

## ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ МЕТОДІВ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ ПІД ЧАС ПЕРЕДАЧІ ВИСОТ ЧЕРЕЗ ВОДНІ ПОВЕРХНІ

**Мета.** Актуальними залишаються дослідження передачі висот через водні поверхні, опрацювання методики підвищення точності тригонометричного нівелювання замість геометричного. Дослідити методи тригонометричного нівелювання, які можна застосовувати для передачі висот над водними поверхнями із використанням сучасних приладів. **Методика.** Виконані одночасні та неодночасні взаємні спостереження над різними водними поверхнями. Виконано опрацювання результатів тригонометричного нівелювання різними методами. **Результати.** На територіях навчально-геодезичних полігонів у місті Бережани Тернопільської області та смт Шацьк Волинської області виконані роботи зі створення висотної геодезичної основи, зокрема і для дослідження точності тригонометричного нівелювання під час передачі висот над водними поверхнями. Виконана висотна прив'язка геодезичної основи геометричним нівелюванням III класу. Для визначення висот на досліджуваних пунктах проведено лінійно-кутові вимірювання із використанням автоматизованих тахеометрів TPS 1201R Leica та TC 2003 Leica. За результатами отриманими із спостережень на геодезичному полігоні у смт Шацьк виконано порівняння перевищень геометричного нівелювання та перевищень отриманих із тригонометричного нівелювання методами “із середини”, “через точку”, “рефракційного базису” та неодночасним двостороннім нівелюванням. Виконано зрівноваження аналітичної мережі методом найменших квадратів. За результатами спостережень виконаними в Бережанах визначено коефіцієнти вертикальної рефракції за різними напрямками та порівняння перевищень отриманих із геометричного нівелювання III класу із перевищенням з тригонометричного нівелювання методом “із середини”. Дослідження точності різних методів тригонометричного нівелювання порівняно із геометричним нівелюванням III класу показало, що вони переважно задовольняють вимоги точності нівелювання на рівнинній місцевості. Для пересіченої місцевості необхідно враховувати її особливості та враховувати виміряні додаткові характеристики розповсюдження променя візування над підстильними поверхнями, що характеризують стратифікацію атмосфери такі, як флуктуації зенітних віддалей або виміряних перевищень. **Наукова новизна.** Запропоновано застосування неодночасного двостороннього тригонометричного нівелювання над водними поверхнями взамін геометричного нівелювання III класу на трасах до 1 км. **Практична значущість.** Показано можливість заміни затратного геометричного нівелювання тригонометричним нівелюванням без втрати точності під час передачі висот через водну поверхню.

*Ключові слова:* тригонометричне нівелювання; вертикальна рефракція; геометричне нівелювання роботизований електронний тахеометр; рефракційний базис.

### Вступ

Створення та розвиток висотних полігонів, в місцевостях, де є велика кількість гідрологічних об'єктів, вимагає застосування комбінацій різних методів нівелювання із забезпеченням заданої точності визначення перевищень.

Геометричне нівелювання, як відомо, є одним із найточніших методів визначення перевищень, проте, прокладання нівелірних ходів у місцевостях із розвинутою гідрологією пов'язано з труднощами: обхід озер та заболочених ділянок, пошук наявності мостових переходів на річках і т.п. Обхід водних перешкод призводить до збільшення довжини нівелірного ходу, що в свою чергу веде до збільшення похибок у геометричному нівелюванні.

Одним із найоптимальніших варіантів розв'язання цього питання наземними геодезичними методами є передача висоти через водну поверхню тригонометричним нівелюванням. Цим питанням свого часу займалися багато науковців Островський А. Л. [Островський А. Л., 2007, 1990], A. Celms, A. Brants [A. Celms, 2013], Walo J, Pachuta A [Walo J, 2004], Масліч Д. І. [Масліч Д. І. 1984], Тлустяк Б. Т. [Тлустяк Б. Т., 1974 ], Vjelotomić O, Grgić I, [Vjelotomić O., 2011 ] та інші.

Метод тригонометричного нівелювання за продуктивністю праці значно переважає геометричне нівелювання, однак точність його вважається меншою, порівняно з геометричним. Найбільші похибки тригонометричного нівелювання викликає вертикальна рефракція

[Brunner F., 1979, Островський А. Л., 1990, Дементьев В. Е., 2009, Дементьев В. Е., 2011, Мороз О. І. 2003 ]. Тому, підвищення точності тригонометричного нівелювання можливе тільки за умови визначення та врахування вертикальної рефракції. Проте, ця проблема є складною і дотепер повністю не розв'язана.

### Мета

Актуальними залишаються дослідження передачі висот через водні поверхні, опрацювання методики для підвищення точності тригонометричного нівелювання замість геометричного нівелювання. Дослідити методи тригонометричного нівелювання, які можна застосовувати для передачі висот над водними поверхнями із використанням сучасних приладів.

### Методика

За результатами односторонніх вимірювань вертикальних кутів та похилих віддалей можна обчислити перевищення  $h_{AB}$  без врахування відхилення прямовисних ліній за формулою [Баран П.І., 1996]:

$$h_{AB} = D_{AB} \cos Z_{AB} + i_A - v_B + (1 - k_{AB}) \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R}, \quad (1)$$

де  $D_{AB}$ , – похила віддаль, виміряна між пунктом спостереження, у яку введенні поправки за метеорологічні умови проходження світлового променя;  $Z_{AB}$ , – виміряна зенітна віддаль;  $i_A$  – висота тахеометра  $v_B$  – висота візирної цілі;  $R \cong 6380 \text{ км}$  – радіус кривини Землі;  $k_{AB}$  – коефіцієнт вертикальної рефракції по спостережуваній лінії, визначений на пункті спостереження.

Взаємозворотні перевищення  $h_{AB}^1$  та  $h_{BA}^1$  без врахування вертикальної рефракції визначають із формули (1):

$$h_{AB}^1 = D_{AB} \cos Z_{AB} + i_A - v_B + \frac{D_{AB}^2 \sin^2 Z_{AB}}{2R}, \quad (2)$$

$$h_{BA}^1 = D_{BA} \cos Z_{BA} + i_B - v_A + \frac{D_{BA}^2 \sin^2 Z_{BA}}{2R}. \quad (3)$$

Для послаблення впливу вертикальної рефракції під час тригонометричного

нівелювання застосовують метод спостережень «із середини».

Під час вимірювання зенітних відстаней та похилих віддалей методом «із середини» можемо прийняти гіпотезу, що коефіцієнти вертикальної рефракції по обох плечах нівелювання однакові, та висота приладу постійна, то перевищення між точками (див. рис. 1) визначають на основі різниць формул (2) і (3):

$$h_{AB} = h_2 - h_1 = D_2 \cos Z_2 - D_1 \cos Z_1 + \frac{1}{2R} (D_2^2 \sin^2 Z_2 - D_1^2 \sin^2 Z_1) - (v_2 - v_1) \quad (4)$$

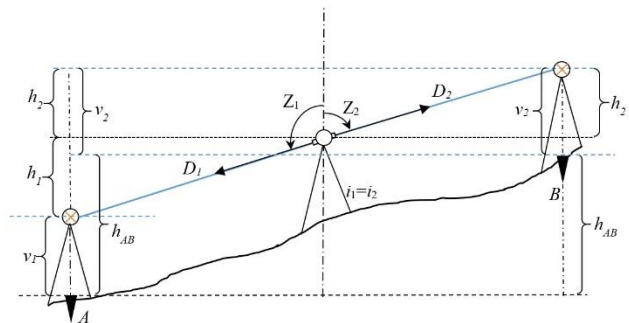


Рис.1 Тригонометричне нівелювання «із середини»

В основу нівелювання методом «через точку» покладено вимірювання зенітних кутів  $Z_1$ ,  $Z_2$  та нахилених віддалей  $D_1$  та  $D_2$  на відбивач, установлений приблизно по середині між станціями (див. рис. 2).

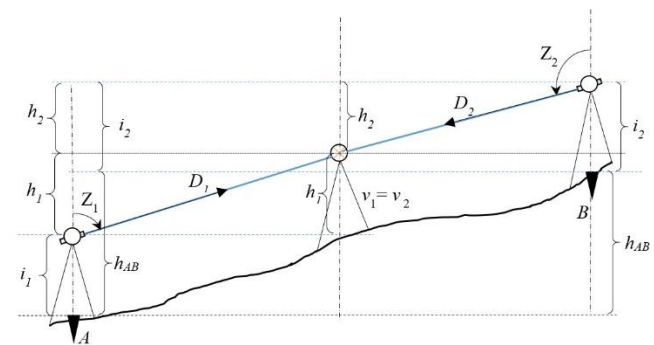


Рис.2 Тригонометричне нівелювання «через точку»

По аналогії із методом «із середини» перевищення методом «через точку» визначають за формулою:

$$h_{AB} = h_1 - h_2 = D_1 \cos Z_1 - D_2 \cos Z_2 + \frac{1}{2R} (D_1^2 \sin^2 Z_1 - D_2^2 \sin^2 Z_2) + (i_1 - i_2) \quad (5)$$

Відмінності двох методів “із середини” і “через точку” полягають, в основному, тільки в одночасності спостережень для методу “із середини” та вимірюванні або висот інструментів, або візирних цілей, що не є суттєвим. В основному методи можна застосовувати для передачі висоти між точками для зменшення віддалі та вибору однакової підстильної поверхні між точками для компенсації вертикальної рефракції [Островський А. Л., 1990; Баран П.І., 1996].

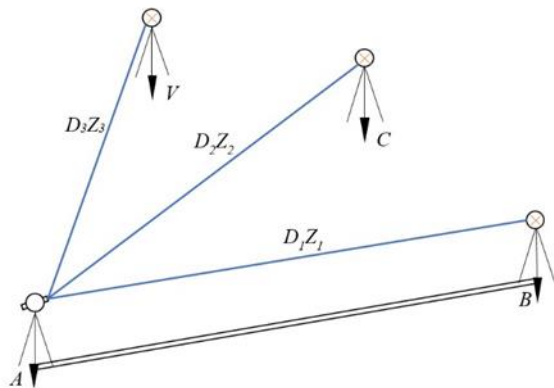


Рис.3 Тригонометричне нівелювання методом рефракційного базису

Геодезичний спосіб визначення коефіцієнта рефракції [Островський А. Л., 1990] базується на так названому рефракційному базисі. Виконується тригонометричне нівелювання на лінії з відомими висотами між пунктами, визначеними високоточним (геометричним)

нівелюванням. Із формули (1) знайдемо коефіцієнт рефракції  $k$  :

$$k_{12} = 1 - \frac{(H_2 - H_1) - (D_{12} \cos Z_{12} + i_1 - v_2)}{\Delta_R}, \quad (6)$$

де  $H_1, H_2$  – висоти кінцевих пунктів лінії;  $\Delta_R$  – поправка за кривину Землі.

$$\Delta_R = \frac{D_{12}^2 \sin^2 Z_{12}}{2R}. \quad (7)$$

Під час двостороннього тригонометричного нівелювання за відомими висотами коефіцієнти вертикальної рефракції можна визначити двічі за формулою (6), тобто окремо  $k_{12}$  і  $k_{21}$ , та за їхньою різницею оцінити якість вимірювань і стратифікацію атмосфери за взаємозворотними напрямками.

### Результати

Дослідження точності передачі висот над водною поверхнею із застосуванням одночасних спостережень тригонометричного нівелювання проведені влітку в місті Бережани на території навчального геодезичного полігона (див. рис. 4). Для цього завчасно закладені 8 реперів: по 4 на лівому та правому березі ставка на висоті приблизно 2м – 10м - 20м відносно поверхні води.

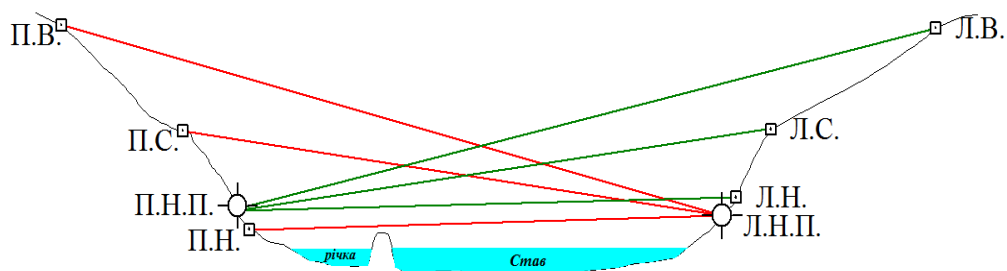


Рис.4 Схема вертикального розрізу розташування пунктів спостереження на Бережанському ставку

Висотна прив'язка закладених пунктів виконана геометричним нівелюванням III класу. Проведені одночасні денні та вечірні лінійно-кутові вимірювання автоматизованими тахеометрами: TPS 1201R Leica (приладова точність вимірювання кутів 1", а ліній 1мм+1.5ppm) та TC 2003 Leica. (приладова

точність вимірювання кутів 0.5", а ліній 1мм+1ppm). На двох нижніх пунктах правого та лівого берегу встановлені тахеометри, візирними цілями яких слугували відбивачі, котрі закріплені на нижніх, середніх та верхніх пунктах на двох протилежних берегах.

Вимірювання кутів та довжин лінії виконано 10-ма щогодинними циклами по 10 прийомів за двох положень вертикального круга тахеометра. Наведення на відбивачі виконували в автоматичному режимі із застосуванням спеціальної функції тахеометра — спостереження на максимум відбитого сигналу. Вимірювання метеоелементів: температури води та повітря, тиску виконували щогодини.

Програма годинних спостережень полягала в наступному:

- З КЛ тахеометр спрямовували по чергово на верхній, середній та нижній пункти. Змінювали положення вертикального круга.

- З КП спрямовували по чергово на нижній, середній та верхній пункти.

Отримавши значення перевищень із односторонніх тригонометричних спостережень та з геометричного нівелювання, нами обчислено коефіцієнти рефракції погодинно з двох берегів за формулою (6). Отримані значення коефіцієнтів рефракції зі спостережень з правого берега на лівий берег нижній (Л.Н.), лівий середній (Л.С.) та лівий верхній (Л.В.) зображені на рис. 5, та з лівого на правий нижній (П.Н.), правий середній (П.С.) та правий верхній (П.В.) див. рис. 6.

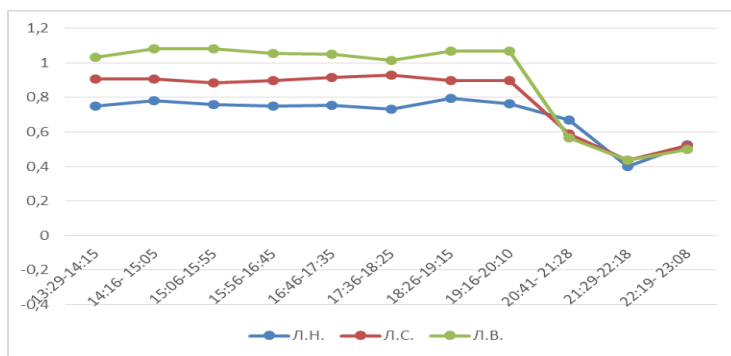


Рис. 5 Добовий хід коефіцієнта вертикальної рефракції обчислений із спостережень з правого на лівий берег

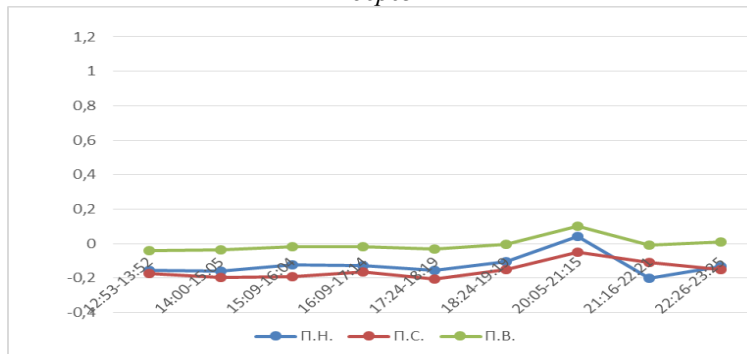


Рис. 6 Добовий хід коефіцієнта вертикальної рефракції обчислений із спостережень з лівого на правий берег

Із рисунка 5 видно, що у спостереженнях з правого берега на лівий коефіцієнт рефракції у денний період збільшується з висотою точки, на яку наводились, і в середньому становить 0,75 (Л.Н.), 0,9 (Л.С.) та 1,05 (Л.В.). А в нічний період коефіцієнт рефракції однаковий на всіх напрямках та приблизно становить +0,45. Такий добовий хід вертикальної рефракції пояснюється складним рефракційним полем, яке формується над річкою і, в основному, описується динамічною турбулентністю атмосфери.

З рисунка 6 видно, що у спостереженнях з лівого берега на правий коефіцієнт рефракції у денний та нічний період збільшується з висотою. Величини коефіцієнта вертикальної рефракції мають незначне від'ємне значення, що вказує на нормальну будову атмосфери над водною поверхнею. Добовий хід має плавну зміну, що характеризує проходження променів над великою водною поверхнею зі стабільною температурою.

Нами виконано порівняння результатів геометричного III класу та тригонометричного

нівелювання способом «із середини» з правого на лівий берег та з лівого на правий берег.

Результати цього порівняння зображені в таблицях 1,2.

Таблиця1

**Порівняння результатів геометричного III класу та тригонометричного нівелювання способом «із середини» виконане з правого на лівий берег**

Час спостережень	Перевищення h3-h2 (м)	Перевищення h3-h1 (м)	Перевищення h2-h1 (м)	h <sub>геом</sub> -h <sub>триг</sub> (h3-h2) (м)	h <sub>геом</sub> -h <sub>триг</sub> (h3-h1) (м)	h <sub>геом</sub> -h <sub>триг</sub> (h2-h1) (м)
	h <sub>геом</sub> =-7,739	h <sub>геом</sub> =-17,229	h <sub>геом</sub> =-9,490			
	h <sub>триг</sub>	h <sub>триг</sub>	h <sub>триг</sub>			
13:29-14:15	-7,757	-17,270	-9,513	-0,019	-0,041	-0,022
14:16- 15:05	-7,754	-17,272	-9,518	-0,015	-0,043	-0,028
15:06-15:55	-7,754	-17,274	-9,520	-0,015	-0,045	-0,030
15:56-16:45	-7,756	-17,272	-9,516	-0,017	-0,043	-0,026
16:46-17:35	-7,757	-17,271	-9,514	-0,019	-0,042	-0,024
17:36-18:25	-7,761	-17,270	-9,508	-0,022	-0,041	-0,018
18:26-19:15	-7,752	-17,269	-9,517	-0,013	-0,040	-0,027
19:16-20:10	-7,755	-17,272	-9,517	-0,016	-0,043	-0,027
20:41- 21:28	-7,733	-17,227	-9,494	0,006	0,002	-0,004
21:29-22:18	-7,744	-17,238	-9,495	-0,005	-0,009	-0,005
22:19- 23:08	-7,740	-17,233	-9,493	-0,002	-0,004	-0,002
			<i>f</i> <sub>абс сер.</sub>	<b>-0,013</b>	<b>-0,032</b>	<b>-0,019</b>
			с.к.п.	<b>0,009</b>	<b>0,018</b>	<b>0,011</b>

Значення **h3-h2** - перевищення між Л.Н.–Л.С.; **h3-h1** - перевищення між Л.Н.–Л.В.; **h2-h1** - перевищення між Л.С.–Л.В. Різниця між геометричним нівелюванням та тригонометричним методом «із середини» по напрямку **h3-h2** в середньому дорівнює -0,013 м, **h3-h1** - дорівнює -0,032 м, **h2-h1** дорівнює -

0,019 м. Із збільшенням висоти променя спостереження с.к.п та абсолютні значення похибок збільшуються. Це вказує на зміну коефіцієнта рефракції з висотою та необхідністю врахування різниці висот спостережуваних об'єктів.

Таблиця2

**Порівняння результатів геометричного III класу та тригонометричного нівелювання способом «із середини» виконане з лівого на правий берег**

Час	Перевищення h3-h2 (м)	Перевищення h3-h1 (м)	Перевищення h2-h1 (м)	h <sub>геом</sub> -h <sub>триг</sub> (h3-h2) (м)	h <sub>геом</sub> -h <sub>триг</sub> (h3-h1) (м)	h <sub>геом</sub> -h <sub>триг</sub> (h2-h1) (м)
	h <sub>геом</sub> =-4,009	h <sub>геом</sub> =-18,180	h <sub>геом</sub> =-14,171			
	h <sub>триг</sub>	h <sub>триг</sub>	h <sub>триг</sub>			
12:53-13:52	-4,008	-18,190	-14,182	0,001	-0,010	-0,011
14:00-15:05	-4,006	-18,191	-14,185	0,003	-0,011	-0,014
15:09-16:04	-4,003	-18,189	-14,186	0,006	-0,010	-0,015
16:09-17:14	-4,006	-18,190	-14,183	0,003	-0,010	-0,013
17:24-18:19	-4,005	-18,191	-14,186	0,004	-0,011	-0,015
18:24-19:19	-4,005	-18,189	-14,184	0,004	-0,009	-0,013
20:05-21:15	-4,000	-18,187	-14,187	0,009	-0,008	-0,017
21:16-22:21	-4,018	-18,197	-14,179	-0,009	-0,018	-0,009
22:26-23:25	-4,008	-18,193	-14,186	0,001	-0,014	-0,015
			<i>f</i> <sub>абс сер.</sub>	<b>0,002</b>	<b>-0,011</b>	<b>-0,013</b>
			с.к.п.	<b>0,005</b>	<b>0,003</b>	<b>0,002</b>

Значення **h3-h2**- перевищення між П.Н.–П.С.; **h3-h1** - перевищення між П.Н.–П.В.; **h2-h1** - перевищення між П.С.–П.В. Різниця між геометричним нівелюванням та

тригонометричним методом «із середини» по напрямку **h3-h2** дорівнює 0,002м, **h3-h1** дорівнює -0,011м, **h2-h1** дорівнює -0,013м. С.к.п. не перевищують 5 мм, що вказує на рівномірність

зміни рефракцій по напрямкам над великими водними поверхнями із стабільною температурою.

Дослідження двостороннього неодноточасного тригонометричного нівелювання виконані на території с.м.т. Шацьк вздовж берега Пісочне. Для експерименту, на березі озера закладено 4 пункти Т1, Т2, Т3, Т4 таким чином, щоб утворилися 2 трикутники ( $\Delta T1T2T3$ ,  $\Delta T1T2T4$ ) (рис. 7) із взаємною видимістю між точками. Одним із факторів у виборі місця закладки пунктів була їх близькість розташування до пунктів полігонометрії, через які виконували нівелювання III класу цифровим нівеліром Dini 22 Trimble. (прив'язку виконали однією станцією нівелювання).

Вимірювання виконані тахеометром фірми Leica TC 2003.

Послідовність спостережень наступна:

1. На точки Т1, Т2, Т3 установлювали та центрували штативи з підставками. Над точкою Т1 установлювали прилад, а на Т2, Т3 відбивачі.

2. Вимірювали висоту приладу та відбивачів за допомогою спеціального приладдя із застосуванням відлічування методом фотофіксації. На точці, де розташовувався прилад, вимірювали температуру повітря, води та атмосферний тиск.

3. З точки Т1 на дві точки умовного трикутника Т2, Т3 почергово відлічували горизонтальні та вертикальні круги та вимірювали похилу віддаль. Вимірювання виконували 10-ма прийомами.

4. Почергово прилад установлювали на наступні точки, а на його місце встановлювали відбивач і спостереження виконували аналогічно.

5. Аналогічні такі дії виконували і в трикутнику  $\Delta T1 T2 T4$ .

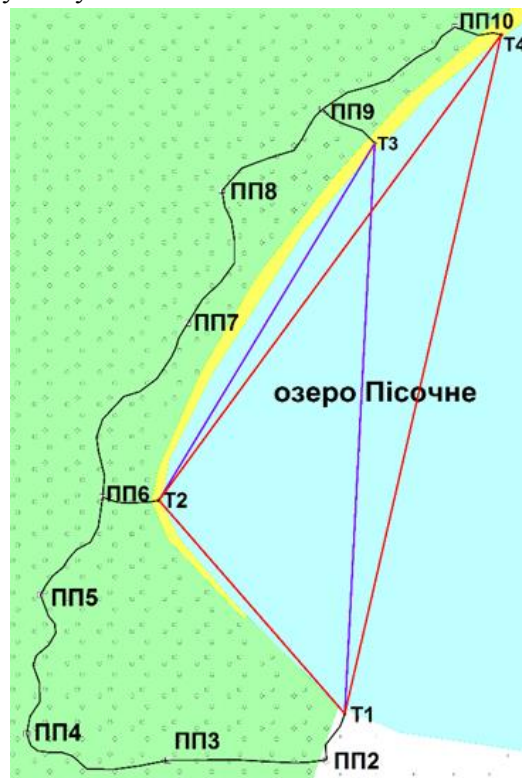


Рис.7 Схема розташування пунктів спостережень та висотної їх прив'язки до пунктів полігонометрії на території полігону оз. Пісочне

Отримані результати з двох трикутників опрацювали методом “із середини” за формулою (4), “через точку” за формулою (5) та “рефракційного базису”.

Результати порівняння перевищень геометричного нівелювання з перевищеннями, отриманими методом “із середини”, показані в таблиці 3.

Таблиця 3

**Порівняння результатів геометричного III класу та тригонометричного нівелювання способом «із середини» в  $\Delta 123$ ,  $\Delta 124$**

Трикутник $\Delta 123$					Трикутник $\Delta 124$				
Станція	Напрямки	$h_{\text{триг}}$	$h_{\text{геом}}$	$\Delta$	Станція	Напрямки	$h_{\text{триг}}$	$h_{\text{геом}}$	$\Delta$
1	2	-0,158	-0,157	-0,001	1	2	0,583	0,582	0,002
	3					4			
2	1	-1,013	-1,004	-0,010	2	1	-0,278	-0,265	-0,013
	3					4			
3	1	-0,85	-0,847	-0,003	4	1	-0,86	-0,847	-0,014
	2					2			
			$f_{\text{абс сер.}}$	<b>-0,005</b>				$f_{\text{абс сер.}}$	<b>-0,008</b>
			<b>с.к.п.</b>	<b>0,004</b>				<b>с.к.п.</b>	<b>0,009</b>

Результати порівняння перевищень геометричного нівелювання з перевищеннями, отриманими методом “через точку”, показані в таблиці 4 .

Результати порівняння перевищень геометричного нівелювання з перевищеннями, отриманими методом “рефракційного базису”, показані в таблиці 5.

Середнє абсолютне значення похибок між геометричним та тригонометричним нівелюванням методом «із середини» у  $\Delta$  123 дорівнює -0,005 м, а с.к.п. дорівнює 0,004 м.

Середнє абсолютне значення похибок між геометричним та тригонометричним нівелюванням методом «із середини» у  $\Delta$  124 дорівнює -0,008 м, а с.к.п. дорівнює 0,009 м.

Таблиця 4

**Порівняння результатів геометричного III класу та тригонометричного нівелювання способом «через точку» в  $\Delta$  123,  $\Delta$  124**

Трикутник $\Delta$ 123					Трикутник $\Delta$ 124				
Станція	Напрямок	h <sup>триг</sup>	h <sup>геом</sup>	$\Delta$	Станція	Напрямок	h <sup>триг</sup>	h <sup>геом</sup>	$\Delta$
1	3	-0,839	-0,847	0,008	1	4	-0,832	-0,847	0,015
2					2				
1	2	-0,991	-1,004	0,012	1	2	-0,24	-0,265	0,025
3					4				
2	1	-0,148	-0,157	0,009	2	1	0,593	0,582	0,011
3					4				
			<b>f<sub>абс сер.</sub></b>	<b>0,01</b>				<b>f<sub>абс сер.</sub></b>	<b>0,017</b>
			<b>с.к.п.</b>	<b>0,002</b>				<b>с.к.п.</b>	<b>0,007</b>

Середнє абсолютне значення похибок між геометричним та тригонометричним нівелюванням методом «через точку» у  $\Delta$  123 дорівнює 0,01 м, а с.к.п. дорівнює 0,002 м.

Середнє абсолютне значення похибок між геометричним та тригонометричним нівелюванням методом «через точку» у  $\Delta$  124 дорівнює 0,017 м, а с.к.п. дорівнює 0,007 м.

Таблиця 5

**Порівняння результатів геометричного III класу та тригонометричного нівелювання методом рефракційного базису**

Базисна лінія	K	K <sup>сер</sup>	Напрями спостережень	h <sup>геом</sup>	h <sup>тр</sup>	h <sup>геом</sup> -h <sup>тр</sup>
1-2	-1,88	-1,85	1-4	-0,265	-0,226	-0,039
2-1	-1,83					
1-4	-0,25	-0,35	1-2	-0,846	-0,861	0,015
4-1	-0,45					
2-3	-1,18	-1,25	3-1	1,004	1,027	-0,024
3-2	-1,32					
3-1	-0,62	-0,54	3-2	0,157	0,139	0,018
1-3	-0,45					
2-3	-1,18	-1,25	2-4	0,581	0,606	-0,024
3-2	-1,32					
2-4	-0,70	-0,83	2-3	-0,157	-0,165	0,008
4-2	-0,97					

Із таблиці 5 бачимо, що найменша різниця між геометричним перевищенням та перевищенням, обрахованим методом рефракційного базису, становить 0,008 м, а найбільша – 0,039 м. Детальний аналіз

результатів методу рефракційного базису показує, що за базисну лінію бажано обирати найдовший напрямок, для того, щоб із найбільшою точністю прогнозувати значення коефіцієнта рефракції на інші напрямки.

Як видно із таблиць 3, 4, 5, найменша різниця між геометричним нівелюванням та тригонометричним, отримана методом «із середини», а найбільш слабкі за точністю результати прогнозування отримані методом рефракційного базису. Для підвищення точності рефракційного базису бажано застосовувати додаткові характеристики спостережуваної траси, пов'язані з турбулентністю атмосфери.

Результати порівняння геометричного та неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання наведені в таблиці 6.

Як бачимо з даної таблиці, різниці перевищень між геометричним нівелюванням та двостороннім неодноразовим не є великими та відповідають точності геометричного нівелювання III класу.

Нами виконано зрівноваження аналітичної мережі методом найменших квадратів із використанням ваг  $P$ , розрахованих за флуктуаціями виміряних перевищень  $m_h$  із 10 прийомів спостережень за формулою:

$$P = \frac{1}{m_h^{2/3}}. \quad (7)$$

Степінь 2/3 при  $m_h$  дає найкращі результати зрівноваження та пояснюється систематичним впливом вертикальної рефракції у трикутниках спостережень [К. Tretyak, 2015].

Результати порівняння перевищень геометричного нівелювання та зрівноважених по  $\Delta 123$  та  $\Delta 124$  показані в таблиці 7.

Таблиця 6

**Результати порівняння геометричного нівелювання та двостороннього неодноразового тригонометричного нівелювання**

Назва станції	Назва пункту	h <sub>геометр.</sub>	h	Δh1
		м	двостороннє триг. м	мм
1	3	-1,0035	-0,9998	3,7
	2	-0,8465	-0,8467	-0,2
	4	-0,265	-0,2586	6,4
2	4	0,5815	0,5874	5,9
	3	-0,157	-0,1554	1,6

Таблиця 7

**Результати порівняння перевищень геометричного нівелювання та зрівноваженого методом найменших квадратів по вагах за флуктуаціями перевищень в  $\Delta 123$  та  $\Delta 124$**

Трикутник $\Delta 123$				Трикутник $\Delta 124$			
Напрямки	h <sub>геом</sub> (м)	h <sub>триг</sub> (м)	Δ (мм)	Напрямки	h <sub>геом</sub> (м)	h <sub>триг</sub> (м)	Δ(мм)
1-2	-0,846	-0,849	-0,002	1-2	-0,846	-0,850	-0,003
2-3	-0,157	-0,155	0,002	2-4	0,581	0,586	0,005
3-1	1,004	1,004	-0,0005	4-1	0,265	0,263	-0,002
		<b>M=</b>	<b>0,002</b>			<b>M=</b>	<b>0,003</b>

Середнє значення різниць перевищень, отриманих із геометричного нівелювання та тригонометричного нівелювання за результатами зрівноваженого методом найменших квадратів по прийнятих вагах, у  $\Delta 123$  дорівнює 0,002 м та  $\Delta 124$  — 0,003 м.

Аналіз опрацьованих результатів спостережень над озером Пісочне показав, що найкращі результати з порівняння геометричного та тригонометричного нівелювань отримано за зрівноваженням аналітичних мереж методом найменших квадратів із застосуванням ваг. Якісні результати визначення перевищення отримано із

двостороннього неодноразового нівелювання та тригонометричного нівелювання методом «із середини». У два рази гірші за попередні результати отримано за тими ж самими даними із тригонометричного нівелювання методом «через точку». Це перш за все пояснюється тим, що спостереження цим методом виконувались неодноразово.

Визначення перевищень із застосуванням методу рефракційного базису показало значно гірші результати. Гіпотеза про рівність коефіцієнтів рефракцій за різними напрямками не завжди справджується, особливо над водною поверхнею.



## Наукова новизна і практична значущість

Апробована та запропонована можливість застосування неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання, нівелювання методом «із середини» та зрівноваження аналітичної мережі методом найменших квадратів із застосуванням ваг для передачі висот над водними поверхнями замість геометричного нівелювання на відстанях до 1 км.

Перспектива подальших досліджень полягає в уточненні методики і виборі оптимальних характеристик трас та мереж для заміни геометричного нівелювання.

## Висновки

1. Виконані дослідження підтвердили можливість застосування неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання замість геометричного нівелювання III класу для передачі висот над водними поверхнями.

2. Рекомендується, для надійності та оцінки точності передачі висот застосовувати спостереження на спеціально створених локальних аналітичних мережах.

3. Рефракційні бази бажано вибирати на довгих лініях над однотипними поверхнями із спостережуваними напрямками.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Баран П. І. Тригонометричне нівелювання в інженерно-геодезичних роботах / П. І. Баран, Ф. Ф. Соловйов, В. Я. Чоркоконь. – К.: Укргеодезкартографія, 1996. – 130 с.
- Дементьев В. Е. Рефракция и миражи / В. Е. Дементьев. – М.: ООО «Галлея-Принт», 2009. – 391 с.
- Дементьев В. Е. Рефракция в турбулентной атмосфере / В. Е. Дементьев. – М.: ООО «Галлея-Принт», 2011. – 398 с.
- Масліч Д. І. Особенности рефракционного поля на морских трассах в прибрежном субтропическом районе. / Д. І. Масліч, С. С. Перій // - Геодезія, картографія і аерофотосъемка. - Львів, 1984. Вип. 39. – С. 38-46.
- Мороз О.І. Визначення та врахування вертикальної рефракції під час геодезичних вимірювань: Монографія/ О.І. Мороз. – Львів: В-тво НУ «ЛП», 2003. – 224 с.

Островський А. Л. Дослідження закономірностей дії вертикальної рефракції та точності тригонометричного нівелювання над водними поверхнями/ А. Островський, О. Кравчук // Геодезія, картографія і аерознімання. -2007. -№69. –с.83-90.

Перій С. С. Використання двостороннього тригонометричного нівелювання у світловіддалемірній полігонометрії / С. С. Перій // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2001. – № 61. – С. 112-117.

Перій С. С. Апробація застосування неодноразового двостороннього тригонометричного нівелювання з урахуванням вертикальної рефракції/ С. С. Перій// Геодезія, картографія і аерознімання. -2015. -№82. –с.19-28.

Тлустяк Б. Т. Исследование закономерностей изменения земной рефракции в прибрежной зоне больших водных поверхностей // Б. Т. Тлустяк. // Геодезія, картографія і аерофотосъемка. – 1974. № 20. – С. 86-93.

Учет атмосферных влияний на астрономогеодезические измерения. / Островський А. Л., Джуман Б. М., Заблоцкий Ф. Д., Кравцов М. І. – М.:Недра, 1990.

Accuracy of height measurements for levelling across wide water bodies / A. Celms. A. Ratkevičs. A. Brants. E. Kauranens// Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. -2013 –№II (26). –С.97-101.

Bjelotomić O. Prefactory accuracy of levelling figure closure by combined measurements of trigonometric and geometric levelling// Bjelotomić O, Grgić I, Bašić T.// Proceeding of the 5<sup>th</sup> international conference on engineering surveying: «Ingeo 2011» Brijuni, Croatia, 22-24 September 2011, p.185-192;

Brunner F. K.: Vertical Refraction Angle Derived from the Variance of the Angle-Of-Arrival Fluctuations. In: Refractive Influences in Astronomy and Geodesy, Tengström E., Teleki G. (Eds.), 1979, pp. 227–238.

Tretyak K. Complex High Accuracy Satellite and Field Measurements of Horizontal and Vertical Displacements of Control Geodetic Network on Dniester Hydroelectric Pumped Power Station (HPPS) / K. Tretyak, S. Periy, I. Sidorov, L. Babiy // Geomatics and Environmental Engineering, vol. 9, no. 1, 2015, pp. 83–96. Available at: <http://dx.doi.org/10.7494/geom.2015.9.1.83>

Walo J. The Height transfer over the Czorsztyn artificial lake applying trigonometric levelling/ Walo J. Pachuta A. Olszak T.//Reports on Geodesy/ -2004. -Tom 2/69. -p.315-321.