

СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ТА ЇХНІ ТЕХНІЧНІ ЗАСОБИ

УДК 621.835

В. С. Ловейкін¹, К. І. Почка², А. В. Ловейкін³

¹ Національний університет біоресурсів і природокористування України,

² Київський національний університет будівництва і архітектури,

³ Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ РУХУ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ ЗА ОДИНИЧНИМИ КРИТЕРІЯМИ

© Ловейкін В. С., Почка К. І., Ловейкін А. В., 2014

Наведений аналіз режимів руху кулачкових механізмів. Запропонована методика синтезу оптимальних режимів руху, яка дає змогу отримати будь-які режими, що відображають ті або інші властивості кулачкового механізму. Найперспективнішими є комплексні оптимальні режими руху, що враховують одночасно декілька властивостей кулачкових механізмів. Такі оптимальні режими руху можна отримати на базі комплексних критеріїв з урахуванням оптимальних режимів руху кулачкових механізмів за одиничними інтегральними критеріями.

Ключові слова: кулачковий механізм, оптимізація, режими руху, інтегральний критерій, синтез.

The analysis of movement modes of cam mechanisms is carried out. The technique of optimum movement modes synthesis is proposed; it allows to receive any modes which reflect certain properties of a cam mechanism. Complex optimum movement modes which simultaneously take into consideration several properties of cam mechanisms are most promising. Such optimum movement modes can be received on the basis of complex criteria taking into account optimum movement modes of cam mechanisms by single integrated criteria.

Key words: cam mechanism, optimization, movement modes, integrated criteria, synthesis.

Постановка проблеми. Основними тенденціями в розвитку сучасного машинобудування є підвищення продуктивності, надійності машин та механізмів, а також підвищення якості виконання технологічних процесів. Значного поширення в машинах-автоматах легкої, харчової та інших галузях виробництва набули кулачкові механізми. Під час розрахунку та проектування таких механізмів виникають задачі, без розв'язання яких неможливо задовольнити вимоги сучасного виробництва. У разі підвищення робочих швидкостей кулачкові механізми працюють у жорсткішому динамічному режимі, що обмежує подальше зростання їхньої продуктивності. У цих умовах для отримання сприятливих експлуатаційних характеристик під час проектування кулачкових механізмів необхідно розв'язувати задачі динамічного аналізу та синтезу. На роботу кулачкових механізмів у разі перетворення неперервного обертального руху ведучої ланки в усталений нерівномірний рух веденої ланки (робочого органа) значний вплив має закон їхнього руху. Вибір закону руху кулачкового механізму дає змогу зменшити інерційні навантаження, підвищити динамічний коефіцієнт корисної дії та рівномірність руху, зменшити габарити та вагу. Тому вибір динамічно оптимальних законів руху кулачкових механізмів є важливою науковою задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. При кінематичному та динамічному синтезі кулачкових механізмів необхідно знати закони (режими) руху ведучої та веденої ланок [1]. У практиці розрахунку та проектування кулачкових механізмів значного поширення набули типові закони руху: постійної швидкості; постійного прискорення; змінного прискорення за лінійним, трапецеїдальним, косинусоїдальним, синусоїдальним і поліноміальним законами [2]. Кожний з цих режимів забезпечує ті чи інші властивості кулачкового механізму. Для комплексного забезпечення певних властивостей кулачкового механізму необхідно враховувати комплекс властивостей режимів руху ведучої та веденої ланок. Вибір таких режимів руху кулачкових механізмів може бути здійснений тільки за наявності інтегральних динамічних критеріїв [3, 4].

Метою даної роботи є підвищення ефективності роботи кулачкових механізмів за рахунок вибору динамічно оптимальних режимів руху, що забезпечують комплекс їхніх властивостей.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Оскільки режими руху кулачкових механізмів являють собою функціональні залежності переміщення, швидкості, прискорення тощо веденої ланки від часового чи просторового аргументів, що характеризують ведучу ланку протягом усього циклу руху, то критерій повинен мати вигляд інтегрального функціоналу. Крім того, процедура порівняння допустимих режимів руху можлива тільки в тому разі, коли критерій має вигляд скалярної величини і для кожного режиму приймає конкретне число.

Усім перерахованим вимогам до критеріїв оцінки режимів руху кулачкових механізмів відповідає структура критерію у вигляді дії [5]:

$$F_n = \int_{t_0}^{t_1} F_n \left(t, S, \dot{S}, \dots, S^{(n)} \right) dt, \quad (1)$$

де t – час; t_0, t_1 – початковий та кінцевий моменти часу закінченого циклу руху; F_n – “енергія” прискорень $n-1$ -го порядку кулачкового механізму; $S, \dot{S}, \dots, S^{(n)}$ – координати вихідної ланки кулачкового механізму та їхні похідні включно до n -го порядку. Назва “енергія” прискорень взята за аналогією з кінетичною енергією, але є цілком умовною і не відповідає відомому поняттю енергії.

Для випадку, коли $n=1$ функція $F_n = F_1$ є функцією кінетичної енергії кулачкового механізму і критерій (1) оцінює енергетичні витрати для створення руху. При $n=2$ функція $F_n = F_2$ відповідає “енергії” прискорень першого порядку, яка має назву функції Гіббса [6]. У цьому випадку критерій (1) відображає інерційну складову потужності руху кулачкового механізму. При $n=3$ функція $F_n = F_3$ є “енергією” прискорень другого порядку або “енергією” ривків (пульсу) і критерій (1) оцінює ефективну величину динамічних навантажень кулачкового механізму зважених за пульсом вихідної ланки. Для оцінки режимів руху можуть бути використані критерії у формі (1) з підінтегральними функціями у вигляді “енергії” прискорень вищих порядків (третього, четвертого тощо). Вони враховуються при виборі режимів руху кулачкових механізмів з пружними ланками.

Синтез оптимальних режимів руху кулачкових механізмів здійснюється шляхом мінімізації критерію (1). Мінімум критерію (1) досягається на функціях $\tilde{S}(t)$, які є розв’язком рівняння Пуассона [7]:

$$\frac{\partial F_n}{\partial S} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F_n}{\partial \dot{S}} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{d^n}{dt^n} \frac{\partial F_n}{\partial S^{(n)}} = 0. \quad (2)$$

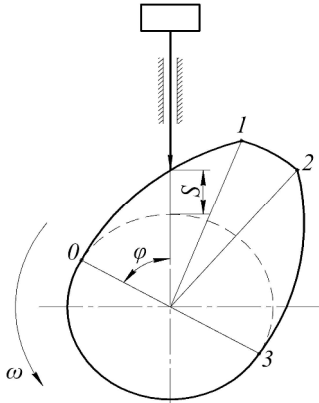


Рис. 1. Схема кулачкового механізму із загостреним штовхачем

Як приклад синтезу оптимальних режимів руху кулачкових механізмів розглянемо плоский кулачковий механізм із загостреним штовхачем, який здійснює зворотно-поступальний рух з вистоями в крайніх положеннях (рис. 1). Тут S – переміщення штовхача, яке залежить від кутової координати кулачка φ і профілю кулачка, що складається з чотирьох ділянок: 0-1 – віддалення; 1-2 – дальнього стояння; 2-3 – повернення; 3-0 – ближнього стояння. На цих ділянках кути повороту кулачка відповідно дорівнюють $\varphi_{\text{в}}$, $\varphi_{\text{д.с.}}$, $\varphi_{\text{п}}$, $\varphi_{\text{б.с.}}$. Будемо вважати, що кулачок обертається з постійною кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$.

Для такого кулачкового механізму визначимо закон зміни переміщення штовхача S від кута повороту кулачка φ , що рівнозначно побудові профілю кулачка за критерієм (1) при різних виразах підінтегральної функції F_n .

Для синтезу оптимального енергетичного режиму руху кулачкового механізму використаємо критерій (1) з підінтегральною функцією, яка є кінетичною енергією штовхача, оскільки кінетична енергія кулачка є незмінною величиною протягом усього циклу руху і оптимізації не підлягає. Кінетична енергія штовхача має вигляд:

$$F_1 = T = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \dot{S}^2, \quad (3)$$

де m та \dot{S} – маса штовхача та його швидкість. Після підстановки залежності (3) в рівняння (2), отримаємо $\dot{S} = 0$. Після двократного інтегрування лівої та правої частин цього рівняння, одержимо:

$$\dot{S} = C_1; \quad S = C_1 \cdot t + C_2, \quad (4)$$

де C_1 та C_2 – постійні інтегрування, які визначаються з початкових і кінцевих умов руху, коли $t = 0$, $S = 0$ та $t = t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega}$, $S = h$. Тут t_1 – тривалість руху механізму на ділянці віддалення, а h – максимальне переміщення штовхача. У результаті підстановки цих умов в залежності (4) отримаємо закон (режим) руху штовхача, який забезпечує мінімальні енергетичні витрати:

$$\dot{S} = V = \frac{h}{t_1} = \omega \cdot \frac{h}{\varphi_1} = \text{const}; \quad S = h \cdot \frac{t}{t_1} = \frac{h \cdot \varphi}{\varphi_1}. \quad (5)$$

На ділянці дальнього стояння початковими і кінцевими умовами є: $t = t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega}$, $S = h$ та $t = t_2 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{\omega}$, $S = h$, які дають:

$$\dot{S} = V = 0; \quad S = h = \text{const}. \quad (6)$$

На ділянці повернення початковими і кінцевими умовами руху будуть: $t = t_2 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{\omega}$, $S = h$ та $t = t_3 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)}{\omega}$, $S = 0$. Після підстановки цих крайових умов у залежності (4) будемо мати закон руху штовхача, який забезпечує мінімальні енергетичні витрати на ділянці повернення:

$$\dot{S} = V = -\frac{h}{(t_3 - t_2)} = -\omega \cdot \frac{h}{\varphi_3} = \text{const}; \quad S = h \cdot \frac{t_3 - t}{t_3 - t_2} = h \cdot \frac{\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi}{\varphi_3}. \quad (7)$$

На ділянці ближнього стояння крайовими умовами руху штовхача є: $t = t_3 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)}{\omega}$, $S = 0$ та $t = t_4 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4)}{\omega}$, $S = 0$. Для цих умов отримуємо:

$$\dot{S} = V = 0; \quad S = 0. \quad (8)$$

В отриманих режимах руху на ділянках віддалення та повернення штовхач повинен рухатись з постійними швидкостями, а на ділянках ближнього та дальнього стояння він перебуває в нерухомому стані. Це приводить до того, що при переході з ділянок ближнього стояння до віддалення, від віддалення до дальнього стояння, від дальнього стояння до повернення та від повернення до ближнього стояння спостерігається розрив швидкості руху штовхача, що приводить до жорстких ударів [1, 2]. З наведеного можна зробити висновок, що на ділянках віддалення та повернення не доцільно використовувати оптимальний енергетичний режим руху кулачкового механізму.

На ділянках віддалення та повернення штовхача визначимо оптимальний режим руху, що забезпечує мінімальне значення інерційної складової потужності приводу. Для синтезу такого оптимального режиму руху кулачкового механізму використаємо критерій (1) з підінтегральною функцією, що відображає “енергію” прискорень штовхача, оскільки “енергія” прискорень кулачка є незмінною величиною протягом усього циклу руху і оптимізації не підлягає. “Енергія” прискорень штовхача визначається залежністю:

$$F_2 = V = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \ddot{S}, \quad (9)$$

де \ddot{S} – прискорення центра мас штовхача.

Підставивши вираз (9) в рівняння (2), отримаємо $S = 0$. Після чотирикратного інтегрування лівої та правої частин цього рівняння, отримаємо:

$$\ddot{S} = B_1; \quad \dot{S} = B_1 \cdot t + B_2; \quad \ddot{S} = \frac{1}{2} \cdot B_1 \cdot t^2 + B_2 \cdot t + B_3; \quad S = \frac{1}{6} \cdot B_1 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot B_2 \cdot t^2 + B_3 \cdot t + B_4, \quad (10)$$

де B_1, B_2, B_3 та B_4 – постійні інтегрування, що визначаються з крайових умов руху, які для ділянки віддалення мають вигляд: $t = 0, S = 0, \dot{S} = 0$ та $t = t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega}, S = h, \dot{S} = 0$. Після підстановки цих крайових умов в залежності (10) отримаємо оптимальний режим руху штовхача, що забезпечує мінімальне значення складової потужності інерційних навантажень:

$$\begin{aligned} \ddot{S} &= \frac{-12 \cdot h}{t_1^3} = \frac{-12 \cdot \omega^3 \cdot h}{\varphi_1^3}; & \dot{S} &= \frac{6 \cdot h \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{t}{t_1}\right)}{t_1^2} = \frac{6 \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1}\right)}{\varphi_1^2}; \\ \ddot{S} &= \frac{6 \cdot h \cdot \left(1 - \frac{t}{t_1}\right) \cdot t}{t_1^2} = \frac{6 \cdot \omega \cdot h \cdot \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \cdot \varphi}{\varphi_1^2}; & S &= \frac{h \cdot \left(3 - 2 \cdot \frac{t}{t_1}\right) \cdot t^2}{t_1^2} = \frac{h \cdot \left(3 - 2 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1}\right) \cdot \varphi^2}{\varphi_1^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

На ділянці повернення крайовими умовами руху штовхача будуть: $t = t_2 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{\omega}, S = h, \dot{S} = 0$ та $t = t_3 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)}{\omega}, S = 0, \dot{S} = 0$. У результаті підстановки цих крайових умов в залежності (10) одержимо:

$$\begin{aligned} \ddot{S} &= \frac{12 \cdot h}{(t_3 - t_2)^3} = \frac{12 \cdot \omega^3 \cdot h}{\varphi_3^3} = const; & \dot{S} &= \frac{-6 \cdot h \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{t - t_2}{t_3 - t_2}\right)}{(t_3 - t_2)^2} = \frac{-6 \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{\varphi - \varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_3}\right)}{\varphi_3^2}; \\ \ddot{S} &= \frac{-6 \cdot h \cdot \left(1 - \frac{t - t_2}{t_3 - t_2}\right) \cdot (t - t_2)}{(t_3 - t_2)^2} = \frac{-6 \cdot \omega \cdot h \cdot \left(1 - \frac{\varphi - \varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_3}\right) \cdot (\varphi - \varphi_1 - \varphi_2)}{\varphi_3^2}; & S &= \frac{h \cdot \left[1 - \left(3 - 2 \cdot \frac{t - t_2}{t_3 - t_2}\right) \cdot (t - t_2)^2\right]}{(t_3 - t_2)^2} = \frac{h \cdot \left[1 - \left(3 - 2 \cdot \frac{\varphi - \varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_3}\right) \cdot (\varphi - \varphi_1 - \varphi_2)^2\right]}{\varphi_3^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

За даними залежностей (5) та (11), (12) побудовано графіки зміни переміщення, швидкості, прискорення та ривка на ділянках віддалення, повернення, дальнього та ближнього стояння штовхача (рис. 2). З аналізу отриманих графіків можна зробити висновок, що на відміну від оптимального енергетичного режиму, оптимальний за інерційною складовою потужності доцільно використовувати на практиці. Однак при цьому режимі руху в 2,25 разу збільшуються енергетичні витрати на створення власне руху порівняно з оптимальним енергетичним режимом. Крім того, цей режим має максимальні прискорення на початку і в кінці руху на ділянках віддалення та повернення, які зростають і спадають миттєво, що приводить до виникнення м'яких ударів [1, 2]. Такий режим руху не доцільно використовувати в швидкохідних кулачкових механізмах, оскільки він може викликати виникнення коливань у ланках механізму. Оптимальний за інерційною складовою потужності режим руху доцільно використовувати в кулачкових механізмах, де виникає потреба в мінімізації потужності приводного механізму.

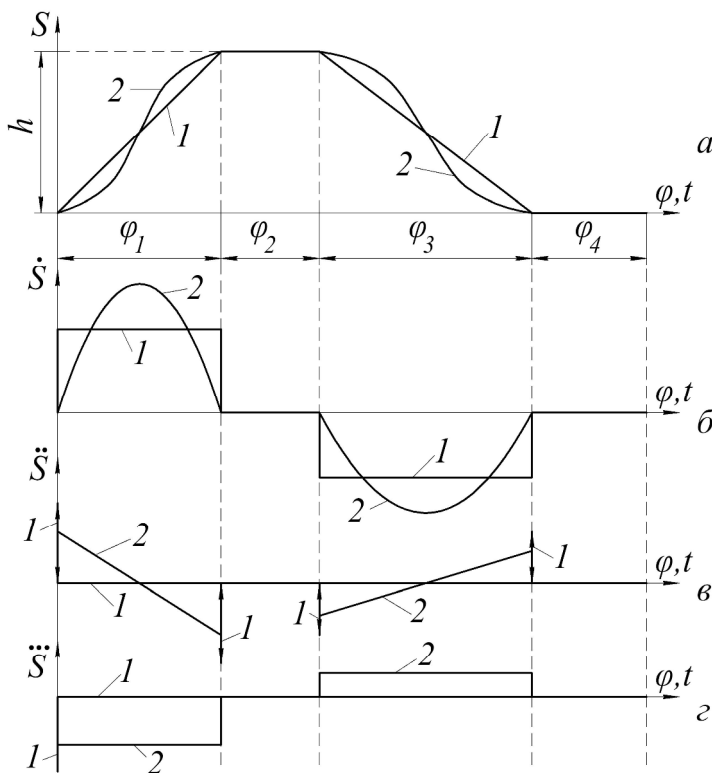


Рис. 2. Графіки зміни переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) і ривка (г) при оптимальних енергетичному (1) та за потужністю (2) режимах руху штовхача

На ділянках віддалення та повернення визначимо оптимальний режим руху штовхача кулачкового механізму. Для синтезу такого режиму руху використаємо критерій (1) з підінтегральною функцією, що описує “енергію” прискорень другого порядку (ривків) штовхача, яка має вигляд:

$$F_3 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \overset{IV}{S}, \quad (13)$$

де $\overset{IV}{S}$ – прискорення другого порядку (ривок або пульс) центра мас штовхача. Після підстановки виразу (13) в рівняння (2), будемо мати $\overset{VI}{S} = 0$. Інтегруючи ліву і праву частини цього рівняння, отримаємо:

$$\begin{aligned} \overset{V}{S} &= A_1; & \overset{IV}{S} &= A_1 \cdot t + A_2; & \overset{III}{S} &= \frac{1}{2} \cdot A_1 \cdot t^2 + A_2 \cdot t + A_3; \\ \overset{II}{S} &= \frac{1}{6} \cdot A_1 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot A_2 \cdot t^2 + A_3 \cdot t + A_4; & \overset{I}{S} &= \frac{1}{24} \cdot A_1 \cdot t^4 + \frac{1}{6} \cdot A_2 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot A_3 \cdot t^2 + A_4 \cdot t + A_5; \end{aligned} \quad (14)$$

$$S = \frac{1}{120} \cdot A_1 \cdot t^5 + \frac{1}{24} \cdot A_2 \cdot t^4 + \frac{1}{6} \cdot A_3 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot A_4 \cdot t^2 + A_5 \cdot t + A_6,$$

де A_1, A_2, \dots, A_6 – постійні інтегрування, що визначаються з крайових умов руху, які для ділянки віддалення приймають значення: $t = 0, S = 0, \dot{S} = 0, \ddot{S} = 0$ та $t = t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega}, S = h, \dot{S} = 0, \ddot{S} = 0$. У результаті підстановки цих крайових умов в систему (14), отримаємо оптимальний ривковий режим руху штовхача на ділянці віддалення:

$$\begin{aligned} \ddot{S} &= \frac{60 \cdot h \cdot \left(6 \cdot \frac{t^2}{t_1^2} - 6 \cdot \frac{t}{t_1} + 1 \right)}{t_1^3} = \frac{60 \cdot \omega^3 \cdot h \cdot \left(6 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_1^2} - 6 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1} + 1 \right)}{\varphi_1^3}; \\ \dot{S} &= \frac{60 \cdot h \cdot \left(2 \cdot \frac{t^2}{t_1^2} - 3 \cdot \frac{t}{t_1} + 1 \right) \cdot t}{t_1^3} = \frac{60 \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \left(2 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_1^2} - 3 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1} + 1 \right) \cdot \varphi}{\varphi_1^3}; \\ \dot{\varphi} &= \frac{30 \cdot h \cdot \left(\frac{t^2}{t_1^2} - 2 \cdot \frac{t}{t_1} + 1 \right) \cdot t^2}{t_1^3} = \frac{30 \cdot \omega \cdot h \cdot \left(\frac{\varphi^2}{\varphi_1^2} - 2 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1} + 1 \right) \cdot \varphi^2}{\varphi_1^3}; \\ S &= \frac{h \cdot \left(6 \cdot \frac{t^2}{t_1^2} - 15 \cdot \frac{t}{t_1} + 10 \right) \cdot t^3}{t_1^3} = \frac{h \cdot \left(6 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_1^2} - 15 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1} + 10 \right) \cdot \varphi^3}{\varphi_1^3}. \end{aligned} \tag{15}$$

Крайові умови ділянки повернення мають вигляд: $t = t_2 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{\omega}, S = h, \dot{S} = 0, \ddot{S} = 0$ та $t = t_3 = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)}{\omega}, S = 0, \dot{S} = 0, \ddot{S} = 0$. Після підстановки цих умов в систему (14), отримаємо:

$$\begin{aligned} \ddot{S} &= \frac{-60 \cdot h \cdot \left[6 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2} \right)^2 - 6 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2} \right) + 1 \right]}{(t_3-t_2)^3} = \frac{-60 \cdot \omega^3 \cdot h \cdot \left[6 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3} \right)^2 - 6 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3} \right) + 1 \right]}{\varphi_3^3}; \\ \dot{S} &= \frac{-60 \cdot h \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2} \right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2} \right) + 1 \right] \cdot (t-t_2)}{(t_3-t_2)^3} = \\ &= \frac{-60 \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3} \right)^2 - 3 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3} \right) + 1 \right] \cdot (\varphi-\varphi_1-\varphi_2)}{\varphi_3^3}; \\ \dot{\varphi} &= \frac{-30 \cdot h \cdot \left[\left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2} \right) + 1 \right] \cdot (t-t_2)^2}{(t_3-t_2)^3} = \\ &= \frac{-30 \cdot \omega \cdot h \cdot \left[\left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3} \right) + 1 \right] \cdot (\varphi-\varphi_1-\varphi_2)^2}{\varphi_3^3}; \end{aligned} \tag{16}$$

$$S = \frac{h \cdot \left\{ 1 - \left[6 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2} \right)^2 - 15 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2} \right) + 10 \right] \cdot (t-t_2)^3 \right\}}{(t_3-t_2)^3} =$$

$$= \frac{h \cdot \left\{ 1 - \left[6 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3} \right)^2 - 15 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3} \right) + 10 \right] \cdot (\varphi-\varphi_1-\varphi_2)^3 \right\}}{\varphi_3^3}.$$

Ривковий режим руху кулачкового механізму забезпечує плавну зміну прискорення протягом всього циклу руху як на ділянці віддалення, так і на ділянці повернення. При цьому режимі руху відсутні як жорсткі, так і м'які удари, що дає можливість використовувати його у швидкохідних кулачкових механізмах. Однак при оптимальному ривковому режимі руху значно зростають енергетичні витрати на створення руху власне механізму, які перевищують аналогічні витрати енергії при оптимальному енергетичному режимі руху в 3,45 рази. Крім того, при оптимальному ривковому режимі руху в крайніх положеннях на ділянках віддалення та повернення штовхач приймає максимальні значення ривка (пульсу), а сама функція ривка в цих точках є розривною, що також може викликати коливання в ланках кулачкового механізму за наявності пружних зв'язків.

У деяких випадках при визначенні оптимальних режимів руху кулачкових механізмів із врахуванням пружних властивостей ланок необхідно враховувати підінтегральні функції критерію (1), які залежать не тільки від прискорень і ривків (прискорень другого порядку), але і вищих порядків.

Синтез оптимальних режимів руху кулачкового механізму за прискореннями високих порядків покажемо на прикладі режиму руху за прискореннями третього порядку на ділянках віддалення та повернення. Для синтезу такого режиму руху використаємо критерій (1) з підінтегральною функцією "енергія" прискорень третього порядку, яка описується залежністю:

$$F_4 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot S^2, \quad (17)$$

де S^IV – прискорення третього порядку центра мас штовхача, яке характеризує інтенсивність зміни ривка (пульсу) і в деяких джерелах отримало назву "відчуття" [8], хоча, на нашу думку, його краще назвати "поштовх".

Підставивши вираз (17) в рівняння (2), отримаємо $S^VIII = 0$. Після інтегрування цього рівняння будемо мати:

$$S^VII = D_1; \quad S^VI = D_1 \cdot t + D_2; \quad S^V = \frac{1}{2} \cdot D_1 \cdot t^2 + D_2 \cdot t + D_3;$$

$$S^IV = \frac{1}{6} \cdot D_1 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot D_2 \cdot t^2 + D_3 \cdot t + D_4; \quad S^III = \frac{1}{24} \cdot D_1 \cdot t^4 + \frac{1}{6} \cdot D_2 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot D_3 \cdot t^2 + D_4 \cdot t + D_5;$$

$$S^II = \frac{1}{120} \cdot D_1 \cdot t^5 + \frac{1}{24} \cdot D_2 \cdot t^4 + \frac{1}{6} \cdot D_3 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot D_4 \cdot t^2 + D_5 \cdot t + D_6; \quad (18)$$

$$S^I = \frac{1}{720} \cdot D_1 \cdot t^6 + \frac{1}{120} \cdot D_2 \cdot t^5 + \frac{1}{24} \cdot D_3 \cdot t^4 + \frac{1}{6} \cdot D_4 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot D_5 \cdot t^2 + D_6 \cdot t + D_7;$$

$$S = \frac{1}{5040} \cdot D_1 \cdot t^7 + \frac{1}{720} \cdot D_2 \cdot t^6 + \frac{1}{120} \cdot D_3 \cdot t^5 + \frac{1}{24} \cdot D_4 \cdot t^4 + \frac{1}{6} \cdot D_5 \cdot t^3 + \frac{1}{2} \cdot D_6 \cdot t^2 + D_7 \cdot t + D_8.$$

Тут D_1, D_2, \dots, D_8 – постійні інтегрування, які визначаються з крайових умов руху. Для ділянки віддалення ці умови приймають такі значення: $t=0, S=0, \mathcal{S}=0, \mathcal{S}^2=0, \mathcal{S}^3=0$ та $t=t_1 = \varphi_1/\omega, S=h, \mathcal{S}=0, \mathcal{S}^2=0, \mathcal{S}^3=0$. Після підстановки цих умов в систему (18), отримаємо:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^3 &= \frac{840 \cdot h \cdot \left(1 - 6 \cdot \frac{t}{t_1} + 10 \cdot \frac{t^2}{t_1^2} - 5 \cdot \frac{t^3}{t_1^3}\right) \cdot t}{t_1^4} = \frac{840 \cdot \omega^3 \cdot h \cdot \left(1 - 6 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1} + 10 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_1^2} - 5 \cdot \frac{\varphi^3}{\varphi_1^3}\right) \cdot \varphi}{\varphi_1^4}; \\ \mathcal{S}^2 &= \frac{420 \cdot h \cdot \left(1 - 4 \cdot \frac{t}{t_1} + 5 \cdot \frac{t^2}{t_1^2} - 2 \cdot \frac{t^3}{t_1^3}\right) \cdot t^2}{t_1^4} = \frac{420 \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \left(1 - 4 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1} + 5 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_1^2} - 2 \cdot \frac{\varphi^3}{\varphi_1^3}\right) \cdot \varphi^2}{\varphi_1^4}; \\ \mathcal{S} &= \frac{140 \cdot h \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{t}{t_1} + 3 \cdot \frac{t^2}{t_1^2} - \frac{t^3}{t_1^3}\right) \cdot t^3}{t_1^4} = \frac{140 \cdot \omega \cdot h \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1} + 3 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_1^2} - \frac{\varphi^3}{\varphi_1^3}\right) \cdot \varphi^3}{\varphi_1^4}; \\ S &= \frac{h \cdot \left(35 - 84 \cdot \frac{t}{t_1} + 70 \cdot \frac{t^2}{t_1^2} - 20 \cdot \frac{t^3}{t_1^3}\right) \cdot t^4}{t_1^4} = \frac{h \cdot \left(35 - 84 \cdot \frac{\varphi}{\varphi_1} + 70 \cdot \frac{\varphi^2}{\varphi_1^2} - 20 \cdot \frac{\varphi^3}{\varphi_1^3}\right) \cdot \varphi^4}{\varphi_1^4}. \end{aligned} \tag{19}$$

Крайові умови ділянки повернення мають вигляд: $t=t_2 = (\varphi_1 + \varphi_2)/\omega, S=h, \mathcal{S}=0, \mathcal{S}^2=0, \mathcal{S}^3=0$ та $t=t_3 = (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)/\omega, S=0, \mathcal{S}=0, \mathcal{S}^2=0, \mathcal{S}^3=0$. Підставивши ці умови в систему (18), одержимо:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^3 &= \frac{-840 \cdot h \cdot \left[1 - 6 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right) + 10 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right)^3\right] \cdot (t-t_2)}{(t_3-t_2)^4} = \\ &= \frac{-840 \cdot \omega^3 \cdot h \cdot \left[1 - 6 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3}\right) + 10 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3}\right)^2 - 5 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3}\right)^3\right] \cdot (\varphi-\varphi_1-\varphi_2)}{\varphi_3^4}; \\ \mathcal{S}^2 &= \frac{-420 \cdot h \cdot \left[1 - 4 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right) + 5 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right)^3\right] \cdot (t-t_2)^2}{(t_3-t_2)^4} = \\ &= \frac{-420 \cdot \omega^2 \cdot h \cdot \left[1 - 4 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3}\right) + 5 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{\varphi-\varphi_1-\varphi_2}{\varphi_3}\right)^3\right] \cdot (\varphi-\varphi_1-\varphi_2)^2}{\varphi_3^4}; \\ \mathcal{S} &= \frac{-140 \cdot h \cdot \left[1 - 3 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right) + 3 \cdot \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right)^2 - \left(\frac{t-t_2}{t_3-t_2}\right)^3\right] \cdot (t-t_2)^3}{(t_3-t_2)^4} = \end{aligned} \tag{20}$$

$$= \frac{-140 \cdot w \cdot h \cdot \left[1 - 3 \cdot \left(\frac{j - j_1 - j_2}{j_3} \right) + 3 \cdot \left(\frac{j - j_1 - j_2}{j_3} \right)^2 - \left(\frac{j - j_1 - j_2}{j_3} \right)^3 \right] \cdot (j - j_1 - j_2)^3}{j_3^4};$$

$$S = \frac{h \cdot \left\{ 1 - \left[35 - 84 \cdot \left(\frac{t - t_2}{t_3 - t_2} \right) + 70 \cdot \left(\frac{t - t_2}{t_3 - t_2} \right)^2 - 20 \cdot \left(\frac{t - t_2}{t_3 - t_2} \right)^3 \right] \cdot (t - t_2)^4 \right\}}{(t_3 - t_2)^4} =$$

$$= \frac{h \cdot \left\{ 1 - \left[35 - 84 \cdot \left(\frac{\varphi - \varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_3} \right) + 70 \cdot \left(\frac{\varphi - \varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_3} \right)^2 - 20 \cdot \left(\frac{\varphi - \varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_3} \right)^3 \right] \cdot (\varphi - \varphi_1 - \varphi_2)^4 \right\}}{\varphi_3^4}.$$

На основі залежностей (15), (16) та (19), (20) побудовано графіки зміни переміщення, швидкості, прискорення та ривка на ділянках віддалення, повернення, дальнього та ближнього стояння штовхача при оптимальних за прискореннями другого та третього порядків (рис. 3). З аналізу цих графіків видно, що всі наведені кінематичні характеристики штовхача змінюються плавно протягом усього циклу руху. Переміщення, швидкості та прискорення оптимальних режимів руху штовхача за прискореннями другого та третього порядків є неперервними функціями, характер зміни яких є доволі близьким, разом з тим характер зміни ривка штовхача для цих режимів є принципово різним. На відміну від оптимального ривкового режиму, оптимальний за прискореннями третього порядку режим руху забезпечує плавну зміну ривка до нульового значення в крайніх положеннях штовхача на ділянках віддалення та повернення. А це значить, що при такій зміні ривка в пружних елементах кулачкового механізму будуть відсутні коливальні процеси. З наведеного можна зробити висновок, що залежність зміни ривка штовхача є однією з основних характеристик режиму руху кулачкових механізмів.

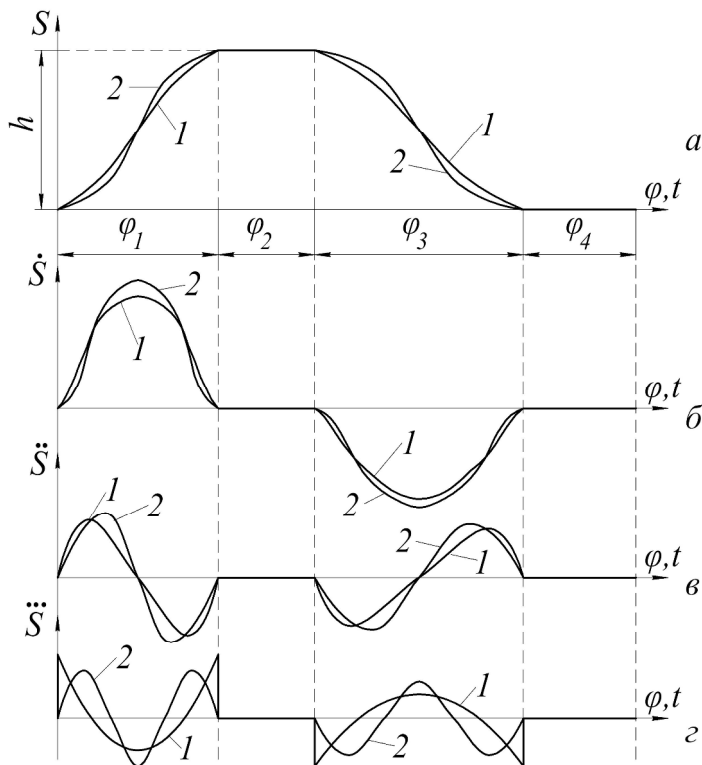


Рис. 3. Графіки зміни переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) і ривка (г) при оптимальних за прискореннями другого (1) та третього (2) порядків режимах руху штовхача

Висновки. Наведений аналіз режимів руху кулачкових механізмів показує, що отримані в роботі режими руху є відомими функціями і набули значного поширення при синтезі кулачкових механізмів. Однак запропонована методика синтезу оптимальних режимів руху дозволяє отримати будь-які режими, що залежать від виду підінтегральної функції в критерії (1) і відображають ті або інші властивості кулачкового механізму. Кожний з таких режимів руху кулачкових механізмів покращує одні їхні властивості і одночасно погіршує інші. Тому перспективнішими слід вважати комплексні оптимальні режими руху, що враховують одночасно декілька властивостей кулачкових механізмів, наприклад, енергетичні витрати, динамічну складову потужності та інтенсивність зміни динамічних навантажень. Такі оптимальні режими руху можуть бути отримані на базі комплексних критеріїв з урахуванням вищезазначених оптимальних режимів руху кулачкових механізмів за одиничними інтегральними критеріями.

1. Попов Н. М. *Расчёт и проектирование кулачковых механизмов.* – М.: Машиностроение, 1965. – 304 с. 2. Тир К. В. *Комплексный расчёт кулачковых механизмов.* – М.: Машгиз, 1958. 3. Горский Б. Е. *Динамическое совершенствование механических систем.* – К.: Техніка, 1987. – 200 с. 4. Горский Б. Е., Ловейкин В. С. *Критерии динамического совершенства механических систем // Теория машин металлургического и горного оборудования.* – Свердловск: УПИ, 1989. Вып. 13. – С. 98–102. 5. Ловейкин В. С. *Критерии синтеза режимов руху механізмів і машин // Техніка будівництва.* – К.: КНУБА, 2005. – № 17. – С. 58–62. 6. Кильческий Н. А. *Курс теоретической механики. Т.2.* – М.: Наука, 1977. – 543 с. 7. Краснов М. Л., Макаренко Г. И., Киселев А. И. *Вариационное исчисление.* – М.: Наука, 1973. – 192 с. 8. Живов Л. Г. *Привод и автоматика самоходных кранов.* – М.: Машиностроение, 1973. – 152 с.