

СИНТЕЗ ПОЛІГАРМОНІЙНОГО ВИМІРЮВАЛЬНОГО СИГНАЛУ З БУДЬ-ЯКОЮ КІЛЬКІСТЮ ТОЧОК ПЕРЕМИКАННЯ

SYNTHESIS OF MULTI-HARMONICH MEASURING SIGNAL WITH AN ARBITRARY NUMBER OF FLIP POINTS

Герасимов С.В., д.т.н., с.н.с.

Харківський національний університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба

Дакі О.А., к.пед.н., доц.

Державний університет інфраструктури та технологій, м. Київ

Яковлев М.Ю., д.т.н., с.н.с.

Національна академія Національної гвардії України, м. Харків

Serhiy Herasimov

Ivan Kozhedub National Air Force University, Kharkiv, Ukraine

O. Daki

State University of Infrastructure and Technology, Kyiv, Ukraine

Maksym Yakovlev

National Academy of the National Guard of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

Анотація

У статті показана особливість застосування полігармонійних вимірювальних сигналів для контролю технічного стану динамічних об'єктів. Так, реалізація традиційного підходу до оцінки характеристик амплітудно-частотного спектру динамічних об'єктів, що ґрунтується на застосуванні генераторів сигналів синусоїдної форми, потребує значної трудомісткості вимірювань, оскільки потрібно послідовно задавати на генераторі контрольні частоти об'єкту, технічний стан якого контролюється. Показано, що уникнути даного недоліку можна за рахунок використання полігармонійних вимірювальних сигналів. Обґрунтовано, що найбільшими функціональними можливостями з управління спектральним складом володіють полігармонійні сигнали зі складним законом модуляції тривалості імпульсів, коли отримання необхідного спектру сигналу досягається за рахунок зміни моментів перемикання його рівнів. Мета статті полягає в отриманні аналітичного співвідношення, що зв'язує спектр амплітуд гармонійних складових полігармонійного вимірювального сигналу з набором його моментів перемикання. Запропонована методологія синтезу параметрів полігармонійних вимірювальних сигналів. Отримані квадратурні формули для визначення амплітудного спектру полігармонійного сигналу з довільним законом модуляції тривалості його імпульсів. З метою узагальнення отриманих рівностей запропонована універсальна формула для розрахунку нижньої межі індексу підсумовування для парної або непарної кількості точок перемикання. У статті поставлена та вирішена задача знаходження аналітичного апарату, що пов'язує характеристики амплітудно-частотного спектру полігармонійного сигналу, що має довільний закон модуляції тривалості імпульсів, з набором значень точок перемикання. Наведено кінцевий вираз для розрахунку амплітуди полігармонійного вимірювального сигналу. Наведені форми полігармонійного сигналу з парною та непарною кількістю точок перемикання.

Abstract

Application of multi-harmonic measuring signals for control of the technical state of dynamic objects is considered. Implementation of the traditional approach to the evaluation of the amplitude-frequency spectrum characteristics of dynamic objects, based on the application of generators of sinusoidal signal, requires a considerable complexity of measurements. It is necessary to set sequentially the control frequency of the object, technical state of which is monitored. Elimination of this shortcoming can be performed by application of multi-harmonic measuring signals. It is proved that the multi-harmonic signals with complex law of modulation of pulse duration possess the greatest functional capabilities for controlling the spectral composition, when the obtaining the necessary spectrum of the signal is achieved by changing the moments of switching its levels. The purpose of the paper is to obtain an analytical relation that binds the spectrum of the amplitudes of the harmonic components of a multi-harmonic measuring signal with a set of its switching

moments. The methodology of synthesis of multi-harmonic measuring signals parameters is proposed. Quadrature formulas are obtained for determining the amplitude spectrum of a multi-harmonic signal with arbitrary law of modulating its pulses duration. In order to generalize the resulting equations, we have proposed an universal formula for computing the lower limit of the summation index for even or odd number of switch points. The article presents and solves the problem of finding an analytical apparatus that binds the characteristics of the amplitude-frequency spectrum of a multi-harmonic signal inherent in an arbitrary law of pulse duration modulation, with a set of values of switching points. The final equation for computing the amplitude of a multi-harmonic measuring signal is obtained. The forms of multi-harmonic signal with an even and an odd number of switching points are given.

Ключові слова

Полігармонійний вимірювальний сигнал, спектральний склад, точки перемикання

Keywords

Multi-harmonic Measuring Signal, Spectral Composition, Switching Points

1. Вступ

Реалізація традиційного підходу до вимірювання характеристик амплітудно-частотного спектру динамічних об'єктів, що ґрунтується на застосуванні генераторів синусоїдних коливань, потребує значної трудомісткості вимірювань, оскільки потрібно послідовно задавати на генераторі контрольні частоти об'єкту, що досліджується. Уникнути даного недоліку можна за рахунок використання полігармонійних вимірювальних сигналів. Постановка задачі отримання оптимальних параметрів полігармонійних вимірювальних сигналів передбачає визначення конкретних критеріїв синтезу, основними з яких є максимізація коефіцієнта використання потужності, досягнення задовільного рівня найменшої за амплітудою корисної гармоніки у спектрі, мінімізація розкиду амплітуд спектральних складових на частотах аналізу тощо [1-4].

Крім наведених показників спектра сигналів, метод синтезу полігармонійних вимірювальних сигналів може так само враховувати інші показники, наприклад, коефіцієнт амплітуди, який визначається як відношення максимального за модулем значення сигналу до його середньоквадратичного значення. Оптимізація таких сигналів з метою мінімізації коефіцієнта амплітуди приводить до збільшення "відношення сигнал / шум" та, відповідно, забезпечує підвищену перешкодозахищеність вимірювань характеристик амплітудно-частотного спектру динамічних об'єктів [4, 5].

Періодичні сигнали полігармонійної форми, що мають нормовані параметри амплітудного спектра, знаходять широке застосування в метрологічній практиці [1-5]. Вибір таких сигналів як вимірювальних впливів для ідентифікації технічного стану динамічних об'єктів у частотній області дозволяє отримати високу перешкодозахищеність контролю, оскільки у кожен момент часу полігармонійні сигнали приймають значення або F_0 , або $-F_0$, забезпечуючи при будь-якому рівні перешкоди високий показник "відношення сигнал / шум". Крім того, апаратна реалізація калібраторів полігармонійних сигналів є найпростішою, що забезпечує їм економічну ефективність [5].

Найбільшими функціональними можливостями з управління спектральним складом володіють полігармонійні сигнали зі складним законом модуляції тривалості імпульсів, коли отримання необхідного спектру сигналу досягається за рахунок зміни моментів перемикання його рівнів [4].

Аналітичне завдання сигналу з метою подальшого його спектрального аналізу класичним апаратом перетворення Фур'є вже при кількості точок перемикання, більшому 10-ти, представляє досить трудомістке завдання навіть для сучасних систем комп'ютерної математики [6]. Крім того, деякі ітераційні алгоритми оптимізації сигналів передбачають багаторазове перебування амплітуд гармонік при різних значеннях моментів перепаду рівнів. Як вирішення завдання пропонується знайти залежність, що дозволяє обчислювати спектр амплітуд полігармонійного сигналу за відомим набором його точок перемикання.

2. Недоліки

Серед полігармонійних сигналів найбільш відомими є меандр, прямокутні імпульси та їх комбінації у пакетах, а так само полігармонійні послідовності максимальної довжини [7, 8]. Однак їх застосування під час вимірювання характеристик амплітудно-частотного спектру динамічних об'єктів обмежується значною нерівномірністю гармонік та неефективним розподілом потужності сигналів, оскільки значна її частина знаходиться поза зоною аналізу. Кращі результати можна досягти, якщо оптимізувати складний полігармонійний вимірювальний сигнал з довільним набором точок переключення [9], який

наближується в середньоквадратичному відношенні в часовій області до заданого сигналу. Але, як і в попередніх аналізованих роботах, низька гнучкість управління спектральним складом, яка обумовлена у даному випадку залежністю цільової функції оптимізації від фаз гармонічних складових, не дозволяє отримати бажані значення нерівномірності гармонік і корисної потужності.

Більшість джерел з питань радіотехнічних ланцюгів і сигналів розглядають найпростіші види полігармонійних сигналів, такі, як послідовність прямокутних імпульсів з довільною скважністю або меандр, і призводять кінцеві співвідношення для визначення їх спектральних складових [7, 8]. У роботі [9] наведені розрахункові формули перетворення Фур'є для деяких класів функцій. Огляд різних адаптивних квадратур для обчислення певних інтегралів від довільних функцій проведено в [10].

3. Мета статті

Мета статті полягає в отриманні аналітичного співвідношення, що зв'язує спектр амплітуд гармонічних складових полігармонійного вимірювального сигналу з набором його моментів перемикавання.

4. Матеріали та методи

Розглянемо полігармонійний сигнал $f(\alpha)$, має довільний закон модуляції тривалості імпульсів. На інтервалі одного періоду $T=2\pi$ він має M точок перемикавання $\{\alpha_i\}$, де $\alpha=\omega_0 t$; ω_0 – основна частота сигналу; $i=\overline{1,M}$, причому $\alpha_{i-1} < \alpha_i < \alpha_{i+1}$, $\alpha_1=0$, $\alpha_M=2\pi$. Мінімальне значення кількості точок перемикавання $M=3$, що справедливо для послідовності прямокутних імпульсів або меандру.

Отримаємо залежність амплітудного спектра даного сигналу від вектора точок його перемикавання $\{\alpha_i\}$ для двох різних випадків: при парному та непарному значенні M .

Запишемо аналітичний вираз для визначення сигналу $f(\alpha)$, коли M – будь-яке непарне число:

$$f_1(\alpha) = \begin{cases} F_0, & \text{якщо } \alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2, \dots, \alpha_{M-2} \leq \alpha < \alpha_{M-1} \\ -F_0, & \text{якщо } \alpha_2 \leq \alpha < \alpha_3, \dots, \alpha_{M-1} \leq \alpha < \alpha_M \end{cases} \quad (1)$$

Форма сигналу (1) представлена на рис. 1.

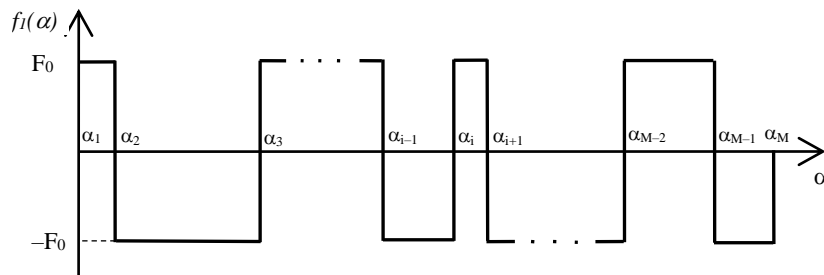


Рис.1. Полігармонійний сигнал з непарною кількістю точок перемикавання

Аналогічно аналітичний запис полігармонійного сигналу, у якого M – парне число, буде мати вигляд:

$$f_2(\alpha) = \begin{cases} F_0, & \text{якщо } \alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2, \dots, \alpha_{M-1} \leq \alpha < \alpha_M \\ -F_0, & \text{якщо } \alpha_2 \leq \alpha < \alpha_3, \dots, \alpha_{M-2} \leq \alpha < \alpha_{M-1} \end{cases}, \quad (2)$$

а його форма показана на рис. 2.

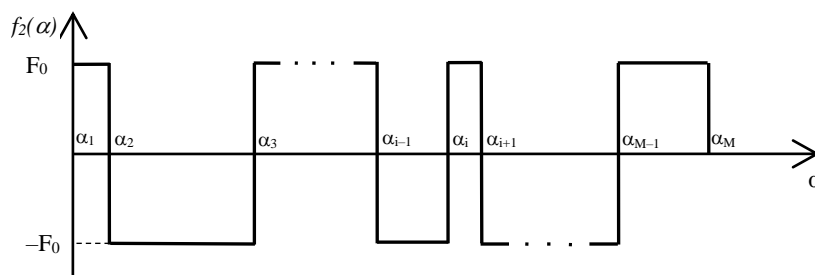


Рис. 2. Полігармонійний сигнал з парною кількістю точок перемикавання

Знайдемо комплексні коефіцієнти Фур'є сигналів (1) і (2), використовуючи наступну рівність [7]

$$\dot{d}_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha = \frac{1}{2} c_n e^{j\psi_n}, \text{ при } n \neq 0, \quad (3)$$

де c_n і ψ_n – амплітуда та початкова фаза n -й гармоніки.

Із виразу (3) після перетворення [11] випливає, що амплітуда n -й гармоніки визначається як

$$c_n = 2 \left| \dot{d}_n \right| = \frac{1}{\pi} \left| \int_0^{2\pi} f(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha \right|. \quad (4)$$

Постійна складова сигналу c_0 дорівнює

$$c_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\alpha) d\alpha. \quad (5)$$

Квадратурні формули (4) і (5) визначають амплітудний спектр полігармонійного сигналу з довільним законом модуляції тривалості його імпульсів, однак при відомому векторі точок перемикавання сигналу $\{\alpha_i\}$ безпосереднє використання співвідношень (4) і (5) неможливо. Тому доцільно перейти від інтегралів до записів з використанням кінцевих сум.

Для цього, підставляючи в формулу (4) вирази (1) і (2), отримуємо відповідно амплітудний спектр сигналу $f_1(\alpha)$

$$c_{1n} = \frac{2F_0}{\pi n} \left| e^{-jn\alpha_1} - e^{-jn\alpha_2} + e^{-jn\alpha_3} - \dots - e^{-jn\alpha_{M-1}} \right| = \frac{2F_0}{\pi n} \left| \sum_{i=1}^{M-1} (-1)^{i+1} e^{-jn\alpha_i} \right| \quad (6)$$

і амплітудний спектр сигналу $f_2(\alpha)$

$$c_{2n} = \frac{2F_0}{\pi n} \left| -e^{-jn\alpha_2} + e^{-jn\alpha_3} - \dots - e^{-jn\alpha_{M-1}} \right| = \frac{2F_0}{\pi n} \left| \sum_{i=2}^{M-1} (-1)^{i+1} e^{-jn\alpha_i} \right|. \quad (7)$$

Різниця між формулами (6) і (7) складається лише у нижніх межах індексу підсумовування. Для непарної кількості точок перемикавання величина та приймає значення від 1 до $M-1$, а для парного кількості – від 2 до $M-1$. З метою узагальнення рівності (6) і (7) наведемо універсальну формулу для розрахунку нижньої межі індексу підсумовування, позначивши його M_0 , що дозволить для будь-яких M (парних або непарних) отримувати відповідні значення нижніх меж сум:

$$M_0 = \frac{\left| (-1)^{M+1} - 1 \right|}{2} + 1. \quad (8)$$

Елемент $(-1)^{i+1}$ у співвідношеннях (6) і (7), визначає знакозмінний ряд, запишемо у вигляді $(-1)^i$, оскільки збереження показника ступеня, рівного $(i+1)$, необхідно тільки при обчисленні фаз гармонічних складових ψ_n .

Розклавши комплексні експоненти виразів (6) і (7) за формулою Ейлера [12] і з урахуванням виразу (8), отримаємо аналітичне співвідношення, що зв'яже спектр амплітуд полігармонійного сигналу з набором його точок перемикавання $\{\alpha_i\}$:

$$c_n = \frac{2F_0}{\pi n} \sqrt{\left[\sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cdot \cos(n\alpha_i) \right]^2 + \left[\sum_{i=M_0}^{M-1} (-1)^i \cdot \sin(n\alpha_i) \right]^2}. \quad (9)$$

Відзначимо, що формула (9) справедлива й у разі $f_1(\alpha) = -f_2(\alpha)$, $f_2(\alpha) = -f_1(\alpha)$.

У той же час перетворення формули (5) для обчислення постійної складової сигналу вимагають обліку значення, а точніше знака $f(\alpha)$ на першому інтервалі аналізу ($\alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2$). Наведемо кінцеве вираз для розрахунку величини c_0 :

$$c_0 = \frac{F_0}{2\pi} \sum_{i=1}^{M-1} (-1)^{i+1} \cdot (\alpha_{i+1} - \alpha_i) \cdot \text{sign}(f(\alpha)) \Big|_{\alpha_1 \leq \alpha < \alpha_2}. \quad (10)$$

5. Результати і обговорення

У представленій роботі запропоновано та досліджено методологію синтезу параметрів полігармонійних вимірювальних сигналів, які дозволяють отримувати перешкодозахищені вимірювальні сигнали з потрібними показниками спектра, зокрема, коефіцієнтами корисної потужності та нерівномірності, середнього значення гармонік у корисному діапазоні частот.

6. Висновки

Таким чином, у статті поставлена та вирішена задача знаходження аналітичного апарату, що пов'язує амплітудний спектр полігармонійного сигналу, що має довільний закон модуляції тривалості імпульсів, з набором значень точок перемикавання. Причому, амплітуди гармонік з номерами 1 і вище однозначно визначаються вектором точок перемикань $\{\alpha_i\}$ і значенням рівня сигналу F_0 , а обчислення постійної складової вимагає, крім цього, додаткового знання про знак сигналу на першому інтервалі аналізу (знаку першого імпульсу). Подальші дослідження необхідно зосередити на використанні отриманих виразів у програмах синтезу полігармонійних сигналів, які передбачають перебування такого набору точок перемикавання, при якому забезпечується необхідний спектральний склад.

Подяка

Автори висловлюють вдячність колективу Метрологічного центру військових еталонів, кафедри Інформаційно-вимірювальних технологій Національного університету «Львівська політехніка», Україна, за надану допомогу та всемірне сприяння у підготовці даної статті.

Література

1. Павленко Ю.Ф., Славинский С.И. (1999). Вопросы метрологического обеспечения анализаторов спектра, Український метрологічний журнал, №3, с. 35-42.
2. Herasimov S., Shapran Yu. and Stakhova M. (2018). Measures of efficiency of dimensional control under technical state designation of radio-technical facilities, *Information Processing Systems*, Issue (152), pp. 148-154, DOI: 10.30748/soi.2018.152.21.
3. Чинков В.Н., Крихтін Ю.О. (2002). Аналіз сучасного стану та перспективні напрямки синтезу оптимальних полігармонічних сигналів з нормованим спектром для контролю технічного стану зразків озброєння та військової техніки, *Системи обробки інформації*, Вип.5(21), с. 214-217.
4. Bratslavskaya A., Herasimov S., Zubrytskyi H., Tymochko A. and Timochko A. (2017). Theoretical basic concepts for formation of the criteria for measurement signals synthesis optimality for control of complex radio engineering systems technical status, *Information Processing Systems*, Issue 5 (151), pp. 151-157.
5. Herasimov S.V., Timochko O.I. and Khmelevskiy S.I. (2017), Synthesis method of the optimum structure of the procedure for the control of the technical status of complex systems and complexes, *Scientific Works of Kharkiv National Air Force University*, Issue 4 (53), pp. 148-152.
6. Кудрявцев Е.М. *Mathcad 2000 Pro* (2001). ДМК Пресс, Москва, 576 с.
7. Гоноровский И.С., Демин М.П. (1994). Радиотехнические цепи и сигналы, Радио и связь, Москва, 481 с.
8. Баскаков С.И. (2000). Радиотехнические цепи и сигналы, Высшая школа, Москва, 462 с.
9. Задирака В.К. (1983). Теория вычисления преобразования Фурье, Наукова думка, Киев, 216 с.
10. Gander W., Gautschi W. (2000). Adaptive Quadrature – Revisited, *BIT*, Vol. 40, pp. 84-101.
11. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. (1981). Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов, Наука, Москва, 720 с.

References

- [1] Yu. Pavlenko, S. Slavinsky, “Questions of metrological support of spectrum analyzers”, *Ukr. Metrolog. Journ.*, iss.3, p.35-42, 1999.
- [2] S. Herasimov, Yu. Shapran, M. Stakhova, “Measures of efficiency of dimensional control under technical state designation of radio-technical facilities”, *Information Processing Systems*, iss.4(152), p.148-154, 2018.
- [3] V. Chinkov, Yu. Krichitin, “An analysis of the current state and perspective directions of synthesis of optimal multi-harmonic signals with a normalized spectrum for the control of the technical condition of samples of weapons and military equipment”, *Information Processing Systems*, iss.5(21), p.214-217, 2002.
- [4] A. Bratslavskaya, S. Herasimov, H. Zubrytskyi, A. Tymochko, A. Timochko, “Theoretical basic concepts for formation of the criteria for measurement signals synthesis optimality for control of complex radio engineering systems technical status”, *Information Processing Systems*, iss.5(151), p.151-157, 2017.
- [5] S. Herasimov, O. Timochko, S. Khmelevskiy, “Synthesis method of the optimum structure of the procedure for the control of the technical status of complex systems and complexes”, *Bull. Sc. Papers Kharkiv Nat. Air Force Univ.*, iss.4(53), p.148-152, 2017.
- [6] E. Kudryavtsev, *Mathcad 2000 Pro*. Moscow, RF: DMC Press, 2001.
- [7] I. Honorovsky, M. Demin, *Radiotechnical circuits and signals*. Moscow, RF: Radio and communications, 1994.
- [8] S. Baskakov, *Radiotechnical circuits and signals*. Moscow, RF: Higher school, 2000.
- [9] V. Zadiraka, *Theory of calculating the Fourier transformation*. Kyiv, Ukraine: Scientific thought, 1983.
- [10] W. Gander, W. Gautschi, “Adaptive Quadrature – Revisited”, *BIT*, vol.40, p.84-101, 2000.
- [11] I. Bronshtein, K. Semendyaev, *Handbook of Mathematics*, Moscow, RF: Science, 1981.