

## ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ МЕТОДЫ ИНТЕРПРЕТАЦИИ В МОРСКОЙ ГРАВИМЕТРИИ

### Введение

Одним из признаков некорректности обратных задач гравиметрии является неустойчивость результатов их решений, если они вообще могут быть получены по конкретному гравитационному полю, измеренному при различном уровне ошибок, с использованием конкретной интерпретационной модели геологической среды и конкретного метода получения решения [1, 2]. Существенное значение для устойчивого решения обратной линейной задачи гравиметрии (ОЛЗГ) при исследовании массивов горных пород в структурах с сильно изменяющейся в пространстве плотностью имеет фильтрация интенсивных помех. Они создаются локальными неровностями рельефа поверхности дна моря и геологических объектов [2].

### Анализ известных достижений

Известны устойчивые методы решения ОЛЗГ с высокой степенью фильтрации регулярных помех, в которых степень устойчивости метода определяется известными теоремами из функционального анализа о стремлении получаемого решения к точному решению, если погрешности поля стремятся к нулю [3–9]. Однако в сеточных интерпретационных моделях внутри больших блоков могут быть аномальные объекты, заполняющие меньшую часть блоков, но имеющие аномальную плотность, значительно отличающуюся от его средней аномальной плотности. Если же критерием сходимости итерационного процесса является невязка поля, то он или продолжается бесконечно долго, выдавая нереальные решения, или имеет такой малый шаг поправок к плотности, что решение не может отойти от начального условия [10]. Поэтому необходимо использовать несколько методов устойчивого и геологически содержательного решения ОЛЗГ с целью контроля полученных результатов интерпретации гравитационных измерений [11].

### Формулировка цели исследований

Целью статьи является разработка новых итерационных методов решения ОЛЗГ для корректно поставленных геометрических моделей [12] на основе алгоритмов, содержащих фильтрующие критериальные функции, в частности, фильтры Винера и Калмана [13, 14].

### Результаты исследований

Поставленная цель достигается построением

такой аппроксимирующей модели, в которой все блоки покрыты пунктами с измеренным в них полем силы тяжести, причем таким способом, что под каждым пунктом есть часть хотя бы одного включенного в модель блока. Его неизвестная аномальная плотность подлежит определению в результате решения ОЛЗГ итерационными методами [3–11], а также методами с использованием приспособленных к гравиметрии аналогов фильтров Винера и Калмана [13–14]. При этом могут выбираться как результаты двух последовательных или взятых через несколько шагов итераций, так и результаты решения ОЛЗГ по двум и более системам измеренного поля, взятого с карты силы тяжести через один и более профилей или через одну и более точек на профиле. Кроме того, критерием сходимости итерационного процесса должен быть минимум нормы поправок к плотности, при котором, как будет показано ниже, фильтруются единичные большие отклонения поля, физически несодержательные и несравнимые по распределению с полем каждого блока.

Для этого перейдем к исследованию простейшего явного итерационного метода с критерием оптимальности по минимуму суммы квадратов невязок поля. Итерационная формула имеет вид [9–11]:

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} D_{i,n}; \quad (1)$$

где  $D_{i,n} = (r_{j,n}, a_{i,j} / \lambda_j)$  – итерационная поправка к плотности;

$$r_{j,n} = (a_{i,j}, \sigma_{i,n}) - g(S_j) -$$

невязка поля для  $n$ -й итерации;  $\tau_{n+1}$  – итерационный коэффициент для  $n+1$  итерации;  $\lambda_j = \sum_i a_{i,j}$ ;

Запишем формулу невязки для следующей  $n+1$  итерации:

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - \tau_{n+1} C_{j,n};$$

$$C_{j,n} = (a_{i,j}, D_{i,n});$$

Образуем критерий минимума суммы квадратов невязок:



$$F=(r_{j,n+1},r_{j,n+1})=\sum_j(r_{j,n}-\tau_{n+1}C_{j,n})^2=\min \quad (2)$$

Возьмем производную по  $\tau_{n+1}$ , приравняем ее к нулю и решим полученное уравнение:

$$\tau_{n+1}=(r_{j,n},C_{j,n})/(C_{j,n},C_{j,n}); \quad (3)$$

Рассмотрим частные случаи:

$$1) \quad \forall(j)r_{j,n} = \text{const}(j) = R;$$

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - R \times (\lambda_j, 1)_j / (\lambda_j, \lambda_j)_j;$$

$$2) \quad \forall(j)r_{j,n} = \text{const}(j) = \pm R;$$

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - (0 \div R) \times (\lambda_j, 1)_j / (\lambda_j, \lambda_j)_j;$$

Таким образом, регулярные ошибки поля, соответствующие нормальному закону распределения  $(\sum_j r_j = 0)$ , распределяются равными

частями на всех элементах истинной плотности блоков или эквивалентной плотности блоков интерпретационной модели геологической среды и существенных изменений в результате решения ОЛЗГ не вносят.

$$3) \quad \forall(j=2,n)r_{j,n} \neq \text{const}(j); r_{1,n} = R_1;$$

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{R_1,n+1}(D_{i,n} + R_1/M);$$

$$\lambda_1 = \sum_{i=1} a_{i,1}; \quad \tau_{R_1,n+1} = \quad (4)$$

$$= (r_{j,n}, C_{j,n})_{j=2,N} + R_1^2 \lambda_1 / M) / ((C_{j,n}, C_{j,n}) + R_1^2 \lambda_1^2 / M^2);$$

Из последнего выражения следует, что большая нерегулярная ошибка поля  $R_1$  в одной точке карты силы тяжести трансформируется в плотность блоков и строго поровну распределяется на них через поправку к плотности  $(D_{i,n} + R_1/M)$  в виде слагаемого

$R_1/M$  к основной поправке  $D_{i,n}$ , которая была бы при отсутствии большой единичной поправки  $R_1$ . Причем, чем больше блоков, тем больше нивелируются большие погрешности

поля. Кроме того,  $R_1$  входит в числитель и знаменатель выражения  $\tau_{R_1,n+1}$  в виде существенных по величине слагаемых

$$L_{1r} = R_1^2 \lambda_1 / M; \quad (5)$$

$$L_{2r} = R_1^2 \lambda_1^2 / M^2; \quad (6)$$

Но в знаменателе стоит еще одно положительное слагаемое  $(C_{j,n}, C_{j,n})$ , а потому в  $\tau_{R_1,n+1}$  знаменатель изменяется значительно меньше, чем числитель, в котором первое слагаемое  $(r_{j,n}, C_{j,n})$  почти всегда равно нулю.

Потому все или некоторые  $\sigma_{i,n+1}$  могут быть также очень искажены и за счет изменения итерационного коэффициента  $\tau_{R_1,n+1}$ .

Рассмотрим еще случай, когда матрица  $a_{i,j} (i=1, M; j=1, N)$  имеет несколько строк с малой суммой коэффициентов:

$$\lambda_{j_k} = \sum_i a_{i,j_k}^l (N-m < j_k \leq N) \ll \lambda_j^{\max}$$

$$\lambda_{j_t} = \sum_i a_{i,j_t}^b (1 < j_t \leq m) \leq \lambda_j^{\max}$$

где  $b$  – индекс больших значений коэффициентов матрицы  $a_{i,j}$  (там, где под точкой

$S_j = S(x_j, y_j, z_j)$  измеренного поля есть блок с аномальными массами неизвестной плотности);

$l$  – индекс малых значений коэффициентов матрицы  $a_{i,j}$  (там, где под точкой

$S_j = S(x_j, y_j, z_j)$  нет блоков с аномальными массами).

Плотность в итерационном процессе вычисляется по формуле:

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1}^* D_{i,n}^*, \quad (7)$$

в которой для критерия (2) по минимуму суммы квадратов невязок имеем следующие обозначения:

$$D_{i,n}^* = \sum_{j=1}^{N-m} a_{i,j}^b r_{j,n}^b / \lambda_j + \sum_{j=N-m+1}^N a_{i,j}^l r_{j,n}^l / \lambda_j$$



$$= D_{j,n}^l + D_{j,n}^l; \quad (8)$$

$$r_{j,n}^l = \sum_i a_{i,j}^l \sigma_{i,n} - g(S_j);$$

$$r_{j,n}^b = \sum_i a_{i,j}^b \sigma_{i,n} - g(S_j);$$

$$D_{j,n}^l = \sum_i a_{i,j}^l \sum_{j_1=N-m+1}^N a_{i,j_1}^l r_{j_1,n}^l / \lambda_{j_1}^l; \quad (9)$$

$$D_{j,n}^b = \sum_i a_{i,j}^b \sum_{j_1=1}^{N-m+1} a_{i,j_1}^b r_{j_1,n}^b / \lambda_{j_1}^b; \quad (10)$$

$$\tau_{n+1}^* = ((r_{j,n}^b, D_{j,n}^b)_{j=1, N-m} + \quad (11)$$

$$(r_{j,n}^l, D_{j,n}^l)_{j=N-m+1, N}) / C_1;$$

$$C_1 = (D_{j,n}^b, D_{j,n}^b)_{j=1, N-m} +$$

$$(D_{j,n}^l, D_{j,n}^l)_{j=N-m+1, N};$$

Для того, чтобы невязки во втором слагаемом формулы (8) были малыми, необходимо, чтобы плотность всех блоков была очень большой. Но тогда станут очень большими невязки, которые входят в первое слагаемое формулы (8). Поправка итерационного процесса станет очень большой, а сам итерационный процесс расходится. Это единственная причина, которая порождает неустойчивость решения ОЛЗГ, и она же дает рецепт обеспечения его устойчивости: интерпретационная сеточная модель обратной задачи гравиметрии должна быть построена таким образом, чтобы ее блоки с искомой аномальной плотностью заполняли всю площадь карты измеренного поля силы тяжести.

Рассмотрим влияние одной большой погрешности  $R_1$  в точке  $S_j (j=1);$

$$\sum_i \delta \sigma_{1,i} (v_1) a_{1,ij}^b (S_1^b, v_1) = R_1;$$

$$\sum_i \delta \sigma_{1,i} (v_1) a_{1,ij}^b (S_j^b, v_1) = 0.0;$$

$$j = 2, N\}; \quad (12)$$

Решение системы уравнений (12) имеет вид:

$$\delta \sigma_{1,i} (R_1) = (A^{bT} A^b)^{-1} (a_{i,1}^b, R_1);$$

Таким образом, большая ошибка поля  $R_1$  в

МНК распределяется на  $i$ -том блоке интерпретационной модели пропорционально величине элемента матрицы  $a_{i,1}^b$ . Сумма ошибок

плотности для одного  $i$ -го блока равна:

$$\delta \sigma_{1,i} (\sum_j R_j) = (A^{bT} A^b)^{-1} (a_{i,j}^b, R_j);$$

Теперь рассмотрим итерационный метод с критерием минимума нормы поправок к плотности с формулой поправки, впервые введенной в практику академиком НАНУ В.И. Старостенком [5].

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad (13)$$

$$F_1 = \sum_i (B_{i,n+1})^2 = \min; \quad (14)$$

$$B_{i,n} = (a_{i,j}, r_{n,j} / \lambda_j / \lambda_i); \quad (15)$$

$$\tau_{n+1} = (B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}); \quad (16)$$

$$C_{i,n} = (a_{ij}, (a_{ij} / \lambda_i / \lambda_j, B_{n,i}));$$

$$\lambda_i = \sum_j a_{ij}; \quad \lambda_j = \sum_i a_{ij};$$

$$r_{n,j} = (a_{ij}, \sigma_{n,i}) - g_j;$$

Для метода (13)–(16) добавка к поправке  $B_{n,i}$  равна  $R_1 / M / \lambda_1$ , и, кроме того, сама поправка в  $\lambda_1$  раз меньше. Но поправка может быть равна нулю, а добавка строго фиксирована, и в этом методе она в тысячи раз меньше, чем в методе (1)–(6). Добавки к числителю и знаменателю за счет влияния  $R_1$ , аналогичные формулам (5)–(6), равны:

$$L_{1B} = R_1^2 / \lambda_1 / M^2; \quad (17)$$

$$L_{2B} = R_1^2 / M^3; \quad (18)$$

Такое распределение погрешности поля в числителе и знаменателе итерационного коэффициента (16) свидетельствует о том, для 1000 точек поля добавки (17)–(18) в миллионы раз меньше добавок (5)–(6).

Следовательно, метод (13)–(16) обладает практически полной фильтрационной способностью к помехам высокой интенсивности, а, следовательно, позволяет получать устойчивые решения ОЛЗГ. Приведенные в [15] результаты решения ОЛЗГ подтверждают, что при интерпретации методом (13)–(16) в разностном поле остается 90–99% искусственно введенной в измеренное поле интенсивной погрешности, в сотни раз превышающей точность измерения



поля.

Для проверки результатов решения ОЛЗГ желательно иметь другой метод, построенный на базе другого методологического или теоретического направления. Таким направлением может служить комплекс методов решения ОЛЗГ на основе гибридных фильтров, имеющих свойства фильтров Винера и Калмана.

Перейдем к рассмотрению методов, в которых в одном решении ОЛЗГ на каждой итерации посредством фильтра Винера [13–14] одновременно используются несколько карт гравитационного поля с различными начальными условиями для каждой карты поля при одной и той же физической модели нижнего полупространства. Возьмем модель ОЛЗГ в корректной постановке [16] с разбивкой геологических массивов на  $M$  прямоугольных параллелепипедов, над которыми в  $N$  точках измерено поле силы тяжести  $g_{j,1}$ . Известна матрица решений прямой задачи гравиметрии  $a_{ij}$  для каждого  $i$  – го параллелепипеда в  $j$  – й точке. Решим ОЛЗГ на первом этапе методом простой итерации (13)–(16) или с квадратичными добавками  $B_{1,i}, B_{1,i}^2$  к аномальной плотности  $\sigma_{1,i}$  [17] и получим приближенное решение задачи в виде вектора аномальной плотности  $\sigma_{1,n=0,i}$  ( $i=1, M$ ), который используем в качестве начального условия на втором этапе решения ОЛЗГ. Выполним осреднение карты  $g_{j,1}$  с произвольным окном осреднения и решим ОЛЗГ для полученной осредненной карты  $g_{j,2}$ . Полученное решение  $\sigma_{2,n=0,i}$  также используем в качестве начального условия в итерационном процессе на втором этапе, алгоритм которого совмещает две карты поля силы тяжести  $g_{j,1}$  и  $g_{j,2}$  ( $j=1, N$ ) с двумя начальными условиями  $\sigma_{2,n=0,i}$  и  $\sigma_{1,n=0,i}$  ( $i=1, M$ ). Таким алгоритмом является фильтр Винера [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_{1,n+1,i} &= w_1 \sigma_{1,n,i} + w_2 \sigma_{2,n,i}; \\ F_1 &= (B_{1,n+1,i}, B_{1,n+1,i}) \xrightarrow{w_k} \min; \\ \{ \sigma_{1,n=0,i} (i=1, M) \}; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2,n+1,i} &= w_3 \sigma_{1,n,i} + w_4 \sigma_{2,n,i}; \\ F_2 &= (B_{2,n+1,i}, B_{2,n+1,i}) \xrightarrow{w_k} \min; \\ \{ \sigma_{2,n=0,i}, i=1, M \}; \end{aligned} \quad (20)$$

где:  $B_{n,i} = (a_{ij}, r_{n,j} / \lambda_i / \lambda_j)$ ;  
 $r_{n,j} = (a_{ij}, \sigma_{n,i}) - g_j$ ;  $\lambda_i = \sum_j a_{ij}$ ;

$$\lambda_j = \sum_i a_{ij};$$

$w_k$  – итерационные параметры для  $n+1$  итерации.

Однако этот фильтр имеет недостаточно степеней свободы. Поэтому разработан аналог фильтра Винера со свойствами фильтра Калмана [4] в виде:

$$\sigma_{1,n+1,i} = w_{1,1} \sigma_{1,n,i} + w_{2,1} \sigma_{2,n,i} + w_{3,1} \quad (21)$$

$$\sigma_{2,n+1,i} = w_{1,2} \sigma_{1,n,i} + w_{2,2} \sigma_{2,n,i} + w_{3,2} \quad (22)$$

при тех же нормах сходимости итерационного процесса и начальных условиях, что и в (19), (20).

Поскольку возможно использование не одной, а двух и более карт осредненного поля силы тяжести  $g_{j,k1=2,N1}$ , то запишем  $N1$  систем уравнений для нахождения набора  $N1+1$  итерационных параметров для каждой  $k1$ -й карты ( $k1=1, N1$ ) в следующем виде:

$$\sigma_{k1,n+1,i} = (\sigma_{k,n,i}, w_{k,k1}) + w_{N1+1,k1}; \quad (23)$$

$$\{(U_{i,k1}, T_{k2,i})_i = 0; k2 = 1, N1;$$

$$\sum_i U_{i,k1} = 0; \}_{k1=1, N1}; \quad (24)$$

$$U_{i,k1} = (T_{k,i}, w_{k,k1}) + w_{N1+1,k1} - T_{g,k1,i};$$

$$T_{k,i} = (a_{ij} / \lambda_i / \lambda_j, R_{j,n,k});$$

$$T_{g,k1,i} = (a_{ij} / \lambda_i / \lambda_j, g_{j,k1});$$

$$R_{j,n,k} = (a_{ij}, \sigma_{k,n,i});$$

Возможно также использование нескольких карт измеренного поля силы тяжести, например, полученных из основной карты набором пунктов наблюдения через один, два и более профилей или через один, два и более пунктов на профиле. В этом случае для каждой  $k1$ -ой карты в формулах (21)–(24) необходимо брать свой набор коэффициентов матрицы  $a_{k1,ij}$  ( $k1=1, N1$ ) прямой задачи гравиметрии при том же  $M$ , но для различных  $N=N(k1)$ .

$$\begin{aligned} \sigma_{k1,n+1,i} &= (\sigma_{k,n,i}, w_{k,k1}) + w_{N1+1,k1}; \\ F_{k1} &= \|B_{k1,n+1,i}^2\| = \min(w_k); \end{aligned} \quad (25)$$

$$B_{k1,n+1,i} = (a_{k1,ij}, r_{k1,n+1,j} / \lambda_{k1,i} / \lambda_{k1,j})_j;$$

$$r_{k1,n+1,j} = (a_{k1,ij}, \sigma_{k1,n+1,i})_i - g_{j,k1};$$

$$\lambda_{k1,i} = \sum_j a_{k1,ij}; \lambda_{k1,j} = \sum_i a_{k1,ij}; k1 = 1, N1;$$

$$\{(U_{i,k1}, T_{k,k1,i})_i = 0; k=1, N1; \sum_i U_{i,k1} = 0\}; \quad (26)$$

$$U_{i,k1} = (w_{k,k1}, T_{k,k1,i})_i + w_{N1+1,k1} - T_{g,k1,i};$$



$$\begin{aligned} T_{g,k1,i} &= (a_{\partial=k1,ij}, g_{j,k1} / \lambda_{k1,i} / \lambda_{k1,j})_j; \\ T_{k,k1,i} &= (a_{k1,ij}, R_{j,n,k,k1} / \lambda_{k1,i} / \lambda_{k1,j})_j; \\ R_{j,n,k,k1} &= (a_{k1,ij}, \sigma_{k,n,i})_i; k, k1 = 1, N1; \\ \{2A_{11}w_{N1+2,k1}^2 - 3A_{1g}w_{n1+2,k1} + A_{gg} &= 0; \\ a_{k1,n+1,ij} &= a_{k1,n,ij}w_{N1+2,k1}\}; \\ A_{11} &= (T_{1,k1,i}, T_{1,k1,i}); A_{1g} = (T_{1,k1,i}, T_{g,k1,i}); \\ A_{gg} &= (T_{g,k1,i}, T_{g,k1,i}); \end{aligned} \quad (27)$$

В результате решения ОЛЗГ на втором этапе по формулам (25)–(26) получаем N1 наборов векторов аномальной плотности параллелепипедов  $\sigma_{k1,i}$  (с уточнением матрицы  $a_{k1,ij}$  по формуле (27)) для каждой карты  $g_{j,k1}$ , по которым строим карты распределения аномальной плотности.

Следует привести еще один метод, представляющий собой модификацию метода регуляризации [18, 19].

$$\begin{aligned} x_{i,n+1} &= x_{i,n} - \tau_{n+1} * B_{i,n}; \\ \lambda_i &= \sum_j a_{ij}; \lambda_j = \sum_i a_{ij}; \\ r_{j,n} &= (a_{ij}, x_{i,n}) - g_j; \\ r_{j,n+1} &= r_{j,n} - (a_{ij}, B_{i,n} * \tau_{n+1}); \\ B_{i,n} &= (a_{ij} / \lambda_i / \lambda_j, r_{j,n}); \\ F_2 &= [(x_{i,n+1}, v(i))]^2 = \min_{\tau}; \\ M_{\delta} &= \sum_i (\sum_j (a_{ij}(x_{i,n} - \tau_{n+1} * B_{i,n}) - g_j))^2 \quad (28) \\ F_4 &= F_2 + \xi * M_{\delta} \xrightarrow{\tau} \min; \quad (29) \\ \xi &= -\sum_i v^2(i) x_{i,n} / \sum_j (r_{j,n} / \lambda_j); \\ \tau_{n+1} &= (\sum_i v^2(i) x_{i,n} B_{i,n} + \xi \sum_j r_{j,n} \sum_i a_{ij} B_{i,n} / \lambda_j^2) / \\ &(\sum_i v^2(i) B_{i,n}^2 + \xi \sum_j (\sum_i a_{i,n} B_{i,n})^2 / \lambda_j^2); \quad (30) \end{aligned}$$

Единственность решения достигается тем, что в оптимизированном итерационном методе с помощью итерационных поправок на каждой итерации с номером  $n$  наращивается не аномальная плотность  $\sigma_{i,n}$ , а величина

$$S = \{s_i | (s_{i,n}^k = \sigma_{i,n}; i = 1, M; k \in C, R, Z, N)\}$$

которая, например, при  $k = 2$  обеспечивает положительность плотности в итерационном методе с переменным параметром  $s_{i,n}$  и опти-

мизирующим коэффициентом  $\tau_{n+1}$ :

$$s_{i,n+1} = s_{i,n} - \tau_{n+1} B_{i,n}; \quad (31)$$

где  $B_{i,n} = (a_{ij} / \lambda_i, r_{j,n} / \lambda_j)$ ;

$$\begin{aligned} r_{j,n} &= (a_{ij}, \sigma_{i,n}) - g_j; \quad \lambda_i = \sum_j a_{ij}; \\ \lambda_j &= \sum_i a_{ij}; \end{aligned} \quad (32)$$

$a_{i,j}$  – матрица решений прямой задачи гравиметрии для  $i$ -того блока масс в точке с номером  $j$  ( $j = 1, N$ ).

Образуем критерий минимума суммы квадратов поправок для  $s_{i,n}$ :

$$F = \sum_i B_{i,n+1}^2 = \sum_{i=1}^M (\sum_{j=1}^N (a_{ij} r_{j,n+1} / \lambda_j / \lambda_i)^2) = \min; \quad (33)$$

Если начало решения ОЛЗГ выполняется устойчивыми методами [9–12] по  $\sigma_{i,n}$ , то получается нижняя грань огибающей реального распределения аномальной плотности, которая еще не достигает конечных значений. Поэтому после выполнения нескольких десятков итераций одним из методов [11, 12] необходимо перейти к решению ОЛЗГ итерационным методом (31)–(33). В докладе детально излагаются дополнительные приемы обеспечения сходимости итерационного процесса. В результате алгоритм имеет вид:

$$\tau_{n+1} = a_u / b_u; \quad (34)$$

где  $a_u = (B_{i,n}, Y_{1,i,n})$ ;

$$b_u = 2(Y_{1,i,n}, Y_{1,i,n}) + (Y_{2,i,n}, B_{i,n});$$

$$Y_{1,i,n} = (a_{ij} / \lambda_i, r_{1,j,n} / \lambda_j);$$

$$Y_{2,i,n} = (a_{ij} / \lambda_i, r_{2,j,n} / \lambda_j);$$

$$r_{1,j,n} = (a_{ij}, B_{i,n} s_{i,n});$$

$$r_{2,j,n} = (a_{ij}, B_{i,n}^2);$$

При расхождении итерационного процесса (31)–(34) следует выполнить еще несколько десятков итераций предварительного этапа методами [11, 12] или другими методами, например, на основе гибридного аналога фильтров Винера-Калмана с двумя векторами начальных условий [14]. Для магнитометрии необходимо использовать те же формулы (31)–(34), в которые вместо  $a_{i,j}$  следует подставить  $b_{i,j} = (a_{i,j})'_z$ ;

Аналогично созданы и другие методы решения ОЛЗГ (ОЛЗМ) при  $k = 1/4; 1/2; 4/6; 8; \dots$



для класса положительно определенного массива физических параметров блоков интерпретационной модели, а при  $k=1/5; 1/3; 3/5; 7/11; \dots$  – для класса знакопеременного массива.

Для  $k=1/2$  имеем

$$\begin{aligned} a_u &= 2(B_{i,n}, Y_{1,i,n}); \\ b_u &= (Y_{1,i,n}, Y_{1,i,n}) + (Y_{2,i,n}, B_{i,n}); \\ r_{1,j,n} &= (a_{i,j}, B_{i,n} / s_{i,n}^{1/2}); \\ r_{2,j,n} &= (a_{i,j}, B_{i,n}^2 / s_{i,n}^{3/2}); \end{aligned} \quad (35)$$

Методы решения ОЛЗГ при  $k=1/2; 2/3; 4/5$  опробованы на измеренном магнитном поле и были получены практически одинаковые карты магнитных свойств блоков для двухслойной интерпретационной модели. Комбинирование двух методов при любых различных  $k$  приводит к методике, аналогичной использованию гибридного аналога фильтров Винера–Калмана с двумя наборами векторов начальных условий, высокая эффективность применения которых уже доказана [14]. При решении обратных задач для электромагнитного поля нужно выбрать  $k \in C$  – комплексной области, а в теории упругости или пластичности  $k$  может принимать форму тензора. Могут быть разработаны фильтрационные методы подавления вредных эффектов от кратных волн при решении обратных задач сейсмометрии, например, при двух различных или очень близких значениях  $k \in R$ , обеспечивающих сходимость итерационных процессов к устойчивому и однозначному решению. На базе этого метода могут быть разработаны эффективные методы решения обратных задач комплексирования нескольких физических методов, особенно методов исследования скважин или спутниковых геоинформационных систем измерений.

#### Заключение

Применение нескольких методов устойчивого решения ОЛЗГ, в том числе использующих несколько наборов начальных условий позволяет повысить однозначность и геологическую содержательность результатов интерпретации гравиметрии с целью детального геологического картирования тектонических структур и комплексов кристаллических пород Украинского кристаллического щита.

#### Литература.

1. Булах Е.Г., Шуман В.Н. Основы векторного анализа и теория поля. – К.: Наук. думка, 1998. – 360 с.
2. Миненко П.А. Фильтрация интенсивных помех в обратной линейной задаче гравиметрии при исследованиях на кристаллических щитах // Науковий вісник НГУ. – Днепропетровск. – 2006. – № 6. – С. 38–43.
3. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. 3-е изд. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
4. Старостенко В.И. Устойчивые численные методы в задачах гравиметрии. – К.: Наук. думка, 1978. – 227 с.
5. Старостенко В.И., Козленко В.Г., Костюкевич А.С. Сейсмогравитационный метод: принципы, алгоритмы, результаты // Вісник АН УРСР. – 1986. – № 12. – С. 28–42.
6. Булах Е.Г., Ржаницын В.А., Маркова М.Н. Применение метода минимизации для решения задач структурной геологии по данным гравиразведки. – К.: Наук. думка, 1976. – 220 с.
7. Булах Е.Г., Маркова М.Н., Тимошенко В.И., Бойко П.Д. Математическое обеспечение автоматизированной системы интерпретации гравитационных аномалий. – К.: Наук. думка, 1984. – 112 с.
8. Миненко П.А., Миненко В.П. Вычисление физических свойств горных пород по геофизическим измерениям // Сб. научн. тр. НИГРИ “Разработка руд черных металлов”. – Кривой Рог, 1989. – С. 148–153.
9. Миненко П.А. Оптимизационные линейные алгоритмы обработки геологической и геофизической информации при поисках рудных залежей // Сб. научн. тр. НИГРИ “Проблемы разработки руд черных металлов”. – Кривой Рог. – 1991. – С. 107–111.
10. Миненко П.А. Общие теоретические аспекты построения моделей для решения обратной линейной задачи гравиметрии // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – 2005. – С. 241–245.
11. Миненко П.А. Особенности решения обратной линейно-нелинейной задачи гравиметрии // Геоінформатика. – 2005. – № 4. – С. 31–35.
12. Миненко П.А. Проблемы и перспективы применения линейных методов интерпретации гравиметрических измерений в рудных районах // Теоретичні та прикладні аспекти геоінформатики. – 2006. – С. 244–256.
13. Сергиенко А.Б. Алгоритмы аддитивной фильтрации: особенности реализации в MATLAB/Exponenta Pro (математика в приложениях). – М, 2003. – №1. – С. 18–28.
14. Миненко П.А. Обратная линейная задача гравиметрии на основе композиции нескольких векторов начальных условий // «Доповіді НАН України». – 2006. – №9. – С. 126–130.



15. Миненко П.А. Методы, критерии и алгоритмы оптимизированных итерационных процессов при нерегулярных помехах высокой интенсивности // Труды IX междунар. науч.-практич. конф. "Системы и средства передачи и обработки информации". 5–10 сентября 2005 г., ЧГТУ. – Черкассы, 2005. – С. 179–182.
16. Миненко П.А. Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии // Геоинформатика. – 2006. – № 4. – С. 41–45.
17. Миненко П.А. Состояние и перспективы применения линейных методов интерпретации гравиметрических измерений в рудных районах // Сб. науч. тр. Национального Горного Университета. – 2006. – № 25. – С. 16–23.
18. Миненко П.А. Модификация метода регуляризации в ОЛЗГ для поисковых работ в кристаллических породах УКЩ // Науковий Вісник НГУ. – 2006. – № 6. – С. 34–39.
19. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 430 с.

## **ФІЛЬТРАЦІЙНІ ЛІНІЙНІ МЕТОДИ ІНТЕРПРЕТАЦІЇ В МОРСЬКІЙ ГРАВИМЕТРІЇ**

**П.О. Міненко, Р.В. Міненко**

Розроблено ряд методів стійкого розв'язку обернених задач гравиметрії, комплексування яких є необхідною умовою для ефективного вивчення тектонічних структур в масивах гірських порід нижче дна моря.

## **FILTRATIONAL LINEAR METHODS OF INTERPRETATION IN SEA GRAVIMETRY**

**P.A. Minenko, R.V. Minenko**

Methods of the stable decision of return problems gravity which complex use is a necessary condition for effective studying tectonic structures in files of rocks below a bottom of the sea are developed.

*Європейський університет, м. Київ*

Надійшла 28.11.2007