УДК 519.95

Кметь А.Б.
Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, Львів

ПРО СИНТЕЗ АЦП І ЦАП

Розглядається синтез АЦП і ЦАП як звичайних логікових схем за допомогою логікових методів.

Вступ. Цифрова техніка – автомати та обчислювальні пристрої, складні інформаційні і керуючі системи – характерна ознака розвинутої техногенної цивілізації. Складність сучасної цифрової техніки змушує при її проектуванні спрощувати описи, для чого застосовуються різного роду моделі – фізичні, символічні та інш. Використання символічних моделей різних цифрових пристроїв становить логіковий рівень опису, який виконується в термінах їх логікової поведінки. Такий підхід дозволяє не тільки описувати логікові зв'язки між різними вузлами цифрових пристроїв, але й перетворювати їх, що забезпечує оптимальну фізичну реалізацію, яка може бути отримана певним з'єднанням елементарних схем, що звуться логіковими елементами. Після опублікування пропозицій з технічного використання логіки (Шеннон, 1938, [1]) в порівняно короткий період часу (до кінця шестидесятих років) була розвинута теорія синтезу, що забезпечує отримання оптимальних розв'язків в рамках булевої алгебри. Тепер логіка загальновизнана як теоретичний фундамент для створення цифрової техніки.

Цифровий автомат в інформаційній системі або в системі керування не може виконувати покладені на нього функції без джерел інформації та об'єктів керування. Такі зв'язки в системах здійснюються через термінальні пристрої, елементами яких є АЦП і ЦАП. Оскільки функції, що описують роботу вказаних пристроїв, не є булевими, то АЦП і ЦАП не відносять до класу логікових схем, проте необхідність їх проектування та виробництва породила окремий науково-технічний напрямок.

В [2] запропонована нова математична модель логіки – інтегрована струмова логіка (ІСЛ). Математичний апарат ІСЛ становить $\mathbf{S_N}$-алгебра, можливості якої перевищують норми булевої алгебри. Зокрема, в $\mathbf{S_N}$-алгебрі досить просто створити і описати логікові моделі АЦП та ЦАП, внаслідок чого правомірно порушити питання про синтез цих пристроїв логіковими методами – так само, як і звичайних логікових схем. Такий підхід є цілком ймовірним, бо елементна база $\mathbf{S_N}$-алгебри містить всі необхідні для побудови АЦП і ЦАП компоненти, включно до завдання опорного сигналу [2]. Нижче розглядається синтез АЦП та ЦАП логіковими методами за допомогою апарата $\mathbf{S_N}$-алгебри.

Короткі відомості про $\mathbf{S_N}$-алгебру. Алгеброю в математиці прийнято називати систему ⟨носій, базис⟩. $\mathbf{S_N}$-алгебра - це система $\mathbf{S_N} = \langle \mathbf{N} \cup \omega, \Omega \rangle$, у якої і носій, і базис є нескінченними множинами. Носієм $\mathbf{S_N}$-алгебри є множина всіх невід'ємних цілих чисел $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ з приєднаним нерегулярним елементом ω, який буквально відповідає терміну "багато", що означає велике число без індивідуального чисельного значення. Множина $\mathbf{E}_k = \{0, 1, 2, \ldots, k{-}1\}$ загальноприйнята як носій в алгебраїчних системах, що звуться k-значними логіками. Очевидно, $\mathbf{E}_k \subset \mathbf{N}$, що дозволяє використовувати $\mathbf{S_N}$-алгебру для опису *функцій k-значної логіки*: $f(\vec{x}^{\,n}) : \mathbf{E}_k^n \mapsto \mathbf{E}_k$ (клас $\mathbf{P}_k$). Множину $\mathbf{E}_\omega = \{0, \omega\}$ належить ототожнювати з носієм булевої алгебри {хиба (0), істина (**1**)}, для якої характерна якісна оцінка логікового значення. В $\mathbf{S_N}$-алгебрі множина $\mathbf{E_2} = \{0, 1\}$ вводить кількісну оцінку для логікових значень {хиба (0), істина (1)}, тобто нормує їх. Очевидно, що $\mathbf{E_2} \subset \mathbf{E}_k \subset \mathbf{N}$, проте $\mathbf{1}\ (\omega) \neq 1$, $1 \in \mathbf{N}$. В $\mathbf{S_N}$-алгебрі $\mathbf{1}\ (\omega) \geq k$ і це єдина кількісна характеристика нерегулярного елемента ω. Завдяки цьому $\mathbf{S_N}$-алгебра дозволяє опис, як *булевих*: $f(\vec{x}^{\,n})$: $\mathbf{E}_\omega^n \mapsto \mathbf{E}_\omega$ (клас $\mathbf{P}_\omega$), так і *нормованих булевих*: $f(\vec{x}^{\,n})$: $\mathbf{E}_2^n \mapsto \mathbf{E}_2$ (клас $\mathbf{P}_2$) функцій.

На вказаних множинах можливі і інші відображення, зокрема: $f(\vec{x}^{\,n})$: $\mathbf{E}_k^n \mapsto \mathbf{E}_\omega$ (клас $\mathbf{P}_æ$) та $f(\vec{x}^{\,n})$: $\mathbf{E}_\omega^n \mapsto \mathbf{E}_k$ (клас $\mathbf{P}_\alpha$). Функції з класів $\mathbf{P}_\alpha$ та $\mathbf{P}_æ$, що отримали назву відповідно *аналогікових* та *каталогікових*, можуть описувати на логіковому рівні роботу АЦП і ЦАП. Це дозволяє порушити питання про синтез останніх як звичайних логікових схем.

Базис $\mathbf{S_N}$-алгебри становлять одна бінарна операція та нескінченна множина унарних операторів, зокрема: $\boldsymbol{\Omega} = \langle +,\ \chi_\sigma(x),\ \vartheta_\sigma(x)\rangle$, $\sigma \in \mathbf{N}$, де + – арифметична операція додавання, що визначена на множині $\mathbf{N}\cup\omega$, а $\chi_\sigma(x) = \begin{cases}\sigma - x,\ x \leq \sigma,\\ 0,\ x \geq \sigma\end{cases}$ і $\vartheta_\sigma(x) = \begin{cases}\omega,\ x < \sigma,\\ 0,\ x \geq \sigma\end{cases}$ – відповідно квазілінійні та порогові оператори, які не мають спеціальних назв, за винятком операторів інверсії. Якщо $x\,|\,\mathbf{E}_k$, то оператор $\chi_{k-1}(x)$ називається оператором інверсії, який позначається $\bar{x}$. Якщо ж $x\,|\,\mathbf{E}_\omega$, то оператор $\vartheta_\sigma(x)$, $\sigma \neq 0$ називається булевою інверсією і позначається $\neg x$. Для спрощення запису логікових виразів в $\mathbf{S_N}$-алгебрі разом з позначкою $\vartheta_\sigma(\mathrm{x})$ використовується також і позначка x^σ, тобто $\vartheta_\sigma(\mathrm{x}) = x^\sigma$. При аналітичному опису булевих або аналогікових функцій формально можливий оператор x^ω. Оскільки ω не має індивідуального чисельного значення, то можна використовувати будь-який оператор x^σ, $\sigma \neq 0$ з тим самим кінцевим результатом, проте прийнято застосовувати в цьому випадку оператор з мінімальним верхнім індексом, тобто x^1. Властивості операції додавання, що визначена на $\mathbf{N}$, відомі: [3]. Щодо нерегулярного елемента ω, то достатньо знати: **B1.** $x + \omega = \omega$. Мнемоніка: “фіксоване число” + “багато” = “багато”, тобто логіка відповідає інтуїтивному сприйманню.

Звідси:

B1a. $\omega + \omega = \omega$ – додавання є ідемпотентним щодо нерегулярного елемента ω.

З властивостей унарних операторів для подальшого розуміння необхідні такі:

B2. $\chi_0(x) = 0,\ \vartheta_0(x) = 0.$

Якщо $\sigma \neq 0$, то: **B3.** $\chi_\sigma(0) = \sigma,\ \vartheta_\sigma(0) = \omega$ і **B4.** $\chi_\sigma(\omega) = 0,\ \vartheta_\sigma(\omega) = 0.$

Нехай $x\,|\,\mathbf{E}_k$, тоді:

B5. $\vartheta_1\left(\mathrm{x}^\sigma\right) = \overline{\mathrm{x}}^{\mathrm{k}-\sigma},\ \vartheta_1\left(\overline{\mathrm{x}}^\sigma\right) = \mathrm{x}^{\mathrm{k}-\sigma}$;

B5a. $\mathrm{x}^\sigma = \vartheta_1\left(\overline{\mathrm{x}}^{\mathrm{k}-\sigma}\right),\ \overline{\mathrm{x}}^\sigma = \vartheta_1\left(\mathrm{x}^{\mathrm{k}-\sigma}\right)$;

B6. $\vartheta_1\left(x^\alpha + \bar{x}^\beta\right) = \left(x + x^\alpha\right)^{k-\beta},\ \vartheta_1\left(x^\alpha + \bar{x}^\beta\right) = \left(\bar{x} + \bar{x}^\beta\right)^{k-\alpha}$;

B6a. $x^\alpha + \bar{x}^\beta = \vartheta_1\left(\left(x + x^\alpha\right)^{k-\beta}\right)$; $\mathrm{x}^\alpha + \overline{\mathrm{x}}^\beta = \vartheta_1\left(\left(\overline{\mathrm{x}} + \overline{\mathrm{x}}^\beta\right)^{\mathrm{k}-\alpha}\right)$;

B7. $\vartheta_1\left(\left(x+x^{\alpha}\right)^{\beta}\right)=x^{\alpha}+\bar{x}^{k-\beta},\ \vartheta_1\left(\left(\bar{x}+\bar{x}^{\alpha}\right)^{\beta}\right)=x^{k-\beta}+\bar{x}^{\alpha}$;

B7a. $\left(x+x^{\alpha}\right)^{\beta}=\vartheta_1\left(x^{\alpha}+\bar{x}^{k-\beta}\right),\ \left(\bar{x}+\bar{x}^{\alpha}\right)^{\beta}=\vartheta_1\left(x^{k-\beta}+\bar{x}^{\alpha}\right)$;

B8. $\left(x+x^{\alpha}\right)^{\beta}=\left(\bar{x}+\bar{x}^{k-\beta}\right)^{k-\alpha},\ \left(\bar{x}+\bar{x}^{\alpha}\right)^{\beta}=\left(x+x^{k-\beta}\right)^{k-\alpha}$.

Поки що важко запропонувати добру назву для цих перетворень, проте подібність їх до відомих під назвою “правил де Моргана” безперечна. Мабуть, вони описують ту саму властивість, що зветься “дуальністю”. Більш повний опис властивостей операцій $\mathbf{S_N}$–алгебри можна знайти в [2].

Щодо подання функцій, обмежимося лише двома класами $\mathbf{P_\alpha}$ і $\mathbf{P_æ}$, до яких належать функції, що описують роботу АЦП і ЦАП. Для представлення каталогікових функцій однієї змінної корисні наступні твердження.

Теорема 1. Якщо $f(x)$ – каталогікова функція однієї змінної, то її можна подати у такій формі:

$$f(x)=\sum_{\forall\sigma\mid f(\sigma)\neq 0}\left(x+x^{\sigma}\right)^{\sigma+1}. \tag{1}$$

Теорема 2. Якщо $f(x)$ – каталогікова функція однієї змінної, то її можна подати у вигляді:

$$f(x)=\sum_{\forall\sigma\mid f(\sigma)\neq 0}\left(\bar{x}+\bar{x}^{\bar{\sigma}}\right)^{\bar{\sigma}+1}. \tag{2}$$

Досконалі канонічні точкові форми (ДКТФ) для наведення аналогікових і каталогікових функцій походять з таких тверджень.

Теорема 3. Якщо $f(\vec{x}^n)$ – довільна аналогікова функція , то її можна подати у такому вигляді:

$$f(\vec{x}^n)=\sum_{\forall\vec{\sigma}^m}\chi_{\alpha_{\vec{\sigma}^m}}\left(\left(\bar{f}(\vec{x}^n\mid\vec{\sigma}^m)\right)+\sum_{i=1}^{m}\left(x_{l_i}^{\sigma_{l_i}}+\neg x_{l_i}^{\neg\sigma_{l_i}}\right)\right), \tag{3}$$

де $\alpha_{\vec{\sigma}^m}=\max\limits_{\vec{\sigma}^m} f\left(\vec{x}^n\mid\vec{\sigma}^m\right)$. Наведення (3) називається розкладом функції $f(\vec{x}^n)$ за m змінними.

Наслідок 3.1. За умови $m = n$ наведення (3) перетворюється в ДКТФ:

$$f(\vec{x}^n)=\sum_{\forall\vec{\sigma}^n\mid f(\vec{\sigma}^n)\neq 0}\chi_{f(\vec{\sigma}^n)}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{\sigma_i}+\neg x_i^{\neg\sigma_i}\right)\right). \tag{4}$$

Теорема 4. Якщо $f(\vec{x}^n)$ – довільна каталогікова функція, то її можна подати у такій формі:

$$f(\vec{x}^n)=\sum_{\forall\vec{\sigma}^m}\vartheta_1\left(\left(\neg f(\vec{x}^n\mid\vec{\sigma}^m)\right)+\sum_{i=1}^{m}\left(x_{l_i}^{\sigma_{l_i}}+\bar{x}_{l_i}^{\bar{\sigma}_{l_i}}\right)\right). \tag{5}$$

Наслідок 4.1. За умови $m = n$ наведення (5) перетворюється в ДКТФ:

$$f(\vec{x}^n)=\sum_{\forall\vec{\sigma}^n\mid f(\vec{\sigma}^n)\neq 0}\vartheta_1\left(\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{\sigma_{l_i}}+\bar{x}_i^{\bar{\sigma}_i}\right)\right). \tag{6}$$

Докази вищенаведених тверджень можна знайти в [2].

Синтез АЦП. Розуміючи, що вибір кількості розрядів АЦП (ЦАП) для демонстрації техніки їх синтезу не суттєво, обмежимося розглядом трирозрядних, що, не порушуючи загальності викладок, значно скоротить їх обсяг. До того ж, це зручно для порівняння, бо літературні джерела переважно надають лише малорозрядні функційні схеми паралельних АЦП (ЦАП), зокрема, трирозрядні [4, 5].

В ІСЛ роботу АЦП доволі просто описати за допомогою системи каталогікових функцій однієї змінної (табл.1). Методи мінімізації каталогікових функцій наведені в [2]. Отже, синтез пристрою, що відповідає заданій таблиці істинності, зовсім нескладна задача. Для цього в $\mathbf{S_N}$-алгебрі є декілька можливих шляхів. Розглянемо, як це робиться, на прикладі функції $\mathbf{2^1}$, що дає опис другого розряду АЦП.

Таблиця 1

x	0	1	2	3	4	5	6	7
2^0	0	ω	0	ω	0	ω	0	ω
2^1	0	0	ω	ω	0	0	ω	ω
2^2	0	0	0	0	ω	ω	ω	ω

Скориставшись (6) за табл.1, запишемо ДКТФ цієї функції:

$$\mathbf{2^1} = \vartheta_1\left(x^2 + \overline{x}^5\right) + \vartheta_1\left(x^3 + \overline{x}^4\right) + \vartheta_1\left(x^6 + \overline{x}^1\right) + \vartheta_1\left(x^7 + \overline{x}^0\right).$$

Згідно з адаптованим до умов $\mathbf{S_N}$-алгебри методом Квайна мінімізація цієї ДКТФ виконується за один крок, на якому можна склеїти всі чотири конституенти [2]. Оскільки існує дві дуальні операції склеювання, то отримаємо два результати:

$$\mathbf{2^1} = \vartheta_1\left(x^2 + \overline{x}^0 + \left(x + x^4\right)^6\right) \quad \text{і} \quad \mathbf{2^1} = \vartheta_1\left(x^2 + \overline{x}^0 + \left(\overline{x} + \overline{x}^2\right)^4\right).$$

З другого боку, скориставшись (1) або (2), після мінімізації отримаємо ще два вирази для подання розглядуваної функції:

$$\mathbf{2^1} = \left(x + x^2\right)^4 + \left(x + x^6\right)^8 \quad \text{і} \quad \mathbf{2^1} = \left(\overline{x} + \overline{x}^4\right)^6 + \left(\overline{x} + \overline{x}^0\right)^2.$$

Звісно ж, між отриманими результатами існує певний зв'язок і перейти від любого з них до будь-якого іншого можна за допомогою тотожніх перетворень, що вище подані як **B5 – B8**.

Виходячи з того, що інформація в ІСЛ подається як квантовані рівні струму (коефіцієнт розгалуження 1), перевагу треба надавати рішенням, які містять лише інверсії змінних – інвертор інвертує змінну і одночасно мультиплікує її, в той час як для мультиплікації неінвертованої змінної потрібні два інвертори. Тому останнє з наведених рішень є найкращим. Крім того, зауважимо, що отримані вирази є теоретичними формулами. *Схемою* або реалізаційною формулою в $\mathbf{S_N}$-алгебрі вважають формулу без нейтральних доданків (на підставі **B2**) з верхніми індексами, зменшеними на 0,5.

Розглянувши так само функції $\mathbf{2^0}$ і $\mathbf{2^2}$, що ще залишилися в табл.1, отримаємо для всього пристрою таку схему:

$$\mathbf{2^0} = \overline{x}^{0,5} + \left(\overline{x} + \overline{x}^{5,5}\right)^{6,5} + \left(\overline{x} + \overline{x}^{3,5}\right)^{4,5} + \left(\overline{x} + \overline{x}^{1,5}\right)^{2,5},$$

$$\mathbf{2^1} = \overline{x}^{1,5} + \left(\overline{x} + \overline{x}^{3,5}\right)^{5,5}, \qquad (7)$$

$$\mathbf{2^2} = \overline{x}^{3,5}.$$

Графічне зображення схеми (7) показане на рис.1. Використані умовні позначки для елементів подано в [2].Там же можна знайти короткий опис елементної бази ІСЛ. Зауважимо, що схема (рис.1) є мінімальною. Проте існує досить велика кількість інших, які складніші всього лише на один-два елементи, але мають і певні переваги. Наприклад, обмеження величини порогів, що важливо, бо виготовити пороговий детектор з меншою абсолютною похибкою легше за умови меншого порогу. На жаль, обмежений обсяг статті не дозволяє розглянути інші варіанти.

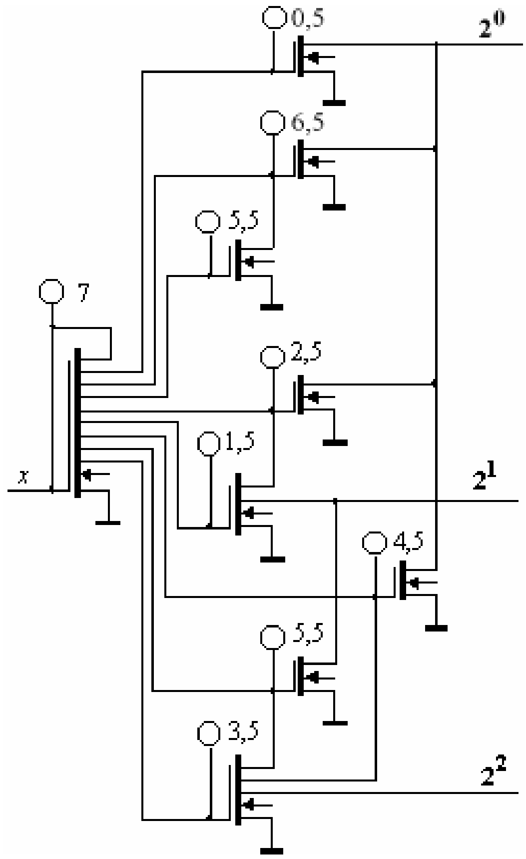

Рис.1. Графічне зображення схеми (7)

Таблиця 2

x_3	0	0	0	0	ω	ω	ω	ω
x_3	0	0	ω	ω	0	0	ω	ω
x_1	0	ω	0	ω	0	ω	0	ω
$\mathbf{O}_a$	0	1	2	3	4	5	6	7

Синтез ЦАП. Трирозрядний ЦАП можна задати таблицею істинності (табл.2).

Як видно, функція $\mathbf{O}_a$ належить до класу аналогікових. Тому для запису її ДКТФ скористуємося виразом (4). В результаті отримаємо:

$$\begin{aligned}\mathbf{O}_a = {} & \chi_0\left(x_1^0 + \neg x_1^1 + x_2^0 + \neg x_2^1 + x_3^0 + \neg x_3^1\right) + \chi_1\left(x_1^1 + \neg x_1^0 + x_2^0 + \neg x_2^1 + x_3^0 + \neg x_3^1\right) + \\ & + \chi_2\left(x_1^0 + \neg x_1^1 + x_2^1 + \neg x_2^0 + x_3^0 + \neg x_3^1\right) + \chi_3\left(x_1^1 + \neg x_1^0 + x_2^1 + \neg x_2^0 + x_3^0 + \neg x_3^1\right) + \\ & + \chi_4\left(x_1^0 + \neg x_1^1 + x_2^0 + \neg x_2^1 + x_3^1 + \neg x_3^0\right) + \chi_5\left(x_1^1 + \neg x_1^0 + x_2^0 + \neg x_2^1 + x_3^1 + \neg x_3^0\right) + \\ & + \chi_6\left(x_1^0 + \neg x_1^1 + x_2^1 + \neg x_2^0 + x_3^1 + \neg x_3^0\right) + \chi_7\left(x_1^1 + \neg x_1^0 + x_2^1 + \neg x_2^0 + x_3^1 + \neg x_3^0\right).\end{aligned}$$

Мінімізуємо цей вираз. За допомогою використаного вище адаптованого методу Квайна наведену форму подання $\mathbf{O}_a$ мінімізувати не можна, бо жодна пара конституент не може бути склеєна (всі конституенти набувають різних значень). Однак тут може зарадити *метод субімплікант*, що процедурно майже співпадає з методом Квайна. Обмежений обсяг статті не дозволяє навести детальний опис цього методу. Зважаючи на те, що метод Квайна добре відомий, необхідні пояснення будемо подавати в процесі вирішення поставленої задачі. Зауважимо насамперед, що імпліканта відрізняється від субімпліканти лише тим, що перша дорівнює функції на сегменті склеювання, а друга на цьому сегменті може набувати менших значень. Тому за методом субімплікант можна склеювати певні два елементарні доданки, значення істиності яких не є рівними. В цьому випадку операція склеювання виглядає так. Якщо $\chi_\alpha\left(x_i^0+\neg x_i^1+\varphi\right)$ і $\chi_\beta\left(x_i^1+\neg x_i^0+\varphi\right)$ – два елементарні доданки, де φ – будь-яка булова функція, що не залежить від x_i, то вони можуть бути склеєні з двома результатами.

$$\text{Перший} - \begin{cases}\chi_\alpha(\varphi), \ \alpha\le\beta,\\ \chi_\beta(\varphi), \ \beta\le\alpha,\end{cases} \quad \text{а другий} - \begin{cases}\chi_\beta\left(\chi_{\beta-\alpha}(x_i)+\varphi\right), \ \alpha\le\beta,\\ \chi_\alpha\left(\chi_{\alpha-\beta}(\neg x_i)+\varphi\right), \ \beta\le\alpha.\end{cases}$$

Перший з цих результатів поглинає лише доданок, що має менше значення істинності, а другий – обидва доданки. Отже, як і в методі Квайна, за цим правилом на першому кроці можна склеїти по x_1 першу та другу конституенти (рахуємо в порядку запису ДКТФ) з результатами

$$\chi_0\left(x_2^0+\neg x_2^1+x_3^0+\neg x_3^1\right) \text{ і } \chi_1\left(\chi_1(x_1)+x_2^0+\neg x_2^1+x_3^0+\neg x_3^1\right);$$

третю та четверту – з результатами

$$\chi_2\left(x_2^1+\neg x_2^0+x_3^0+\neg x_3^1\right) \text{ і } \chi_3\left(\chi_1(x_1)+x_2^1+\neg x_2^0+x_3^0+\neg x_3^1\right) \text{ і т.д.}$$

Виконавши всі можливі склеювання та елементарні поглинання, після трьох кроків одержимо таку систему простих субімплікант:

$$\{\chi_1(\neg x_1),\ \chi_2(\neg x_2),\ \chi_4(\neg x_3),\ \chi_1(\chi_1(x_1)),\ \chi_2(\chi_2(x_2)),\ \chi_4(\chi_4(x_3)),\ \chi_3(\chi_1(x_1)+\chi_2(x_2)),$$
$$\chi_5(\chi_1(x_1)+\chi_4(x_3)),\ \chi_6(\chi_2(x_2)+\chi_4(x_3)),\ \chi_7(\chi_1(x_1)+\chi_2(x_2)+\chi_4(x_3))\}.$$

Позначимо отримані субімпліканти (в порядку запису) великими літерами за латинською абеткою і побудуємо зведену таблицю істинності – табл.3.

Таблиця 3

$\mathbf{O}_a$	1	2	3	4	5	6	7
A	1	–	1	–	1	–	1
B	–	2	2	–	–	2	2
C	–	–	–	4	4	4	4
D	1	–	1	–	1	–	1
E	–	2	2	–	–	2	2
F	–	–	–	4	4	4	4
G	1	2	3	–	1	2	3
H	1	–	1	4	5	4	5
I	–	2	2	4	4	6	6
J*	1	2	3	4	5	6	7
Індекс	5	5	2	5	2	2	0

Перший рядок зведеної таблиці істинності містить всі ненульові значення функції $\mathbf{O}_a$. Наступні 10 рядків – значення знайденних субімплікант. В останньому рядку наведені значення індексу, що вказують кількість прочерків в кожному стовпці зведеної таблиці істинності. Рядки, які відповідають субімплікантам, що одночасно є імплікантами, виділяються і при подальшій обробці рахуються окремо. Табл.3 є кінцевим результатом першого етапу (генерація простих субімплікант) мінімізації за методом субімплікант.

Другий етап (в методі Квайна відсутній) призначений для побудови імплікант з отриманих простих субімплікант, тобто дозволяє перетворити зведену таблицю істинності в таблицю покриттів. Вказане перетворення виконаємо за *методом контрольних списків*, що пердбачає побудову імплікант у вигляді скінченних сум субімплікант. Кількість доданків в таких сумах не перевищує мінімального значення функції в стовпцях з найменшим індексом. Вихідний список складається за стовпцем з найменшим індексом. В нього повинні бути внесені всі суми субімплікант, що мають не менше двох доданків (обмеження кількості доданків зверху вже зазначене). В даному разі (табл.3) маємо наступний вихідний список:

A+***I***, ***B***+***H***, ***C***+***G***, ***D***+***I***, ***E***+***H***, ***F***+***G***, ***A***+***B***+***C***, ***A***+***B***+***F***, ***A***+***C***+***E***, ***A***+***D***+***H***, ***A***+***E***+***F***, ***B***+***C***+***D***, ***B***+***D***+***F***, ***B***+***E***+***G***, ***C***+***D***+***E***, ***D***+***E***+***F***, ***A***+***B***+***D***+***G***, ***A***+***D***+***E***+***G***.

Далі список уточнюється за усіма стовпцями зведеної таблиці істинності підрахунком значень внесених до списку сум. В списку лишаються суми, які дорівнюють нулю або значенню функції в стовпці, за яким виконується перевірка. Вибір стовпця – за зростанням індексу. У даному випадку перевірка за передостаннім стовпцем виглядає так:

A+***I***=6, ***B***+***H***=6, ***C***+***G***=6, ***D***+***I***=6, ***E***+***H***=6, ***F***+***G***=6, ***A***+***B***+***C***=6, ***A***+***B***+***F***=6, ***A***+***C***+***E***=6, ***A***+***C***+***H***=*4*, ***A***+***E***+***F***=6, ***B***+***C***+***D***=6, ***B***+***D***+***F***=6, ***B***+***E***+***G***=6, ***C***+***D***+***E***=6, ***D***+***E***+***F***=6, ***A***+***B***+***D***+***G***=*4*, ***A***+***D***+***E***+***G***=*4*.

Після уточненя списку за всіма стовпцями отримаємо:

A+***I***, ***B***+***H***, ***C***+***G***, ***D***+***I***, ***E***+***H***, ***F***+***G***, ***A***+***B***+***C***, ***A***+***B***+***F***, ***A***+***C***+***E***, ***A***+***E***+***F***, ***B***+***C***+***D***, ***B***+***D***+***F***, ***C***+***D***+***E***, ***D***+***E***+***F***.

Додамо до списку імпліканту ***J***, що позначена в табл.3 зірочкою. Тепер можна побудувати таблицю покриттів, але в цьому нема потреби, бо кожна імпліканта з отриманого списку накриває всі ненульові значення функції $\mathbf{O}_a$, тобто є тупіковою формою. Тому лише підрахуємо ранги (кількість унарних операторів). Маємо одне рішення рангу 4 (мінімальна форма ***J***), шість рішень рангу 5 (***A***+***I***, ***B***+***H***, ***C***+***G***, ***D***+***I***, ***E***+***H***, ***F***+***G***) та вісім рішень рангу 6 (***A***+***B***+***C***, ***A***+***B***+***F***, ***A***+***C***+***E***, ***A***+***E***+***F***, ***B***+***C***+***D***, ***B***+***D***+***F***, ***C***+***D***+***E***, ***D***+***E***+***F***).

Аналітичний вираз, що подає мінімальне рішення, має вигляд:

$$\mathbf{O}_a = \chi_7\left(\chi_1(x_1) + \chi_2(x_2) + \chi_4(x_3)\right) \tag{8}$$

Графічне зображення схеми (8) показано на рис.2.

Як бачимо, різниця в складності реалізації становить лише 2 елементи. Тому всі наведені рішення можуть бути використані. Вибір може бути зроблений, наприклад, з міркувань забезпечення точності. Схему $\mathbf{O}_a$ = ***A***+***B***+***C*** = $\chi_1(\neg x_1) + \chi_2(\neg x_2) + \chi_4(\neg x_3)$ з визначеною похибкою порівняно з (8) виготовити легше.

Висновки. ІСЛ відносить пристрої типу АЦП і ЦАП до класу логікових схем. Це дає змогу синтезувати їх за допомогою логікових методів, тобто так, як синтезують цифрові логікові схеми.

Результати синтезу становлять певну множину рішень, серед яких є простіші від тих, що звичайно використовуються. Наприклад, схема (рис.1) простіша за паралельні АЦП, що подані в [4, 5], бо не містить перетворювачів одиничного коду в позиційний (шифраторів). Як виявилося, для реалізації досить лише одних компараторів.

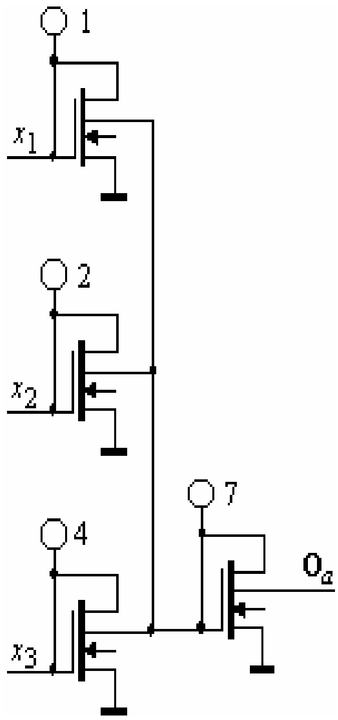

Рис.2. Графічне зображення схеми (8)

1. Shannon C.E. A symbolic analysis of relay and switching circuits // Trans. AIEE, 1938. - 57. P. 713-723. 2. Кметь А.Б. Интегральная токовая логика. Львов, 1998. 3. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М., 1979. 4. Преобразование информации в аналого-цифровых вычислительных устройствах и системах / Под ред. Г.М. Петрова. М., 1973. 5. Современные линейные интегральные микросхемы и их применение: Пер. с англ. / Под ред. М.В. Гальперина. М., 1980.

УДК 550.837

Ладанівський Б.Т.
Карпатське відділення Інституту геофізики НАН України

ФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК МЕТОД ПІДВИЩЕННЯ ІНФОРМАТИВНОСТІ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ НЕОДНОРІДНИХ СЕРЕДОВИЩ

Висвітлено основні принципи і переваги використання методу фізичного моделювання електромагнітних полів в тривимірних неоднорідних середовищах. Наведено опис автоматизованого комплексу технічних засобів для аналогового моделювання та приклади його застосування для дослідження тривимірних структур. Показана можливість використання цих результатів для підвищення інформативності електророзвідувальних методів в геофізиці.

Необхідність дослідження електромагнітних полів складних неоднорідних середовищ виникає при вирішенні багатьох прикладних і наукових проблем, зокрема в геофізиці при вивченні приповерхневої та глибинної будови земних структур. Таке вивчення можна проводити за допомогою аналітичних та чисельних методів [1], математичного [2] або фізичного [3] моделювання. Кожен з цих методів має свої переваги і обмеження. Точні аналітичні розв’язки вдається отримати для обмеженої кількості неоднорідностей і в