

*В. В. ЛОЗИНСКИЙ, К. Р. ТРЕТЯК*

## **ЭКОНОМИКО-ТОЧНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОГРАММ НАБЛЮДЕНИЙ В ТРИАНГУЛЯЦИОННЫХ И ТРИЛАТЕРАЦИОННЫХ СЕТЯХ ИНЖЕНЕРНОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

Анализ преимуществ и недостатков методов триангуляции и трилатерации сделан во многих работах [3—5, 8, 9]. Указанные исследования в основном базируются на анализе сетей типовой конструкции. Причем программы наблюдений в таких сетях для обоих методов имеют одинаковую геометрическую конфигурацию. Полученные выводы правомочны для геодезических сетей с геометрически локализованной программой наблюдений. В частности, это могут быть государственные геодезические сети, или сети, создаваемые на сильно застроенных территориях.

Однако изложенное нельзя отнести к специальным высокоточным сетям инженерного назначения, для которых достижение необходимой точности определения элементов сети возможно только с помощью производства избыточных измерений.

Исследование методов триангуляции и трилатерации на моделях сетей с геометрически одинаковой программой наблюдений приведет к субъективным выводам. Заданная геометрически жесткая программа наблюдений поставит в невыгодные условия

оба метода, поскольку она навязывает производство измерений без предварительного информативного тестирования.

Следовательно, такие программы наблюдений должны состоять из измерений широкого спектра информативности, что неблагоприятно отразится на экономико-точностной эффективности сетей, создаваемых обоими методами.

Для объективного анализа преимуществ и недостатков обоих методов необходимо сравнивать модели с одинаковыми допустимыми точностными характеристиками и с оптимальными программами наблюдений для каждого метода. Программа наблюдений оптимальна, если совокупность измерений в сети обладает максимальной информативностью как в точностном, так и в экономическом смысле.

Критерий отбора таких измерений изложен в [6]. Его можно представить в виде условий

$$\frac{F(K_{m-1}) - F(K_m)}{\Delta C_m} = \min \quad (1)$$

и

$$f_i^T K_{m-1} f_i \leq a_i, \quad (2)$$

где,  $K_m$ ,  $K_{m-1}$  — ковариационная матрица до и после исключения тестируемого измерения из программы наблюдений;  $F$  — функция соответствующего критерия оптимизации;  $C$  — стоимость измерения;  $f_i$  — весовые функции для оценки  $i$ -го элемента сети;  $a_i$  — допустимые точностные параметры  $i$ -го элемента сети.

Реализация предложенных исследований на моделях специальных инженерных сетей — цель настоящей работы. Для составления оптимальных программ измерений предлагаем использовать алгоритмы, изложенные в [6, 7].

Для установления экономических весов угловых и линейных измерений проанализируем (1). Для линейных измерений числитель функционально зависит от инструментальной точности, длины и геометрического расположения линий сети. Величина  $\Delta C$  зависит только от трудозатрат на измерения линии дальнометром и от длины линии. Количество приемов измерения линии, как одним из факторов влияния на информативность, здесь пренебрегаем, поскольку для электронных дальномеров точность и стоимость измерения линии в ограниченном временном интервале производства измерений практически не зависит от количества приемов. Для угловых измерений числитель в (1) зависит от инструментальной точности прибора, количества приемов измерения направлений или углов и геометрического расположения измерения в сети. Величина  $\Delta C_m$  зависит от трудозатрат на измерение отдельного направления или угла одним приемом, расстояния между пунктами и может определяться количеством измеряемых направлений или углов на пункте.



Ранее выполненные исследования выявили зависимость экономически оптимального количества приемов измерения направлений от степени жесткости сетей, которая характеризуется значением  $I = \lambda_1/\lambda_n$ , где  $\lambda_1/\lambda_n$  — максимальное и минимальное собственные числа ковариационной матрицы, составленной с учетом всех возможных измерений.

Эту зависимость можно представить в следующем виде:

$I = \lambda_1/\lambda_n$	Оптимальное число приемов
$I > 150$	$3 < n < 9$
$150 > I > 80$	$6 < n < 9$
$80 > I > 30$	$n < 6$
$I < 30$	$n = 3$

Изложенное правомочно только при измерении направлений способом круговых приемов.

Подсчет экономических трудозатрат на производство наблюдений по оптимальным программам измерений в триангуляции несколько затруднителен, поскольку невозможно использовать действующие сборники цен из-за отсутствия в них дифференциации стоимости наблюдений на пункте от количества направлений и числа приемов. В ранее выполненных нами исследованиях на основании разработок П. А. Брыкина [1] получена зависимость общих трудозатрат на производство измерений на пункте, выраженных в бригадоминутах, от числа направлений и количества повторных круговых приемов:

$$T = 268,65 + 6,7n + 12,14m \cdot n + 0,6m, \quad (3)$$

где  $n$  — число измеренных направлений на пункте;  $m$  — количество круговых приемов.

Зависимость (3) наилучше подходит для подсчета трудозатрат в крупных инженерно-геодезических сетях, для которых максимальные расстояния между пунктами достигают нескольких километров.

В настоящей работе исследуются инженерные сети, обладающие условиями прямой видимости между всеми пунктами и высокой плотностью их расположения, что возможно в основном на строительных площадках. Следовательно, максимальные расстояния между пунктами не будут превышать 1,0... 1,5 км.

Поскольку в [1] приведены нормативы на выполнение операций при измерении горизонтальных углов в государственных триангуляционных сетях, то применение их к инженерным сетям нецелесообразно, так как некоторые операции исключены, а другие выполняются по сокращенной программе.

На основании табл. 1, составленной из [1], разделим операции на четыре группы:

- не зависящие от количества направлений на пункте и числа повторных приемов;
- зависящие от числа направлений на пункте;
- зависящие от числа приемов;
- зависящие от числа приемов и направлений на пункте.



Просуммировав значения нормативов по отдельным группам операций, получим зависимость временных трудозатрат на наблюдения в сети из  $N$  пунктов от количества приемов и направлений (измерения на каждом пункте производится одинаковым количеством приемов  $m$ ):

$$T = 2,0n + 18,0m + 6,76m \cdot n + 102,7N. \quad (4)$$

Подсчет трудозатрат для линейных измерений из расчета на одну линию можно выполнить на основании [2], так как здесь

Т а б л и ц а 1

Нормативы времени на операции при измерении горизонтальных углов

Содержание операций	Нормативы времени в бр. минутах		
	$n$	$m$	$N$
Установка теодолита ОТ-02	—	—	4,8
Проверка и юстировка теодолита перед наблюдателем	—	—	6,3
Уборка теодолита	—	—	4,0
Отыскание направлений	—	4,6	—
Определение элементов центрировки и редукции	—	—	52,0
Измерение горизонтальных направлений способом круговых приемов	1,0	(1,6)	—
Проверка журналов измерений	—	0,6	—
Составление сводок горизонтальных направлений	1,0	(1,5)	—
Проверка журналов измерений по контрольной ведомости	—	(1,9)	—
Измерение зенитных расстояний	—	(1,76)	—
Проверка журналов измерений зенитных расстояний	—	4,3	—
Оформление журналов измерений	—	—	15,0
Проверка определения элементов приведения	—	—	20,6
Составление сводок зенитных расстояний	—	2,9	—
Вычисление поправок за центрировку и редукцию	—	5,6	—
В целом	2,0	18,0 (6,76)	102,7

\* Скобки обозначают, что приведенные нормативы зависят от числа приемов и количества направлений на пункте.

трудозатраты дифференцированы в зависимости от длины линии.

Для сравнения трудозатрат в сетях триангуляции и трилатерации необходимо учесть количественный и технический состав бригад. С учетом тарифных ставок и количества исполнителей коэффициент перехода к эквивалентным размерам трудозатрат  $K=2,16$ .

Следовательно,

$$T_{\text{экл}} = K \cdot T_{\text{л}}, \quad (5)$$

где  $T_{\text{л}}$  — трудозатраты бригады на производство линейных измерений;  $T_{\text{экл}}$  — эквивалентные трудозатраты этой же бригады по сравнению с бригадой, производящей угловые измерения.

В заключение экономических предпосылок сравнения триангуляции и трилатерации отметим некоторые особенности в мо-

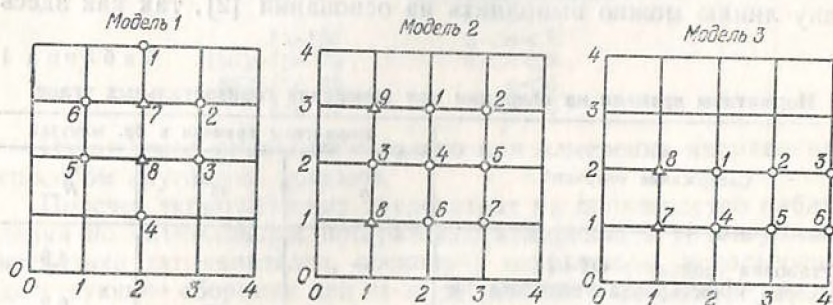


Рис. 1. Модели исследуемых сетей:  
 $\Delta$  — исходный пункт;  $\circ$  — определяемый пункт.

делировании оптимальных программ наблюдений в сетях триангуляции. Моделирование можно выполнять двумя путями: во-первых, если измерения необходимо выполнять на всех пунктах, то в этом случае в (1)  $\Delta C_m = \text{const}$  (6); во-вторых, если нет необходимости выполнять наблюдения на всех пунктах, так как некоторые из них определяются из засечек (например, когда наблюдения ведутся со столбов с принудительным центрированием прибора и визирной цели), то тогда

$$\Delta C_m = \frac{C_m}{m} - \frac{C_{m-1}}{m-1}, \quad (7)$$

где  $C_m$  и  $C_{m-1}$  — стоимость измерений на пункте из  $m$  направлений до и после исключения очередного измерения. Минимизация (7) тождественна следующему выводу: экономичнее наблюдать меньшее количество пунктов с большим количеством направлений, чем большее — с меньшим количеством направлений.

Для решения поставленной в работе задачи выполнены по представленной методике исследования зависимости экономических трудозатрат на выполнение измерений по оптимальным схемам наблюдений методами триангуляции и трилатерации от степени жесткости модельных сетей.

Исследования выполнены на трех специально подобранных моделях сетей (рис. 1) с различными соотношениями максимального и минимального собственных чисел ковариационных матриц угловых наблюдений по всем возможным направлениям:



$I_1=24,6$ ;  $I_2=39,8$ ;  $I_3=249,2$ . Предложенные сети охватывают весь спектр жесткости реальных инженерных сетей. Моделирование оптимальных программ наблюдений в сетях трилатерации выполнено с учетом точностных характеристик следующих светодальномеров: с параметрами МСД-1М (2мм+5мм/км·S км); БОК-2000 — (10 мм); ДК-001 — (0,8 мм+1,5 мм/км S км). Моделирование выполнено по А-критерию оптимизации для сети с различными длинами сторон. Для этого размер исследуемых сетей (рис. 1) увеличивался в один—пять раз. Допустимые точностные параметры сети — эллипсы погрешностей положения пунктов, допустимые большие полуоси которых заданы из расчета

$$A_{\text{доп}} = f \cdot A_{\text{воз}}, \quad (8)$$

где  $A_{\text{воз}}$  — максимальная большая полуось эллипсов погрешностей положения пунктов, определенная из программы всех возможных измерений;  $f$  — коэффициент понижения точности определения координат пунктов, равный 1,10, 1,21, 1,45, 1,69.

Моделирование программ наблюдений в триангуляции выполнено с учетом точностных характеристик теодолита ОТ-02 для аналогичных сетей с такими же допустимыми точностными параметрами. Измерения предполагалось выполнять методом круговых приемов со средней квадратической погрешностью определения направления, равной 0,92, что соответствует методике измерения направлений шестью круговыми приемами. Согласно вышеприведенным системам ограничений такое количество повторных круговых приемов можно считать оптимальным для второй и третьей моделей исследуемых сетей. Для первой модели целесообразнее производить измерения тремя круговыми приемами. Однако эта точность недостаточна для достижения точностных параметров, получаемых при моделировании аналогичных сетей с использованием светодальномера ДК-001. Вследствие того что между моделями, полученными из расчета трех и шести круговых приемов, нет значительной экономической разности, моделирование измерений на первой модели выполнялось, как для второй и третьей модели.

Для упрощения терминологии при анализе результатов введем понятие программы  $A$  и  $B$ , под которыми подразумеваем оптимальные программы наблюдений в триангуляции, полученные с учетом (6) и (7) соответственно.

Из представленных графиков на рис. 2 следует, что программы  $B$  значительно экономичнее программ  $A$  за исключением случаев, когда  $A_{\text{доп}} < 3 \cdot A_{\text{воз}}$ . С увеличением  $A_{\text{доп}}$  разность трудозатрат для выполнения программ  $B$  и  $A$  возрастает до определенного предела; с уменьшением жесткости  $I$  и с увеличением размера сети и точности светодальномера экономические преимущества триангуляции уменьшаются по сравнению с трилатерацией.

Обобщая полученные результаты, попытаемся определить выражение, позволяющее выявлять по заданным параметрам



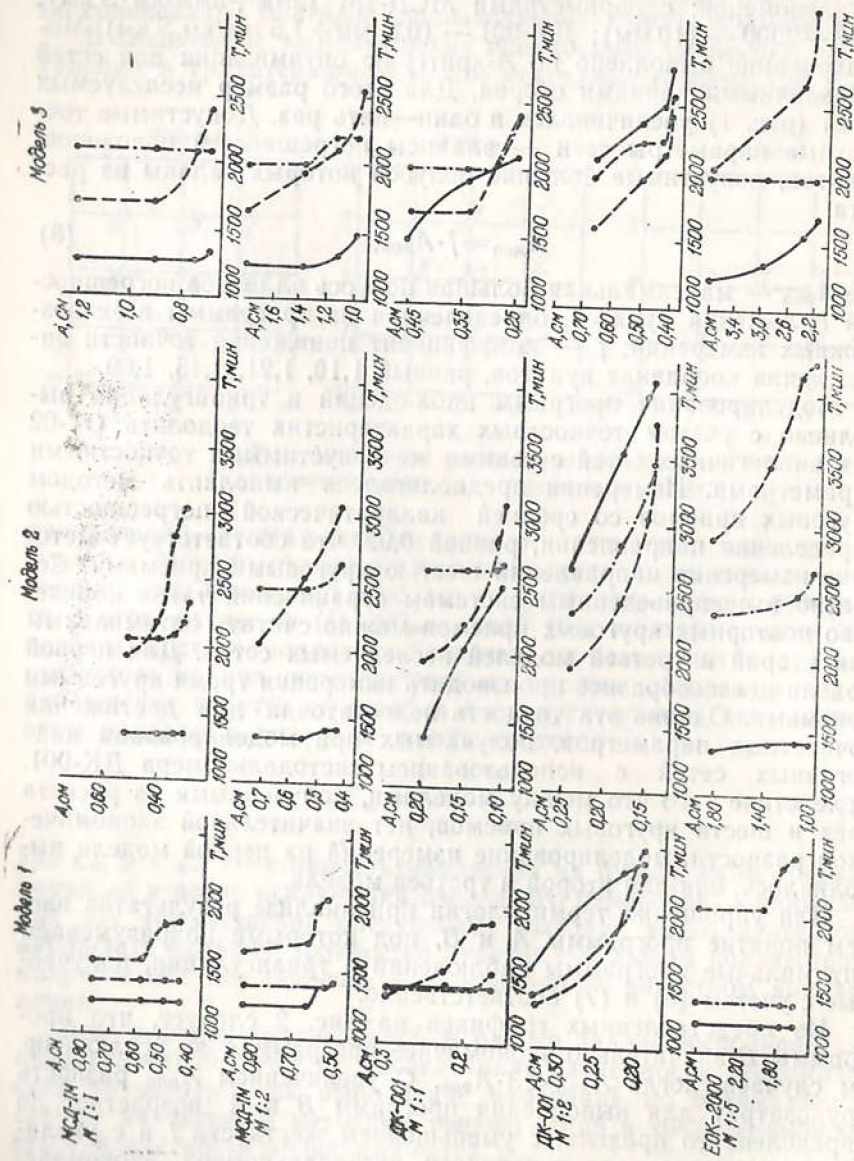


Рис. 2. Экономико-точные зависимости зависимости оптимальных программ наблюдений в исследуемых сетях:  
 — триангуляция (программа В); - - - триангуляция (программа А); - - - трилатерация.

сети и допустимым точностным характеристикам экономически выгодный метод измерений. Для этого введем дополнительный параметр  $A_k/A_{\text{воз}}$ , где  $A_k$  — максимальная большая полуось эллипса погрешностей, при которой метод трилатерации экономически равноценный методу триангуляции (программа А). Эмпирическим путем установлено, что  $A_k/A_{\text{воз}}$ , почти пропорциональна относительной погрешности измерения  $m_{S_{\text{CP}}}/S_{\text{CP}}$ , средней по длине линии в сети, и обратно пропорциональна жесткости

Таблица 2

Числовые значения параметров системы уравнений (10)

Наименование дальномера	Модель	Масштаб- ный коэф- фициент	$S_{\text{CP}}$ м	$\frac{m_{S_{\text{CP}}}}{S_{\text{CP}}}$ , $1 \cdot 10^5$	$I$	$\frac{A_k}{A_{\text{воз}}}$
ДК-001	1	1	163	0,65	24,6	1,60
ДК-001	1	2	326	0,40	24,6	1,26
МСД-1М	2	1	160	1,75	39,8	1,60
МСД-1М	2	2	320	1,13	39,8	1,47
ДК-001	2	1	160	0,65	39,8	1,15
ДК-001	2	2	320	0,40	39,8	1,00
МСД-1М	3	1	171	1,70	249,2	1,21
МСД-1М	3	2	342	1,08	249,2	1,15
ДК-001	3	1	171	0,62	249,2	1,00
ДК-001	3	2	342	0,38	249,2	1,00

сети  $I$ . На основании представленных графиков запишем зависимости вида

$$\frac{m_{S_{\text{CP}}}}{S_{\text{CP}}} \left( \frac{\alpha}{I} + \beta \right) + \gamma = \frac{A_k}{A_{\text{воз}}} \quad (9)$$

для каждого пересечения линий изменения трудозатрат в трилатерации и триангуляции (программа А) от допустимой точности определения положения пунктов. По представленным в табл. 2 результатам вычислений составим девять уравнений вида (9).

В табл. 2 не используются результаты, полученные с помощью светодальномера ЕОК-2000, поскольку их использование отрицательно влияет на точность определения применяемых для аппроксимации коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (независимостью точности измерения линии от ее длины). Поэтому мы определяем коэффициенты уравнения (10) по данным светодальномеров МСД-1М и ДК 001.

Решая методом наименьших квадратов систему уравнений (9), получаем наиболее вероятные значения коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , позволяющие определить точностной порог  $A_k/A_{\text{воз}}$ , соответствующий экономической эквивалентности методов трилатерации и триангуляции (программа А).



После подсчета числовых значений параметров  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  уравнение (9) принимает вид

$$\frac{m_{S_{cp}}}{S_{cp}} \cdot 10^5 \left( \frac{20.5}{I} + 0.08 \right) + 0.90 = \frac{A_k}{A_{воз}}. \quad (10)$$

Надежность вычислений по уравнению (10) составляет 10...15%.

Следовательно, зная параметры сети, точностные характеристики предполагаемого для использования дальномера и величину  $A_{воз}$ , можно из (10) определить значение  $A_k$ . Если  $A_{доп} > A_k$ , то следует применять метод трилатерации, в противном случае целесообразнее использовать метод триангуляции (программа А).

Полученные результаты правомочны при производстве измерений теодолитом ОТ-02. В случае использования другого типа теодолита необходимо правую часть выражения (10) умножить на коэффициент соотношения точности, предполагаемого для использования теодолита и теодолита ОТ-02.

В заключение отметим, что (10) позволяет выявить экономически целесообразный метод создания сети. Однако ее использование эффективно только к программам наблюдений, соответствующих А-критерию оптимизации после предварительных вычислений величин  $I$  и  $A_{воз}$  на ЭВМ.

1. Брыкин П. А. Нормирование геодезических и топографических работ // Тр. ЦНИИГАиК. 1964. Вып. 162. С. 2. Единые нормы времени и расценки на изыскательские работы. М., 1983. Ч. 1. 3. Костецкая Я. М. Определение поперечного сдвига диагонали ряда треугольников, находящихся в середине сплошной сети трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1969. Вып. 8. С. 22—31. 4. Невзоров Н. И., Соломонов А. А. Сравнительный анализ различных методов определения точности положения пунктов плановых опорных сетей // Сб. науч. тр. Белорусской с.-х. академии. 1976. Вып. 2. С. 19—24.
5. Проворов К. Л. Сравнение точности угловой и линейно-угловой триангуляции // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 1960. Вып. 1. С. 57—64.
6. Третяк К. Р. Оптимальное проектирование измерений в линейно-угловых сетях инженерного назначения // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1986. Вып. 43. С. 99—103. 7. Третяк К. Р. Оптимальное проектирование схем измерений в сетях трилатерации // Геодезия, картография и аэрофотосъемка. 1985. Вып. 42. С. 79—85. 8. Трофимов М. Т. О соотношении точности измерений в угловых и линейных сетях // Геодезия и картография. 1965. № 6. С. 44—52. 9. Шевченко А. С. Об эффективности построения опорных геодезических сетей методом трилатерации // Тр. Харьков. с.-х. ин-та. 1975. Т. 216. С. 24—28.

Статья поступила в редколлегию 12.05.89