УДК 621.01

О. С. Ланець[1], П. В. Майструк[1], В. М. Боровець[1], І. А. Деревенько[2]
[1] Національний університет "Львівська політехніка",
[2] Вінницький національний аграрний університет

ОБҐРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ТРИМАСОВОЇ МІЖРЕЗОНАНСНОЇ ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З ІНЕРЦІЙНИМ ПРИВОДОМ

https://doi.org/10.23939/istcipa2019.53.013

Мета полягає в обґрунтуванні параметрів тримасових коливальних систем з інерційним приводом, що забезпечують їх роботу міжрезонансній зоні. **Актуальність.** Тримасові міжрезонансні вібраційні машини рідко застосовуються у виробництві, оскільки вони є складні у розрахунку, проектуванні, виготовленні, експлуатації та переналагодженні. Якісно нові підходи до розрахунку і проектування тримасових міжрезонансних вібраційних машин дало б змогу широко впроваджувати їх як технологічне обладнання на підприємствах різних галузей промисловості. **Методика.** Уточнюються аналітичні вирази за класичними підходами до лінійних коливальних систем із гармонійним збуренням. Для цього розглянуто фізичну модель тримасової міжрезонансної коливальної системи та складено її математичну модель у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь. На основі цього формується розв'язок (значення амплітуд коливань). Використовуючи детермінант матриці коефіцієнтів при невідомих, проводяться необхідні математичні операції, що задовольняють накладені умови із встановлення невідомих жорсткісних параметрів. **Результати.** Аналітичні залежності, представлені в статті, дають змогу проектувати тримасові міжрезонансні вібраційні машини, що володіють значним динамічним потенціалом, внаслідок чого вони є енергоефективнішими порівняно з одно- і двомасовими. **Наукова новизна.** Запропоновано нові аналітичні залежності для розрахунку тримасових коливальних систем з інерційним приводом, що забезпечують їх роботу в міжрезонансній зоні. **Практична значущість.** Встановлені аналітичні вирази можуть широко застосовуватись під час проектування вібраційного технологічного обладнання. Достатня точність та простота запропонованих аналітичних виразів сприяє їх широкому використанню на практиці.

Ключові слова: тримасова коливальна система, інерційно-жорсткісні параметри, вібраційна машина.

Вступ. Сьогодні в багатьох галузях машинобудівної, хімічної, будівельної та гірничої промисловостей для виконання технологічних завдань застосовують великогабаритні вібраційні установки. Найчастіше для силового збурення коливальних мас таких вібромашин використовують інерційний привід на основі дебалансних віброзбуджувачів, який є доволі компактний за великої збурювальної сили, відносної легкості виготовлення та простоти застосування. Проте, незважаючи на ці переваги, даний тип обладнання залишається доволі енергозатратним, оскільки основні методи його розрахунку та підходи до проектування розроблено ще у 80-ті роки минулого століття.

Останнім часом відбувається масова комерціалізація, яка зокрема полягає у потребі виводити продукцію машинобудівної, хімічної, будівельної та інших галузей промисловості на міжнародний ринок збуту. Для цього продукція повинна бути якісною і при цьому достатньо дешевою. Як відомо, на вартість продукції істотно впливає технологія її виготовлення (простота виготовлення, затрати людських ресурсів, енергії). Політика держави полягає у заохоченні підприємств до використання енергоефективних технологій. Тож появляється необхідність створення такого технологічного обладнання (зокрема і вібраційного), яке би володіло значною продуктивністю і було при цьому енергоефективним. Потрібно запропонувати такі методи розрахунку і проектування вібраційних установок, які дозволяли б працювати їм у високоефективних режимах роботи, бути простими у виготовленні та експлуатації. Економія споживаної потужності для великогабаритних одиниць вібраційного обладнання при використанні сучасних технологій може досягати кількох десятків кВт.

Аналіз літературних джерел за темою статті. Конструкції тримасових міжрезонансних вібраційних машин вважають одними із найефективніших. Перші зразки такого обладнання з'явились у 30-ті роки минулого століття у Сполучених Штатах [1]. Застосування цього типу вібраційного обладнання доволі перспективне у будівельній, хімічній, гірничодобувній та харчовій промисловостях.

Проте сьогодні міжрезонансні механічні коливальні системи (МКС) рідко реалізуються на практиці через складність входу у міжрезонансну зону. Виробники вібраційної техніки частіше застосовують для створення свого обладнання простіші одно- або двомасові МКС, які є значно простіші у проектуванні, виготовленні та експлуатації. Очевидно, що існуючі підходи до проектування тримасових міжрезонансних коливальних систем є непрактичні. Створення нових способів виконання та підходів до розрахунку дозволило б простіше виготовляти та застосовувати на підприємствах різних галузей обладнання цього виду.

Існує така методика вибору параметрів міжрезонансної МКС [2]:

$$X_1 = \frac{P}{m_2^*\left(\omega_3^2 + \omega_2^{*2} - \omega^2\right)} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2}; \quad X_2 = \frac{P}{m_2^*\left(\omega_3^2 + \omega_2^{*2} - \omega^2\right)}; \quad X_3 = \frac{-P}{m_3\left(\omega_3^2 + \omega_2^{*2} - \omega^2\right)};$$

$$\omega_1^2 = \frac{c_{12}}{m_1}; \qquad \omega_3^2 = \frac{c_{23}}{m_3}; \qquad \omega_2^{*2} = \frac{c_{23}}{m_2^*}; \qquad m_2^* = m_2\left(1 + \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 - \omega^2}\right). \tag{1}$$

де ω_2^* – зведена парціальна частота коливань проміжної маси; m_2^* – зведена проміжна маса.

Використовуючи наведені аналітичні залежності, ми не можемо однозначно визначити всі параметри системи, оскільки відсутні співвідношення інерційно-жорсткісних, а також частотних параметрів МКС. Із зазначеного вище не зрозуміло, які значення парціальних частот активної та реактивної мас (ω_1 та ω_2 відповідно), яким має бути співвідношення мас m_1, m_2, m_3.

Відповідь на це можна частково знайти в розробках Інституту гірничої справи ім. О. О. Скочинського [3], де підбирали параметри тримасового дебалансного вібраційного живильника. Так, для прикладу, пропонується тримасовий міжрезонансний вібраційний живильник з інерційним приводом. Силове збурення генерується від двох синхронізованих дебалансних віброзбуджувачів, що безпосередньо передають вимушені коливання на проміжну масу. Від проміжної маси через пружні системи кінематично збурюються коливання активної та реактивної мас. Ця конструкція з яскраво вираженим міжрезонансним режимом роботи. Так, згідно з представленим матеріалом у патенті, параметри МКС підбираються так, щоб співвідношення інерційних значень активної та реактивної мас до інерційного значення робочого органу (проміжної маси) лежало в межах від $1 \ldots 3{,}3$ до $1 \ldots 2$, що забезпечує стабільні коливання проміжної маси. Крім того, співвідношення парціальних частот активної та реактивної мас як одномасових МКС до частоти вимушених коливань повинне знаходитись також у межах від $1 \ldots 3{,}3$ до $1 \ldots 2$.

Проте виявлено, що запропоновані співвідношення парціальних частот у роботі [3] неточні.

Постановка задачі. Тримасові міжрезонансні МКС рідко використовуються у промисловості, оскільки вони є складні у розрахунку, проектуванні, виготовленні, експлуатації та переналагодженні. Найчастіше використовують одно- або двомасові вібраційні машини, які є значно простіші, оскільки в них наявний лише один резонансний пружний вузол. Звичайно, що в цих систем є свої недоліки, серед них найвагомішими є нижча енергоефективність та висока чутливість до маси завантаження. Проте перший недолік вирішується встановленням потужнішого привода, а другий частково усувається введенням маси завантаження до розрахункової моделі та використанням систем керування, які контролюють показники роботи обладнання.

Для масового впровадження тримасових міжрезонансних МКС необхідно запропонувати якісно нові підходи до їх розрахунку і проектування. У цій роботі обгрунтовано параметри тримасових міжрезонансних коливальних систем.

Математична модель тримасової дебалансної вібраційної машини. Відомий [1] метод розрахунку параметрів МКС вібраційної машини з електромагнітним приводом можна поширити і на міжрезонансні вібраційні машини з інерційним приводом, зокрема і на основі дебалансних віброзбуджувачів.

Розглянемо тримасову систему (рис.1), в якій реалізовані прямолінійні коливання. Активна 1, проміжна 2 та реактивна 3 маси з інерційними параметрами відповідно m_1, m_2 та m_3, попарно з'єднані між собою пружними вузлами 4 та 5 із жорсткостями відповідно c_{12} та c_{23}, здійснюють прямолінійні коливання вздовж вертикальної осі x за узагальненими координатами відповідно x_1, x_2 та x_3. Збурення коливань системи відбувається тільки через реактивну масу m_3 за рахунок синусоїдального зусилля $F(t) = F_0 \sin(\omega t) = m_\partial r \omega^2$, де m_∂ – маса дебаланса, що закріплений на реактивній масі; r – відстань між центром мас і віссю дебаланса; ω – колова частота обертання дебаланса. Вібраційна машина з'єднана з фундаментом за допомогою віброізоляторів жорсткістю $c_{iз}$, закріплених на активній масі. Вважається, що за рахунок високої жорсткості пружних вузлів у горизонтальному напрямку (вздовж осі y), переміщення мас відбуваються лише у вертикальному напрямку.

Також вважатимемо, що в системі діє дисипація, тобто розсіювання енергії. Для цього в динамічну модель системи вводимо у вигляді демпферів коефіцієнти в'язкого опору μ_{12}, μ_{23}, $\mu_{iз}$, які пропорційні до швидкості і відображають явище гістерезису в пружних системах відповідно 4, 5, 6 і вводяться, якщо пружні елементи виготовлені із склотекстоліту, гуми тощо. Якщо матеріал пружних систем сталь, коефіцієнти μ_i відображатимуть конструкційний гістерезис і визначатимуться як $\mu_i = \Upsilon c_i / \omega$, де Υ – коефіцієнт конструкційного гістерезису для сталей. Коефіцієнт $\mu_{зав}$ описує в'язкий опір руху активної маси викликаних в'язкістю середовища завантаження.

Складемо систему диференціальних рівнянь руху тримасової міжрезонансної коливальної системи з інерційним приводом, використовуючи узагальнені рівняння Лагранжа II роду, у вигляді:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\partial K}{\partial \dot{x}_1(t)}\right) - \dfrac{\partial K}{\partial x_1(t)} = -\dfrac{\partial П}{\partial x_1(t)} - \dfrac{\partial Д}{\partial \dot{x}_1(t)} + P_{x1}; \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\partial K}{\partial \dot{x}_2(t)}\right) - \dfrac{\partial K}{\partial x_2(t)} = -\dfrac{\partial П}{\partial x_2(t)} - \dfrac{\partial Д}{\partial \dot{x}_2(t)} + P_{x2}; \\ \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\partial K}{\partial \dot{x}_3(t)}\right) - \dfrac{\partial K}{\partial x_3(t)} = -\dfrac{\partial П}{\partial x_3(t)} - \dfrac{\partial Д}{\partial \dot{x}_3(t)} + P_{x3}, \end{cases} \tag{2}$$

де K, $П$, $Д$ та $P_{x_i} = P_{x_i}(t)$ – відповідно кінетична і потенціальна енергії, функція розсіювання МКС та узагальнені збурювальні зусилля за незалежними узагальненими координатами x_i.

Повна кінетична енергія K системи дорівнює сумі кінетичних енергій K_1, K_2 та K_3 відповідно коливальних мас m_1, m_2 та m_3. Оскільки маси перебувають у прямолінійному русі, матимемо

$$K = K_1 + K_2 + K_3 = \frac{m_1 \dot{x}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_3 \dot{x}_3^2}{2}. \tag{3}$$

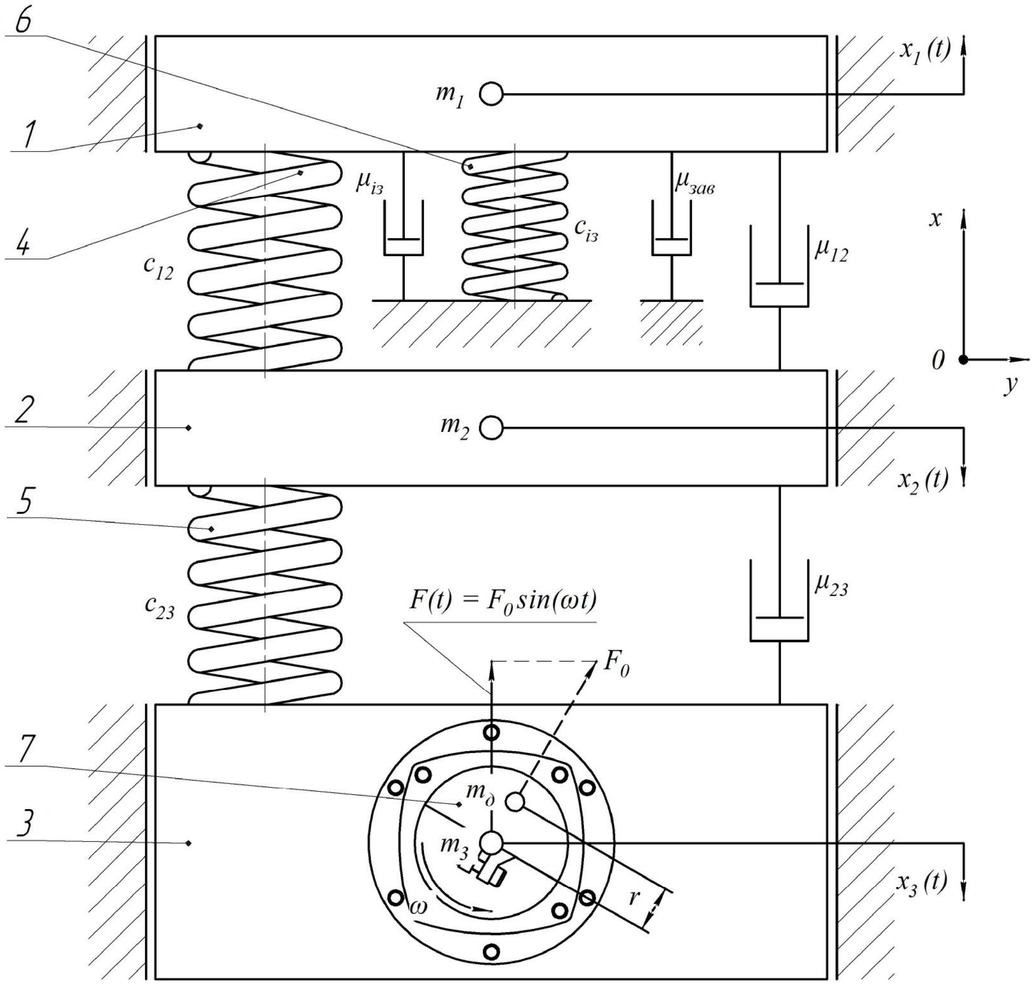

Рис. 1. Принципова схема тримасової міжрезонансної МКС з інерційним приводом: 1 – активна маса; 2 – проміжна маса; 3 – реактивна маса; 4, 5 та 6 – пружні вузли; 7 – дебаланс

Fig. 1. Schematic diagram of three-mass interresonant MOS with an inertial exciters: 1 – active mass; 2 – intermediary mass; 3 – reactive mass; 4, 5 and 6 – elastic components; 7 – unbalanced mass

Потенціальну енергію $П$ системи визначаємо лише за деформаціями пружних вузлів, спричиненими процесами коливань

$$П = \frac{1}{2}c_{12}\left(x_1(t) - x_2(t)\right)^2 + \frac{1}{2}c_{23}\left(x_2(t) - x_3(t)\right)^2 + \frac{1}{2}c_{iз}x_1(t)^2. \tag{4}$$

Дисипативну функцію $Д$ системи, припускаючи, що розсіювання енергії пропорційне до швидкості, розраховуємо за виразом

$$Д = \frac{1}{2}\mu_{12}\left(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)\right)^2 + \frac{1}{2}\mu_{23}\left(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)\right)^2 + \frac{1}{2}\mu_{iз}\dot{x}_1(t)^2 + \frac{1}{2}\mu_{зав}\dot{x}_1(t)^2. \tag{5}$$

Узагальненими силами P_{x1}, P_{x2} та P_{x3} за координатами відповідно x_1, x_2 та x_3 буде гармонійна сила збурення $F_0\sin(\omega t)$ дебалансного вібрезбуджувача. Оскільки він безпосередньо збурює лише реактивну масу, маємо

$$P_{x1} = 0;\ P_{x2} = 0;\ P_{x3} = F(t) = F_0\sin(\omega t). \tag{6}$$

Використовуючи (3)–(6), знаходимо складові системи рівнянь (2):

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{x}_1(t)} = m_1\dot{x}_1(t);\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}_1(t)}\right) = m_1\ddot{x}_1(t);\quad \frac{\partial K}{\partial x_1(t)} = 0;$$

$$\frac{\partial П}{\partial x_1(t)} = c_{12}\left(x_1(t) - x_2(t)\right) + c_{iз}x_1(t);\ \frac{\partial Д}{\partial \dot{x}_1(t)} = \mu_{12}\left(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)\right) + \mu_{iз}\dot{x}_1(t) + \mu_{зав}\dot{x}_1(t);$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{x}_2(t)} = m_2\dot{x}_2(t);\qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}_2(t)}\right) = m_2\ddot{x}_2(t);\qquad \frac{\partial K}{\partial x_2(t)} = 0;$$

$$\frac{\partial П}{\partial x_2(t)} = c_{12}\left(x_2(t) - x_1(t)\right) + c_{23}\left(x_2(t) - x_3(t)\right);\ \frac{\partial Д}{\partial \dot{x}_2(t)} = \mu_{12}\left(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)\right) + \mu_{23}\left(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)\right); \tag{7}$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{x}_3(t)} = m_3\dot{x}_3(t);\qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{x}_3(t)}\right) = m_3\ddot{x}_3(t);\qquad \frac{\partial K}{\partial x_3(t)} = 0;$$

$$\frac{\partial П}{\partial x_3(t)} = c_{23}\left(x_3(t) - x_2(t)\right);\qquad \frac{\partial Д}{\partial \dot{x}_3(t)} = \mu_{23}\left(\dot{x}_3(t) - \dot{x}_2(t)\right).$$

Підставляємо вирази (7) до системи рівнянь (2). Система диференціальних рівнянь руху за лінійними координатами для тримасової МКС набуде вигляду:

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1(t) + c_{12}\left(x_1(t) - x_2(t)\right) + c_{iз}x_1(t) + \mu_{12}\left(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)\right) + \mu_{iз}\dot{x}_1(t) + \mu_{зав}\dot{x}_1(t) = 0; \\ m_2\ddot{x}_2(t) + c_{12}\left(x_2(t) - x_1(t)\right) + c_{23}\left(x_2(t) - x_3(t)\right) + \mu_{12}\left(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_1(t)\right) + \\ \quad + \mu_{23}\left(\dot{x}_2(t) - \dot{x}_3(t)\right) = 0; \\ m_3\ddot{x}_3(t) + c_{23}\left(x_3(t) - x_2(t)\right) + \mu_{23}\left(\dot{x}_3(t) - \dot{x}_2(t)\right) = F_0\sin(\omega t). \end{cases} \tag{8}$$

Підсумувавши окремо ліві та праві частини системи рівнянь (8), нехтуючи коефіцієнтами дисипації, матимемо $m_1\ddot{x}_1(t) + m_2\ddot{x}_2(t) + m_3\ddot{x}_3(t) = 0$, звідки, інтегруючи один раз, знайдемо $m_1\dot{x}_1(t) + m_2\dot{x}_2(t) + m_3\dot{x}_3(t) = const$. Тобто кількість руху МКС при вимушених коливаннях залишається сталою. Надалі вважатимемо, що кількість руху дорівнює нулю. Цим самим вилучаємо з розгляду будь-яке переміщення МКС загалом як твердого тіла і розглядаємо лише коливальні рухи за узагальненими координатами.

Користуючись загальними методами розв’язання добутої системи диференціальних рівнянь (8), аналітичні вирази руху мас за трьома незалежними ступенями вільності шукаємо у вигляді $x_1 = X_1e^{i\omega t}$, $x_2 = X_2e^{i\omega t}$ та $x_3 = X_3e^{i\omega t}$, де X_1, X_2, X_3 – амплітудні значення лінійних вимушених коливань відповідно за узагальненими координатами x_1, x_2 та x_3. Підставляючи ці вирази в (8) і скоротивши в кожній частині системи рівнянь член $e^{i\omega t}$, де $i = \sqrt{-1}$, після деяких перетворень можна отримати залежності для визначення значень X_1, X_2 та X_3. У матричному записі за амплітудами коливань це рішення матиме вигляд:

$$\left[K_{ij}\right]\cdot\left[X\right] = \left[F\right], \tag{9}$$

де $[X]$ – матриця-стовпець невідомих (матриця переміщень); $\left[K_{ij}\right]$ – матриця коефіцієнтів при невідомих (матриця жорсткості); $[F]$ – матриця-стовпець збурювальних зусиль інерційним віброзбуджувачем. Розписуючи рівняння (9) для нашого випадку, отримаємо:

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} -m_1\omega^2 + c_{12} + c_{23} \\ + i\left(\mu_{12} + \mu_{iз} + \mu_{зав}\right)\omega \end{pmatrix} & -c_{12} - i\mu_{12}\omega & 0 \\ -c_{12} - i\mu_{12}\omega & \begin{pmatrix} -m_2\omega^2 + c_{12} + c_{23} \\ + i\left(\mu_{12} + \mu_{23}\right)\omega \end{pmatrix} & -c_{23} - i\mu_{23}\omega \\ 0 & -c_{23} - i\mu_{23}\omega & \begin{pmatrix} -m_3\omega^2 + c_{23} \\ + i\mu_{23}\omega \end{pmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_0 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Позначивши:

$k_{11} = -m_1\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{iз} + \mu_{зав})\omega$; $\quad k_{12} = k_{21} = -c_{12} - i\mu_{12}\omega$; $\quad k_{13} = 0$;

$k_{22} = -m_2\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{23})\omega$; $\quad k_{23} = k_{32} = -c_{23} - i\mu_{23}\omega$;

$k_{31} = 0$; $\quad k_{33} = -m_3\omega^2 + c_{23} + i\mu_{23}\omega$,

розв'язок системи (10) запишеться у вигляді:

$$X_1 = \frac{-F_0 \cdot (c_{12} + i\mu_{12}\omega)(c_{23} + i\mu_{23}\omega)}{Д_1};$$

$$X_2 = \frac{F_0 \cdot (-m_1\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{iз} + \mu_{зав})\omega)(-c_{23} - i\mu_{23}\omega)}{Д_1}; \tag{11}$$

$$X_3 = \frac{-F_0 \cdot \left(\begin{array}{c} -(-c_{12} - i\mu_{12}\omega)^2 + (-m_1\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{iз} + \mu_{зав})\omega) \times \\ \times (-m_2\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{23})\omega) \end{array} \right)}{Д_1}.$$

де

$$\begin{aligned} Д_1 = k_{12}k_{21}k_{33} - k_{11}k_{22}k_{33} + k_{11}k_{23}k_{32} = (-c_{12} - i\mu_{12}\omega)^2(-m_3\omega^2 + c_{23} + i\mu_{23}\omega) - \\ -(-m_1\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{iз} + \mu_{зав})\omega)(-m_2\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{23})\omega) \times \\ \times (-m_3\omega^2 + c_{23} + i\mu_{23}\omega) + (-m_1\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{iз} + \mu_{зав})\omega)(-c_{23} - i\mu_{23}\omega)^2 \end{aligned} \tag{12}$$

визначник матриці коефіцієнтів $\lfloor K_{ij} \rfloor$ при невідомих.

За необхідності амплітудне (за модулем) значення збурювального зусилля P зручно визначати через значення амплітуд коливань X_1, X_2 або X_3 відповідно активної, проміжної та реактивної мас МКС. Переписавши рівняння (11), маємо:

$$F_0 = \left| \frac{-X_1 \cdot Д_1}{(c_{12} + i\mu_{12}\omega)(c_{23} + i\mu_{23}\omega)} \right|$$

або
$$F_0 = \left| \frac{X_2 \cdot Д_1}{(-m_1\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{iз} + \mu_{зав})\omega)(-c_{23} - i\mu_{23}\omega)} \right|, \tag{13}$$

або
$$F_0 = \left| \frac{-X_3 \cdot Д_1}{\left(\begin{array}{c} -(-c_{12} - i\mu_{12}\omega)^2 + (-m_1\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{iз} + \mu_{зав})\omega) \times \\ \times (-m_2\omega^2 + c_{12} + c_{23} + i(\mu_{12} + \mu_{23})\omega) \end{array} \right)} \right|.$$

Визначимо сумарні жорсткості c_{12}, c_{23} пружних систем тримасової МКС вібраційної машини, нехтуючи дисипацією у системі (у більшості вібраційного технологічного обладнання в'язкість середовища завантаження суттєвого впливу на зсув резонасних піків у частотній області не має, оскільки частотний пік зміщується лише до $3\ \%$). Жорсткістю віброізоляторів також нехтуємо, враховуючи, що частота власних коливань вібраційної машини як умовно твердого тіла на м'яких пружних елементах в 3–4 *рази* нижча за вимушену, а тому суттєвого впливу на динаміку руху мас в МКС віброізолятори не матимуть. В інженерних розрахунках допустиме неврахування дисипативних сил та жорсткостей віброізоляторів при підборі інерційно-жорсткістних параметрів.

Для визначення жорсткостей пружних вузлів вібраційної машини використаємо детермінант системи рівнянь (10). Прирівнявши його до нуля та враховуючи резонансне налагодження z МКС шляхом заміни значення ω на ω/z, визначаємо жорсткість c_{23}:

$$c_{23} = m_3\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 \varsigma, \tag{14}$$

де ς – безрозмірний коефіцієнт, частка від жорсткості c_{23}, який дорівнює:

$$\varsigma = \frac{m_1 m_2\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 - c_{12}(m_1 + m_2)}{m_1\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 (m_2 + m_3) - c_{12}(m_1 + m_2 + m_3)}. \tag{15}$$

Також частку жорсткості ще можна встановити згідно з [4]

$$\varsigma = \frac{m_1 \breve{k}_\lambda}{m_2(1 - z^2) + m_1(1 + \breve{k}_\lambda)}, \tag{16}$$

де $\breve{k}_\lambda \in (1...10)$ – додаткове динамічне підсилення коливань (показник енергоефективності коливальної системи).

Надалі приймаємо, що параметр ς задано конструктивно в межах $\varsigma \in [0\ldots1)$. Із виразу (15) визначаємо значення жорсткості c_{12}:

$$c_{12} = m_1\left(\frac{\omega}{z}\right)^2 \left(\frac{m_3\varsigma + m_2(\varsigma - 1)}{(\varsigma - 1)(m_1 + m_2) + m_3\varsigma}\right). \tag{17}$$

Для забезпечення синфазних коливань необхідно, щоб реактивна маса m_3, перебуваючи в силовому збуренні, рухатиметься як одне ціле разом з проміжною масою m_2, тобто їхні коливання будуть однаковими як за амплітудою ($X_2 = X_3$), так і за зсувом фаз ($\varepsilon_2 = \varepsilon_3$) відносно збурювального зусилля F_0. Для реалізації цієї умови прирівняємо другий та третій аналітичні вирази системи рівнянь (11) і визначимо реактивну масу з урахуванням виразів (14) та (17):

$$m_3 = \frac{m_2\left[(1-\varsigma)\left((m_1 + m_2)(1 - z^2)\right)\right]}{\varsigma\left(m_2(1 - z^2) + m_1\right)}. \tag{18}$$

Відлік резонансного налагодження ведемо відносно другої власної частоти коливань $\omega_{в2}$ тримасової МКС. Дорезонансне розташування частоти вимушених коливань ω відносно другої власної частоти коливань $\omega_{в2}$ автоматично закладене в системі.

Сумарні жорсткості c_{12} та c_{23} пружних систем, що визначаються відповідно з (14) та (17), можна переписати у вигляді, аналогічному виразам для МКС з динамічним гасником:

$$c_{12} = m_1\left(\frac{\omega}{z_1}\right)^2; \tag{19}$$

$$c_{23} = m_3\left(\frac{\omega}{z_2}\right)^2, \tag{20}$$

де

$$z_1 = \frac{z}{\sqrt{\frac{m_3\varsigma + m_2(\varsigma - 1)}{(\varsigma - 1)(m_1 + m_2) + m_3\varsigma}}}; \tag{21}$$

$$z_2 = \frac{z}{\sqrt{\varsigma}}. \tag{22}$$

Отже, запропонований підбір параметрів тримасової МКС дає змогу, як і в традиційних конструкціях з динамічним гасником, розраховувати систему як таку, що складається з двох "одномасових", використовуючи при цьому виведені аналітичні вирази (21) та (22) для резонансних налагоджень z_1 та z_2. Значення (ω/z_1) та (ω/z_2) у залежностях (19) та (20) відповідно є парціальними частотами коливань мас m_1 та m_3. Здавалось би, в цьому проявляється повна аналогія з традиційними конструкціями. Однак відмінність полягає в тому, що МКС не працює на цих парціальних частотах, а входить у резонанс на частотах, утворених взаємовпливом усіх параметрів МКС.

Встановивши жорсткості пружних вузлів 4 та 5 за допомогою аналітичних виразів (14) та (17), при довільно заданих параметрах m_1, m_2, m_3 та ς, можна досягти заданого резонансного налагодження z тримасової МКС.

Коефіцієнти динамічності мас для такої системи становитимуть [4]

$$\lambda_1 = \left|\frac{c_{12}c_{23}m_1}{Д_5}\right|;\ \lambda_2 = \left|\frac{c_{23}(c_{12} - m_1\omega^2)m_2}{Д_5}\right|;$$

$$\lambda_3 = \left|\frac{m_3(c_{12}\omega^2(m_1+m_2) - c_{23}(c_{12} - m_1\omega^2) - \omega^4 m_1 m_2)}{Д_5}\right|, \tag{23}$$

де $Д_5 = \omega^4 m_1 m_2 m_3 - \omega^2(m_2(m_1c_{23} + m_3c_{12}) + m_1m_3(c_{12} + c_{23})) + c_{12}c_{23}(m_1 + m_2 + m_3)$.

Потужність приводу для даної МКС [4]

$$N = \frac{\omega^3\sqrt{6}}{4\eta}\left(\frac{m_1X_1^2}{\lambda_1} + \frac{m_2X_2^2}{\lambda_2} + \frac{m_3X_3^2}{\lambda_3}\right), \tag{24}$$

де η – коефіцієнт корисної дії (ККД) приводу. Значення цього параметра знаходиться в межах $\eta \in [0\ldots1)$. Найчастіше приймають значення $\eta = 0{,}8$.

Результати та їх обговорення. Підберемо пружні вузли і привод для тримасової коливальної системи (рис. 2), у якої значення активної та проміжної мас відповідно $m_1 = 29{,}4кг$, $m_2 = 6.9кг$, очікувана амплітуда коливань активної маси $X_1 = 0{,}00085\ м$, колова частота обертання дебаланса $\varpi = 24\ Гц = 150{,}8\ ^{рад}/_{с}$, резонансне налагодження системи $z = 0{,}95$, динамічне підсилення коливань $\breve{k}_\lambda = 6$.

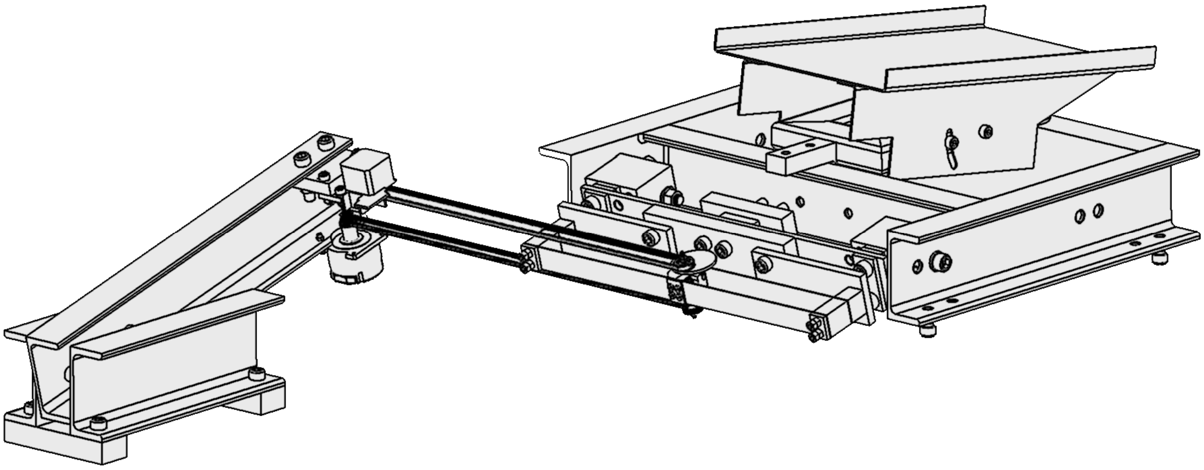

Рис. 2. Тримасова міжрезонансна МКС з інерційним приводом

Fig. 2. Three-mass interresonant MOS with an inertial exciters

Частка жорсткості згідно із залежністю (16) становитиме

$$\varsigma = \frac{29,4 \cdot 6}{6,9_2(1-0,95^2)+29,4(1+6)} = 0,854 .$$

Звідси реактивна маса дорівнюватиме

$$m_3 = \frac{6,9\Big[(1-0,854)\Big((29,4+6,9)\big(1-0,95^2\big)\Big)\Big]}{0,854\Big(6,9\big(1-0,95^2\big)+29,4\Big)} = 0,138\,кг = 138\ г .$$

Встановлено [4], що умовою досягнення ефективності у міжрезонансних МКС є збурення коливань через відносно легку реактивну масу. При встановленні приводу, наприклад, на проміжну масу, не спостерігається додаткових динамічних підсилень. В останньому випадку взагалі коливання активної та проміжної мас практично відсутні.

Підставивши дані у залежності (11), знаходимо, що $X_2 = X_3 = -3,62 \cdot 10^{-3} м,$ отже умова синфазності руху виконується.

Жорсткість пружних вузлів 4 та 5 згідно (17) та (14) становитиме відповідно

$$c_{12} = 29,4\left(\frac{150,8}{0,95}\right)^2\left(\frac{0,138\cdot 0,854+6,9(0,854-1)}{(0,854-1)(29,4+6,9)+0,138\cdot 0,854}\right) = 1,271\cdot 10^5\ Н/м;$$

$$c_{23} = 0,138\left(\frac{150,8}{0,95}\right)^2 0,854 = 2,98\cdot 10^3\ Н/м.$$

Додаткові динамічні підсилення коливань згідно з (23) дорівнюють

$$\lambda_1 = \left|\frac{1,271\cdot 10^5 \times 2,98\cdot 10^3 \times 29,4}{-2,234\cdot 10^8}\right| = 49,841;$$

$$\lambda_2 = \left|\frac{2,98\cdot 10^3(1,271\cdot 10^5 - 29,4\cdot 150,8^2)6.9}{-2,234\cdot 10^8}\right| = 49,841;$$

$$\lambda_3 = \left|\frac{0,138(1,271\cdot 10^5 \times 150,8^2(29,4+6.9) - 2,98\cdot 10^3 \times (1,271\cdot 10^5 - 29,4\cdot 150,8^2) - 150,8^4\cdot 29,4\cdot 6,9)}{-2,234\cdot 10^8}\right| = 1 .$$

Підставляємо всі відомі дані у залежність (24) і знаходимо необхідну потужність приводу

$$N = \frac{150,8^3\sqrt{6}}{4\cdot 0,8}\left(\frac{29,4\cdot 0,00085^2}{49,841} + \frac{6,9\cdot(-3,62\cdot 10^{-3})^2}{49.841} + \frac{0,138\cdot(-3,62\cdot 10^{-3})^2}{1}\right) = 10,66\ Вт .$$

Очевидно що привод надто важкий, щоб встановити його безпосередньо на реактивну масу, тому запропоновано передавати крутний момент від стаціонарного приводу на вал дебаланса за допомогою зубчастої пасової передачі (рис. 2).

Висновки. Наведений приклад підтверджує можливість використання підходів до розрахунку теорії синфазних коливань під час створення високоефективних тримасових вібраційний машин з інерційним приводом, в тому числі і на основі дебалансних віброзбуджувачів. Встановлено залежності для розрахунку жорсткості пружних вузлів, які забезпечать синфазний рух тримасової МКС у міжрезонансному режимі роботи.

1. Ланець О. С. Високоефективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): монографія / О. С. Ланець. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с.

2. Вайсберг Л. А. Проектирование и расчет вибрационных грохотов / Л. А. Вайсберг. – М.: Недра, 1986. – 144 с.

3. А. с. 962133 СССР, МКИ В 65 G 27/04. Вибрационный питатель / Г. А. Хотулев, И. Ф. Гончаревич, Д. И. Жуковин (СССР). – № 2942907/27–03; заявл. 13.06.80; опубл. 30.09.82, Бюл. № 36. – 3 с.: ил.

4. Ланець Олексій. Основи розрахунку та конструювання вібраційних машин. Книга 1. Теорія та практика створення вібраційних машин з гармонійним рухом робочого органа: навч. Посібник / О. Ланець. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2018. – 612 с.

O. S. Lanets[1], P. V. MaistrukV. M.[1] , Borovets[1], I. A. Derevenko[2]
[1] Lviv Polytechnic National University,
[2] Vinnytsia National Agrarian University

ADJUSTMENT OF PARAMETERS OF THREE – MASS INTERRESONANT VIBRATING MACHINES WITH AN INERTIAL EXCITERS

Goal. It lies in the synthesis of inertia-rigid parameters of three-mass interresonant vibrating machines for producing its in-phase motion. **Significance.** Three-mass interresonant vibrating machines rarely used in manufacturing because they are difficult in calculation, design, production, operation and readjustment. New approach to calculation and design of three-mass interresonant vibrating machines allow us to engrain them as a technological equipment on factories. **Method.** The refinement of analytical expressions is carried out using the classical approaches for linear vibrational systems with harmonic perturbation. For this the physical model of the three-mass interresonant oscillation system is considered and its mathematical model is developed as a system of linear differential equations. On the basis of this the solution is formed (the values of the amplitudes of oscillations). Unknown parameters remain rigid, provided that the inertia is constructed. Therefore, using the determinants of the matrix of coefficients for unknowns, the necessary mathematical operations are performed that satisfy the imposed conditions for the establishment of rigid parameters. **Results.** Analytical dependencies in the article allow us to design three-mass interresonant vibrating machines, which has a significance dynamic potential and, consequently, they are more energy efficient than one- and two-mass vibrating machines. **Scientific novelty.** This article proposes an analytical dependencies for calculation of three-mass interresonant systems with an inertial exciters, which has in-phase motion of intermediary and reactive masses. **Practical significance.** Established analytical expressions can be widely used in the design of vibration process equipment. Preciseness and the relative simplicity of the proposed analytical expressions allows for their widespread use in practice.

Key words: three-mass vibrational system, inertia-rigid parameters, vibration machine.

1. Lanets' O. S. Vysokoefektyvni mizhrezonansni vibratsiyni mashyny z elektromahnitnym pryvodom (Teoretychni osnovy ta praktyka stvorennya): monohrafiya / O. S. Lanets'. – L'viv: Vyd-vo Nats. un-tu "L'vivs'ka politekhnika", 2008. – 324 s.

2. Vaysberg L. A. Proyektirovaniye i raschet vibratsionnykh grokhotov / L. A. Vaysberg. – M.: Nedra, 1986. – 144 s.

3. A. s. 962133 SSSR, MKI V 65 G 27/04. Vibratsionnyy pitatel' / G. A. Khotulev, I. F. Goncharevich, D. I. Zhukovin (SSSR). – No. 2942907/27–03; zayavl. 13.06.80; opubl. 30.09.82, Byul. No. 36. – 3 s.: il.

4. Lanets' Oleksii. Osnovy rozrakhunku ta konstruyuvannya vibratsiynykh mashyn. Knyha 1. Teoriya ta praktyka stvorennya vibratsiynykh mashyn z harmoniynym rukhom robochoho orhana: navch. Posibnyk / O. Lanets'. – L'viv: Vydavnytstvo L'vivs'koyi politekhniky, 2018. – 612 s.