УДК.621

Тимощук П.В., Бардила Т.І.*
ДУ "Львівська політехніка", кафедра радіотехнічних пристроїв,
*кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань

АЛГОРИТМІЧНИЙ МЕТОД СИНТЕЗУ ПОМНОЖУВАЧА ЧАСТОТИ НА ОСНОВІ ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ

Описано метод синтезу прецизійного помножувача частоти гармонічних сигналів на два. Помножувач призначений для обробки сигналів з широким діапазоном зміни їх амплітуди та частоти. Реалізується помножувач в аналоговому та цифровому елементних базисах на основі побудови його макромоделі в формі рівняння, аргументами якого є дії, їх інтеграли та реакції помножувача. Макромодель визначається числовим методом за вхідними та вихідними часовими характеристиками пристрою. За відомою макромоделлю методами прямого моделювання будується структурна схема помножувача.

Операція множення частоти традиційно реалізується за допомогою напівпровідникового діода, на виході якого крім основної гармоніки виникає спектр більш високих гармонік. Для того, щоб виділити необхідну гармоніку, потрібні високоякісні і, як привило, складні схеми фільтрації вихідних сигналів при відносно малих амплітудах вищих гармонік, що знижує точність отримання вихідних сигналів. В інших існуючих помножувачах частоти амплітуда вихідних сигналів залежить від частоти, а схеми помножувачів передбачають здійснення фільтрації постійної складової вихідних сигналів [1]. Тому актуальним залишається розв'язання задачі синтезу помножувача частоти, характеристики якого не залежать від амплітуди та частоти і який не потребує фільтрації вихідних сигналів. У даній роботі розв'язується задача синтезу алгоритму прецизійного помножувача частоти гармонічних сигналів, характеристики якого є амплітудо- та частотонезалежними.

В [2] описано методику синтезу нелінійних електронних кіл на основі побудови їх макромоделей у формі алгебро-диференціальних рівнянь виду:

$$F\left[\ x(t), x`(t),..., x^{r}(t), y(t), y`(t),...y^{s}(t)\ \right] = 0, \tag{1}$$

де $x^r(t), y^s(t)$ – часові залежності r-ї похідної зовнішньої дії та s-ї похідної відповідної реакції кола, $F[\bullet]$ – нелінійна функція всіх аргументів, яка явно не залежить від часу.

Макромодель кола може описуватись також інтегральними рівняннями. Для отримання такої макромоделі замінимо в рівнянні (1) похідні від дії та реакції кола їх відповідними інтегралами. В результаті вираз (1) набуде форми такого інтегрального рівняння:

$$\Phi\Bigg[\ x(t), \int_0^t x(\tau)d\tau, \int_0^t\int_0^t x(\tau)d\tau^2,..., \underbrace{\int_0^t ... \int_0^t}_{r} x(\tau)d\tau^r,$$

$$y(t), \int_0^t y(\tau)d\tau, \int_0^t\int_0^t y(\tau)d\tau^2,..., \underbrace{\int_0^t ... \int_0^t}_{s} y(\tau)d\tau^s\ \Bigg] = 0. \tag{2}$$

Як свідчать результати досліджень, рівнянням (2) можна описати досить широкий клас кіл. Разом з тим відомо, що інтегральні рівняння можна зводити до еквівалентних диференціальних. Розглянемо процедуру такого зведення для рівняння (2), для чого введемо заміни:

$$v(t) = \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{r} x(\tau) d\tau^r, \quad w(t) = \underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{s} y(\tau) d\tau^s. \tag{3}$$

З врахуванням замін (3) вираз (2) можна подати у вигляді еквівалентного диференціального рівняння відносно старшого інтегралу від реакції w(t):

$$\Phi\left[\; v(t), v`(t), ..., v^r(t), w(t), w`(t), .., w^s(t) \;\right] = 0. \tag{4}$$

Оскільки рівняння (4) за формою збігається з рівнянням (1), методику побудови макромоделей у вигляді алгебро-диференціальних рівнянь можна застосувати й у випадку макромоделі (4), а отже, й (2), аргументами якої є дії, реакції кола та їх інтеграли.

Застосуємо описану методику для розв`язання задачі синтезу помножувача частоти гармонічних сигналів на два. Розв`язок задачі знайдемо в аналоговому та цифровому елементних базисах на основі побудови макромоделей помножувача в формі інтегрального та відповідного йому дискретного рівняння. Аналогову макромодель визначимо числовим методом за вхідними та вихідними часовими характеристиками помножувача. Дискретну макромодель отримаємо, перейшовши відомими методами до дискретних рівнянь. На основі побудованих макромоделей сконструюємо функціональні схеми, що складаються із стандартних блоків, які застосовуються при аналогово-цифровій обробці сигналів.

Нехай помножувач повинен трансформувати множину сигналів $x(t)=A\sin\omega t$, де $A\in[15;55]$, $\omega\in[10;70]$, $t\in[0;2\pi/\omega]$ в множину сигналів $y(t)=A\sin 2\omega t$. Задамо значення A,ω,t дискретно з кроком 5, 10, $0.2\pi/\omega$ відповідно. Зробимо припущення, що аналогова макромодель помножувача описується п`ятивимірним поліномом другого порядку, аргументами якого є:

$$x(t), \int_0^t x(\tau)d\tau, \int_0^t\int_0^t x(\tau)d\tau^2, y(t), \int_0^t y(\tau).$$

Для заданих дискрет A,щ,t за допомогою аналітичного інтегрування обчислимо дискрети інтегралів від x(t), y(t) та подвійних інтегралів від x(t)x. Визначимо коефіцієнти поліному в результаті розв`язання наступної задачі апроксимації:

$$\left\{ \sum_{k_1=0}^{2}\sum_{k_2=0}^{2}\sum_{k_3=0}^{1}\sum_{k_4=0}^{1}\sum_{k_5=0}^{1} C_{k_1}...C_{k_5}\left[x(t)\right]^{k_1}\left[\int_0^t x(\tau)d\tau\right]^{k_2}\left[\int_0^t\int_0^t x(\tau)d\tau^2\right]^{k_3}\left[y(t)\right]^{k_4}\left[\int_0^t y(\tau)d\tau\right]^{k_5} \right\}^2 \to \min_C,$$

пронормувавши при цьому коефіцієнт поліному при $[x(t)]^2\left[\int_0^t x(\tau)d\tau\right]^2$. Дослідимо стійкість виконання перетворення поліномом »вхід-вихід» при незначних змінах значень його коефіцієнтів.

Розв`язанням задачі ідентифікації макромоделі методом найменших квадратів отримуємо стійку макромодель помножувача у вигляді такого рівняння:

$$0.2512\left[\int_0^t x(\tau)d\tau\right]^2[y(t)]^2-0.2486x(t)\int_0^t\int_0^t x(\tau)d\tau^2[y(t)]^2-[x(t)]^2\left[\int_0^t x(\tau)d\tau\right]^2=0.$$

Отримане рівняння в явній формі має вигляд:

$$y(t)=\frac{[x(t)]\int_0^t x(\tau)d\tau}{\left\{0.2512\left[\int_0^t x(\tau)d\tau\right]^2-0.2486x(t)\int_0^t\int_0^t x(\tau)d\tau^2\right\}^{1/2}}.$$

Дискретизація останнього рівняння привела до наступного виразу:

$$y(k)=x(k)Ix(k)/\left\{0.2512[Ix(k)]^2-0.2486x(k)I^2x(k)\right\}^{1/2},$$

де

$$I^2x(k)=I^2x(1)+\sum_{i=2}^{k}(Ix(i-1)+Ix(i))/2,$$

де Δt-крок дискретизації по часу.

Отже, дискретна схема потребує задавання певних початкових умов, які визначаються значеннями A, ω та Δt. Похибки отриманих рівнянь помножувача для $\Delta t = 0.002\ \pi/\omega$ відповідно рівні: $\varepsilon = 1.448\cdot10^{-3}$, $\sigma = 2.161\cdot10^{-4}$ та $\varepsilon^* = 1.476\cdot10^{-3}$, $\sigma^* = 2.062\cdot10^{-3}$ [2].

Як видно з отриманих результатів, знайдені макромоделі забезпечують достатньо високу точність перетворення "вхід-вихід". Функціональні схеми аналогового та цифрового помножувачів частоти на два можна реалізувати на базі інтеграторів, функціональних перетворювачів та ланок затримки. При цьому постійні інтегрування інтеграторів у ввімкненому стані приводяться до нуля [3]. Структурні схеми помножувачів за відомими макромоделями здійснюється методами прямого моделювання [4].

Алгоритм множення частоти вхідних сигналів в 2^n разів будується за допомогою повторення описаної процедури n разів.

1. Реншлер, Вейсс. Электроника. 1970. № 12. 2. Тимощук П.В., Шаповалов Ю.И. Радиоэлектроника. 1998. №4. С. 58-62. 3. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М., 1982. 4. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем: метод пространства состояний. М., 1970.