$  істотно впливає на розподіл напружень  $\sigma_{eqv}$ , а саме, зі збільшенням  $\mu$  швидкість поширення фронту стиснутої товщі буде більшою. Також більші  $\mu$  визначають більші градієнти  $\sigma_{eqv}$ , тобто менше відставання межі зони можливого руйнування від фронту стиску. Для значення  $\mu=0,5$  початок зони можливого руйнування можна окреслити відразу позаду фронтальної зони, а для  $\mu=0,8$  (сухе тертя?) тріщини сколювання ймовірні й у фронтальній зоні. Зауважимо, що для моделі з  $\mu=0,8$  характерними є великі всесторонні тиски  $p$  на контакті, які компенсовано реакцією жорсткого фундаменту, тобто згідно з формулою (8) маємо спрощену модель  $\tau = \tau_0$  у зоні стиску.

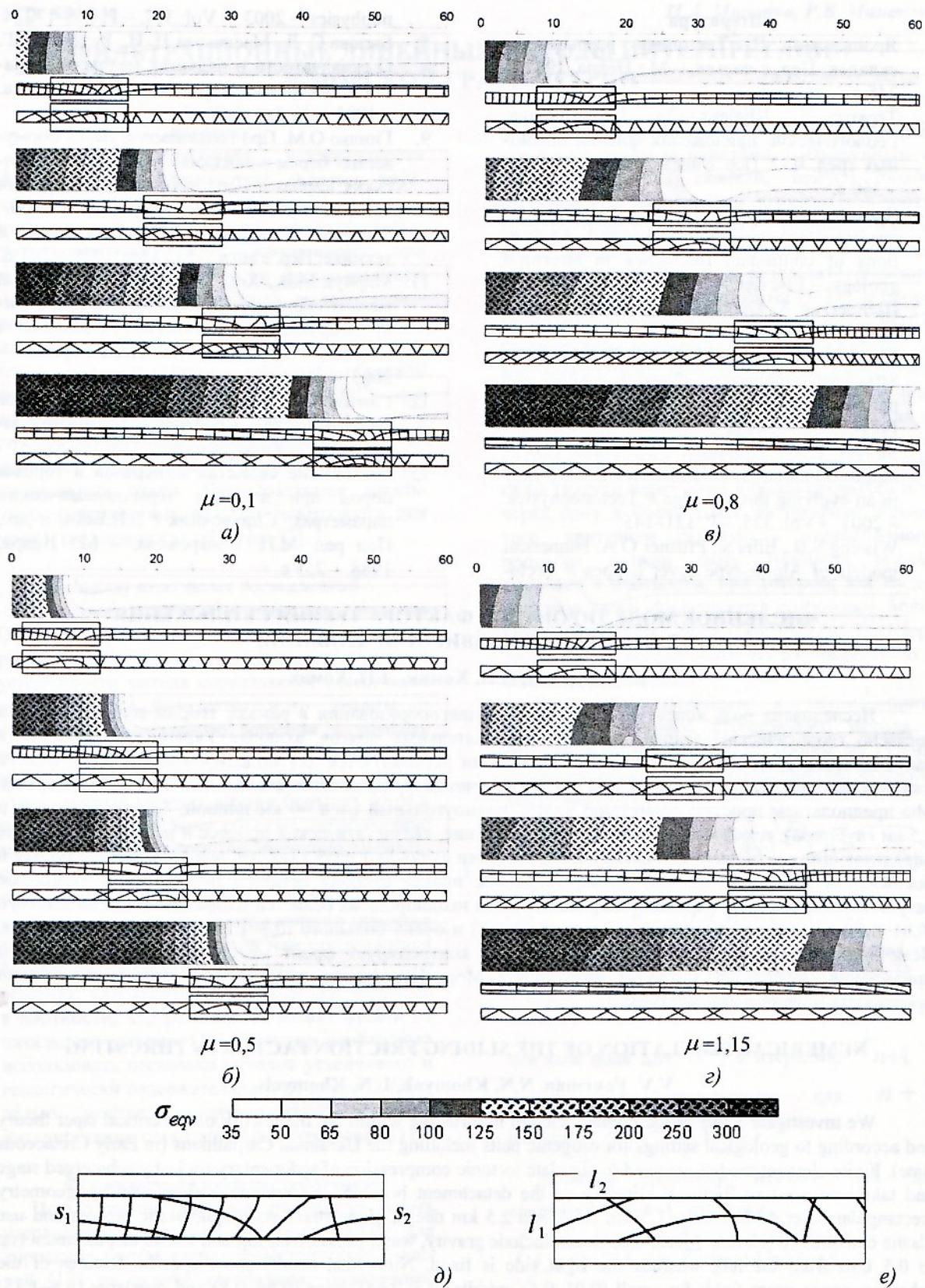
Залежно від коефіцієнта  $\mu$  і кроку навантаження сітка траєкторій для моделі має свої особливості (див. рис. 7). Однак відзначимо їхню якісну подібність, зумовлену однотипними механічними взаємодіями. Отже, картина траєкторій напружень та ліній сколювання у фронтальній зоні для всіх моделей дуже подібна, але суттєво відрізняється від передньої й тилової частин. Це дає змогу рекомендувати її як об'єкт, що потребує детального вивчення геологічними та геофізичними методами, зокрема, у межах уточнених комп'ютерних моделей.

### **Висновки**

1. Врахування тертя на контакті осадової товщі з горизонтом відриву є важливою особливістю математичної моделі, що дає змогу пояснити такі важливі ефекти, як наявність зон прилипання та проковзування і перервно-пульсаційний механізм деформування.

2. Зі збільшенням стиску зона проковзування розширяється, контролюючи фронт між частиною осадової товщі, де переважають тектонічні дислокації (зона активного стиску), та частиною, де переважає літостатичний тиск (стандартний напружений стан).

3. Сили тертя сповільнюють рух нижньої частини товщі порід, що призводить до локальної зміни орієнтації головних осей напружень. У зоні активного стиску, де ймовірне крихке руйнування, сколові тріщини матимуть орієнтацію, сприятливу для розвитку пологих насувних структур.



**Рис. 7.** Згори донизу трійками: еквівалентні напруження, траєкторії напружень та лінії сколювання для різних кроків навантаження  $t = 10, 30, 50, 100$  і коефіцієнта тертя  $\mu = 0,1$  (a); аналогічно для інших коефіцієнтів тертя (b, c, d). У виділеному вікні (d) показано зони переорієнтації головних напружень, сприятливі для виникнення пологих розломів (e).

Масштаб на графіках еквівалентних напружень: вертикальний / горизонтальний = 4

**Література**

1. Ярошевский В. Тектоника разрывов и складок: Пер. с польск. – М.: Недра, 1981. – 245 с.
2. Тёркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика: Геологические приложения физики сплошных сред. Ч. 2: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 360 с.
3. Ramsay J.G., Lisle R.G.. The techniques of modern structural geology. Volume 3. Applications of continuum mechanics in structural geology. – Elsevier. – 2000. – Р. 701–1061.
4. Шейдеггер А. Основы геодинамики: Пер. с англ. – М.: Недра, 1987. – 384 с.
5. Nemchok M., Schamel S., Gayer R. Thrustbelts. Structural architecture, thermal regime and petroleum systems. – Cambridge University Press, 2005. – 541 p.
6. Strayer L.M., Hudleston P.J., Lorib L.J. A numerical model of deformation and fluid-flow in an evolving thrust wedge // Tectonophysics. – 2001. – Vol. 335. – Р. 121–145.
7. Wissing S.B., Ellis S., Pfiffner O.A. Numerical models of Alpine-type cover nappes // Tectono-physics. – 2003. – Vol. 367. – Р. 145–172.
8. Бызова С. Л., Маслакова Н. И., Рудаков С. Г. О складчатости и надвигах мелового возраста в Восточных Карпатах // Геотектоника. – 1983. – № 2. – С. 71–7.
9. Гнилко О.М. Про геодинамічні умови формування барем-альбських відкладів Українських Карпат // Геологія і геохімія горючих копалин. – 1996. – №3-4 (96-97). – С. 52–60.
10. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике: Пер. с англ. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
11. Марчук М.В., Хом'як М.М. Змішана схема методу скінченних елементів для розрахунку шаруватих композитних оболонок і пластин. – Львів: ІППММ НАН України. – 2003. – 216 с.
12. Гинтов О.Б. Полевая тектонофизика и ее применение при изучении деформаций земной коры. – Киев: “Феникс”, 2005. – 572 с.
13. Физические свойства минералов и горных пород при высоких термодинамических параметрах: Справочник / Е.И.Баюк и др.; Под ред. М.П. Воларовича. – М.: Недра, 1988. – 255 с.

### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАКТОРА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ В ПРОЦЕССАХ НАДВИГООБРАЗОВАНИЯ

**В.В. Фурман, Н.Н. Хомяк, Л.Н. Хомяк**

Исследована роль контактного трения в надвигообразовании в рамках теории тонкого клина и согласно геологическим данным для горообразовательных поясов, включая Украинские Карпаты (в ранне-меловое время). Конечно-элементные модели используются для моделирования тектонического сжатия осадочных пород на подводной стадии и с учетом фрикционного скольжения на горизонте срыва. Мы предполагаем простую геометрию клина (прямоугольный слой 60 км длиной, 1,5 км толщиной и 2,5 км глубиной), плоское деформированное состояние, квазистатический процесс и используем упругие определяющие соотношения. Механические нагрузки включают силу тяжести, водное давление сверху и боковое смещение (до 0,5 км) слева, тогда как правая сторона остается неподвижной. Числовые результаты показывают определенные особенности неоднородных областей напряжения для маленького (0,01–0,5), среднего (0,5–0,64), большого (0,64–0,8) и очень большого (0,8–1,15) коэффициента трения. Величина касательного контактного напряжения контролирует фронт между зонами скольжения и прилипания. Используя критерий разрушения Мора–Кулона, по траекториям напряжения можно предсказать надвиговые структуры.

### NUMERICAL SIMULATION OF THE SLIDING FRICTION FACTOR IN THRUSTING

**V.V. Fourman, N.N. Khomyak, L.N. Khomyak**

We investigate a role of the contact friction in thrusting within the framework of the critical taper theory and according to geological settings for orogenic belts including the Ukrainian Carpathians (in Early Cretaceous time). Finite element models are used to simulate tectonic compression of sedimentary rocks by submerged stage and take into account frictional slipping on the detachment horizon. We assume a simple wedge geometry (rectangular layer 60 km long, 1.5 km thick and 2.5 km deep), plane strain state, quasistatic process and use elastic constitutive relation. Mechanical loads include gravity, water pressure on top and lateral displacement (up to 0.5 km) from the left, whereas the right side is fixed. Numerical results show specific features of the inhomogeneous stress fields for small (0.01–0.5), middle (0.5–0.64), large (0.64–0.8) and overlarge (0.8–1.15) friction coefficients. The magnitude of the tangential contact stress controls the front between sliding and sticking zones. Stress trajectories enable to predict thrust structures using Mohr-Coulomb failure criterion.