

**З.Р. Тартачинська**

Національний університет “Львівська політехніка”

## **КОВАРІАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ ДАНИХ АЛЬТИМЕТРІЇ І АБСОЛЮТНИХ ЗНАЧЕНЬ СИЛИ ВАГИ В РЕГІОНІ ЧОРНОГО МОРЯ**

© Тартачинська З.Р., 2001

**Описан порядок построения ЕКФ и выбор АКФ. Приведены существенные параметры полученной ЕКФ и оптимальной АКФ для анализируемого набора данных. Также представлена оценка точности аппроксимации ЕКФ соответствующей АКФ.**

**Order of the construction of the ECF and choice of the ACF are described. Essential parameters of the obtained ECF and optimal ACF for the analyzed data set are presented. Accuracy of the approximation ECF by corresponding ACF are presented also.**

Для побудови локального геоїда найбільш поширеним сьогодні є метод середньої квадратичної колокації. Визначення геоїда в замкненій акваторії має певні труднощі. Перш за все це пов'язано з кількістю вихідних даних і рівномірністю їх розподілу в межах досліджуваної акваторії. Часто на границях акваторії відбраковується значна частина вихідної альтиметричної інформації. Це пов'язано з попередньою обробкою альтиметричних даних, тобто з вихідної інформації виділяються інструментальні, телеметричні, наземні та інші помилки. Крім того, берегова лінія має нечіткі контури, а відстань між сусідніми підсупутниковими трасами є значною (для супутника GEOSAT в регіоні Чорного моря вона становить приблизно 70 – 80 км) і це є теж причиною того, що вздовж границі акваторії недостатньо вихідних даних. Отже, дані супутникової альтиметрії в прибережній зоні будь-якої замкненої акваторії не можна вважати надійними. А це, в свою чергу, впливає на точність побудованого за такими даними геоїда.

З метою підвищення точності визначення геїда в прибережній зоні було запропоновано побудувати альтиметро-гравіметричний геїд в регіоні Чорного моря з використанням додаткової інформації вздовж узбережжя у вигляді пунктів з відомими абсолютною значеннями сили ваги. Обчислювана схема, яка реалізує метод середньої квадратичної колокації з додатковими умовами, представлена в роботі [1].

Для побудови геїда за даними супутникової альтиметрії GEOSAT на регіон Чорного моря методом середньої квадратичної колокації (СКК) з додатковими умовами необхідно виконати коваріаційний аналіз комбінованих даних: вихідної альтиметричної інформації і абсолютнох значень сили ваги в пунктах, розташованих на узбережжі Чорного моря.

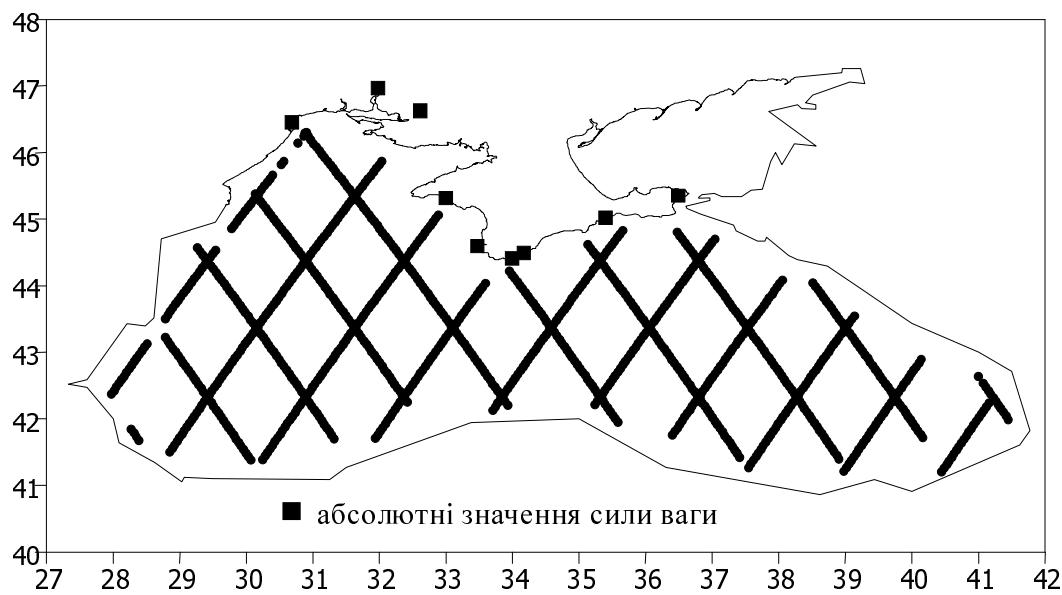
Дані вимірювання супутникової альтиметрії GEOSAT належать до початку місії GEOSAT, яка розпочалась у листопаді 1986р. та охопила відрізок часу в 1 рік, протягом якого і робилось осереднення інформації. Висоти поверхні моря SSH (Sea Surface Heights) над еліпсоїдом визначались за допомогою обчислення орбіт GEOSAT на основі сучасної моделі руху супутника, враховуючи модель гравітаційного поля GEM-T2. Під час осереднення за стандартною методикою проф. Раппа (Університет штату Охайо) [5] для кожного з окремих альтиметричних вимірювань виконувалась редукція з використанням компонент градієнта геїда і тільки після цього проводилося саме осереднення від точки до точки. В результаті такої попередньої обробки отримано 977 осереднених за рік значень SSH на регіон Чорного, Азовського і частини Мармурового моря. Внаслідок відбраковки даних, що належать до регіону Азовського і частини Мармурового моря, а також явно ненадійних значень вихідної альтиметричної інформації вздовж берегової лінії до обробки залишилось 940 даних супутникової альтиметрії GEOSAT, які і використовувались у подальших дослідженнях.

Точність принятих до обробки значень SSH знаходиться в межах від 1 см до 27 см.

Середнє значення оцінки точності осереднених за рік значень висот поверхні моря становить 12 см.

Середня густота відібраної інформації – 2 точки на  $1000 \text{ км}^2$ .

Вихідні дані вимірювань альтиметрії розташовані вздовж трас супутника GEOSAT. Відстань між точками на одній підсупутниковій трасі становить близько  $3'$ , а відстань між сусідніми підсупутниковими трасами – близько  $1^\circ$ . Для графічної ілюстрації цих вихідних даних на рисунку показано розподіл вимірювальної інформації.



Розташування вихідних даних на акваторії Чорного моря

Крім цього, в обробці результатів супутникової альтиметрії методом колокації з додатковими умовами використовувались абсолютні значення сили ваги в 9 пунктах, розташованих на узбережжі Чорного моря (див. рисунок). Точність цих даних відповідає вимогам до гравіметричних пунктів 1 класу.

Статистичний аналіз вихідних даних про різні трансформанти геопотенціалу містить побудову емпіричної коваріаційної функції (ЕКФ), визначення її суттєвих параметрів та вибір оптимальної аналітичної коваріаційної функції (АКФ) з відповідного сімейства КФ.

Для побудови КФ регіонального гравітаційного поля Землі або його трансформант традиційним є визначення ЕКФ на основі однорідного (по сфері) та ізотропного (по азимутах) осереднення по тій частині геосфери, де є дані вимірювань.

Будь-яку коваріаційну функцію характеризують такі суттєві параметри [4]:

1. Дисперсія КФ ( $K_0$ ) – це значення коваріаційної функції при  $\psi = 0$

$$K_0 = K(P, Q) = K(\psi) = K(0). \quad (1)$$

2. Довжина кореляції  $\xi$  – це значення аргументу  $\xi$ , при якому  $K(\psi)$  зменшується вдвічі

$$K(\xi) = \frac{1}{2} K_0. \quad (2)$$

3. Параметр кривизни  $\chi$  – це безрозмірна величина, пов'язана з кривизною  $k$  коваріаційної кривої при  $\psi = 0$  таким співвідношенням

$$\chi = k \xi^2 / K_0, \quad (3)$$

$$k = K'' / (1 + K'^2)^{3/2}, \quad (4)$$

де  $K' = \frac{\partial K}{\partial \psi}$  і  $K'' = \frac{\partial^2 K}{\partial \psi^2}$  – відповідно, перша і друга похідні КФ.

Параметр кривизни  $\chi$  можна виразити через дисперсію похідної  $G_0 = -K''(0) = k$

$$\chi = \xi^2 G_0 / K_0. \quad (5)$$

Обчислення ЕКФ виконувалось згідно з роботою [7]. На першому етапі з вихідних даних видалювався тренд моделі глобального гравітаційного поля Землі EGM96 [6], яка представлена гармонічними коефіцієнтами потенціалу до 360 степеня й порядку, а отже, має роздільну здатність  $30' \times 30'$ . В результаті отримали залишкове поле, яке об'єднує поле залишкових висот геоїда і залишкових аномалій сили ваги.

Практично емпірична КФ для висот геоїда  $N_i$  у випадку точкових даних вимірювань може бути обчислена за формулою

$$C(\psi) = \frac{\sum \bar{N}_j \bar{N}_k}{K^*}, \quad (6)$$

де  $K^*$  – кількість добутків пар точок для заданої сферичної відстані  $\psi$ , яка послідовно змінюється з кроком  $\Delta\psi$ .

Значення  $\Delta\psi$  вибирається для кожного конкретного випадку і залежить від деталізації вихідної інформації. Відстань між точками  $P$  і  $Q$ , розміщеними на сфері, знаходять за формулою

$$\cos \psi = \cos B_P \cos B_Q + \sin B_P \sin B_Q \cos(L_Q - L_P), \quad (7)$$

де  $B$  і  $L$  – відповідно широта і довгота точок  $P$  і  $Q$ .

Отже, при обчисленні ЕКФ ми приймали, що висоти геоїда наближено дорівнюють відповідним висотам поверхні моря. Такий підхід є традиційним, оскільки для обробки

альтиметричних даних методом середньої квадратичної колокації потрібна, в першу чергу, якісна картина коваріаційного аналізу. Істина КФ на практиці не може бути знайдена хоча б з причини помилок вимірювань.

ЕКФ будувались на основі комбінованого залишкового поля з кроком  $\Delta\psi = 1^\circ$ . Суттєві параметри обчислених ЕКФ наведені в табл.1.

Таблиця 1

#### Характеристика побудованих ЕКФ

Суттєві параметри	Нецентралізована ЕКФ	Централізована ЕКФ
Дисперсія поля, $K_0$	$0,931 \text{ м}^2$	$0,307 \text{ м}^2$
Довжина кореляції, $\xi$	$9,24^\circ$	$0,54^\circ$
Параметр кривизни, $\chi$	151,527	1,910

Задача побудови АКФ зводиться до задачі апроксимації ЕКФ. Більшість поширеніх в практиці локальних і регіональних досліджень АКФ в основному використовуються в плоскій апроксимації (експотенціальна, Hirvonen 1, Hirvonen 2, Hirvonen 3 порядку, Markov 2 і 3 порядку та інші). Аналітичний вираз для АКФ слід підбирати з врахуванням природних особливостей, які характеризують поле, що вивчається. АКФ має бути позитивно визначена, повинна бути просторовою функцією, що має гармонічне продовження в зовнішній простір, а також може використовуватись при апроксимації ЕКФ як в регіональних, так і в глобальних дослідженнях. Сімейство АКФ, яке задовольняє ці умови, це потенціальні функції – потенціали радіальних мультиполів [2, 3].

Вибір оптимальної АКФ виконувався за стандартною методикою [3] за двома критеріями: точності апроксимації ЕКФ за допомогою відповідної АКФ та підбору такої АКФ, суттєві параметри якої найкращим чином відповідають вже визначеному таким же параметрам для ЕКФ. При цьому зауважимо, що експериментальним шляхом була встановлена можливість вибору АКФ за рахунок тільки суміщення параметрів дисперсії поля і довжини кореляції для ЕКФ з відповідними суттєвими параметрами АКФ та обчислення точності наближення ЕКФ у середньоквадратичному значенні на цілому інтервалі для подальшого вибору оптимального порядку  $n$  функції  $K_n(P,Q) = K_n(\psi)$ . Можливість такого підходу можна пояснити тим, що якісна картина АКФ із запропонованого класу КФ потенціалів радіальних мультиполів добре відповідає такій ж для ЕКФ.

Таким чином був отриманий оптимальний порядок АКФ  $n = 2$ . Відносна середньо-квадратична помилка апроксимації ЕКФ відповідною АКФ становить 0,150, абсолютна – 0,046. Суттєві параметри модельної АКФ наведені в табл. 2.

Таблиця 2

#### Характеристика оптимальної АКФ

Суттєві параметри	АКФ
Дисперсія поля, $K_0$	$0,301 \text{ м}^2$
Довжина кореляції, $\xi$	$0,60^\circ$
Параметр кривизни, $\chi$	3,500

Отримана оптимальна АКФ використовувалась для розв'язання задачі побудови геоїда в регіоні Чорного моря методом СКК з додатковими умовами, тобто за даними супутникової альтиметрії GEOSAT і абсолютноюми значеннями сили ваги.

1. Тартачинська З. Побудова альтиметро-гравіметричного геоїда методом середньої квадратичної колокациї з додатковими умовами // Геодинаміка. – 2000. – № 1 (2). – С. 62 – 67.
2. Marchenko A.N. *Description of the Earth's Gravity Field by the System of Potentials of non-central multipoles. I. Theoretical backgrounds; II. Preliminary multipole analysis. Kinematics and Physics of Celestial Bodies.* – 1987. – Vol.3. – № 2. – P. 54 – 62; Vol.3. – № 3. – P. 38 – 44.
3. Marchenko A.N., Abrikosov O.A. Covariance functions set derived from radial multipole potentials. // *Gravity and Geoid*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1995. – P. 296 – 303.
4. Moritz H. *Advanced Physical Geodesy*. Wichmann, Karsruhe, 1980.
5. Rapp R. *The Ohio State 1991 Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Model*. // Depart. of Geod. Science. Rep. № 410. – Ohio State University, Columbus, 1991.
6. Rapp R. and Nerem R. A Joint GSFC/DMA Project for Improving the Model of the Earth's Gravitational Field. // Proceed. of the International Symposium No 113 “*Gravity and Geoid*”, Graz, Austria, 1994, Springer-Verlag Berlin Heidelberg. – P. 413 – 422.
7. Tscherning C., Rapp R. *Closed Covarianse Expressions for Gravity Anomalies, Geoid Undulations, and Deflection of the Vertical Implied by Anomaly Degree Variance Models* // Depart. Geod. Science. № 208. – Ohio State University, 1974. – 89 p.