

ДОСЛІДЖЕННЯ СПЕКТРАЛЬНОГО СКЛАДУ ГАРМОНІЧНИХ СИГНАЛІВ У ЗАСОБАХ ПРЯМОГО ЦИФРОВОГО СИНТЕЗУ

© Хома Ю.В., 2013

В роботі обґрунтовано доцільність застосування засобів прямого цифрового синтезу в частотних аналізаторах імпедансу. Наведено структуру та описано принцип роботи цифрового синтезатора гармонічних сигналів. Проаналізовано причини виникнення паразитних гармонік та їх дестабілізуючий вплив на точність аналізаторів імпедансу.

Direct Digital Synthesis devices application advisability in impedance frequency analyzer is grounded in the article. Structure and operation principle of digital synthesizer of harmonic signals are given. Parasitic harmonics origination and their destabilizing impact on the impedance frequency analyzer accuracy are analyzed.

1. Вступ

Засоби прямого цифрового синтезу (англ. Direct Digital Synthesis) як нова технологія формування гармонічних сигналів, вже знайшли досить широке застосування у багатьох сферах, зокрема у частотних аналізаторах імпедансу [1, 2, 3]. Попри таку беззаперечну перевагу цих пристроїв, як можливість перелаштування частоти із дрібним кроком без розриву фаз, у спектрі синтезованих сигналів міститься низка паразитних гармонік різного походження, причому спектральний склад цих гармонік змінюється при перелаштуванні частоти [4].

Корпорація Analog Devices налагодила випуск у вигляді інтегральних мікросхем не лише DDS-синтезаторів, але також і перетворювачів імпедансу в код [5, 6]. Сформовані DDS-синтезатором гармонічні сигнали використовуються не лише для зондування досліджуваного імпедансу, але і для виділення синфазної і квадратурної компонент вимірювального сигналу за алгоритмом одночастотного перетворення Фур'є (ОПФ). Для зменшення похибок зумовлених перетіканням спектру у цих пристроях застосовано згладжування сигналу вікном Ханна. У роботах [7, 8] наведено вирази для оцінювання похибок виділення складових імпедансу за алгоритмом ОПФ, а також обґрунтовано доцільність застосування вікна Блекмана-Харріса. Проте на метрологічні характеристики частотного аналізатора імпедансу також мають вплив інші фактори, зокрема паразитні гармоніки у спектрі сигналу сформованого DDS-синтезатором. Дослідження показали, що за природою можна виділити паразитні гармоніки від інтерполяції, від усікання коду акумулятора фази та від квантування. Наявність цих гармонік є вкрай небажаною для частотного аналізатора імпедансу принаймні з двох причин [9]:

- досліджуваний об'єкт зазвичай подається багатоелементною схемою заміщення, відтак реагує на полігармонічний сигнал (для прикладу якщо вимірювальний перетворювач «імпеданс-напруга» є диференціатором, то в спектрі сигналу підсилюються високочастотні гармоніки відносно основної);
- наявність паразитних гармонік не лише у вимірювальному, але і в складі опорних ортогональних сигналів має негативний вплив на точність квадратурного розділення за алгоритмом одночастотного перетворення Фур'є.

Метою роботи є оцінювання рівня паразитних гармонік від інтерполяції, усікання коду акумулятора фази і квантування, а також встановлення залежностей із параметрами DDS-синтезатора.

2. Аналіз гармонік зумовлених сходиною інтерполяцією гармонічного сигналу

Похибка інтерполяції зумовлена тим, що на інтервалі між двома сусідніми вибірками синтезованого сигналу (тактами роботи опорного генератора частоти) його рівень залишається незмінним. Тобто дискретизований сигнал, що надходить на вхід цифро-аналогового перетворювача (ЦАП) з виходу DDS синтезатора інтерполюється поліномом нульового порядку. Це призводить до того що синусоїдний зондувальний сигнал на виході ЦАП буде немонотонним, а матиме

сходинастий характер. Відповідно в спектрі такого сходинастого сигналу будуть присутні гармоніки, частота яких вища частоти Найквіста (половини частоти дискретизації). Похибка інтерполяції в часовій та частотній областях наведена на рис. 1.

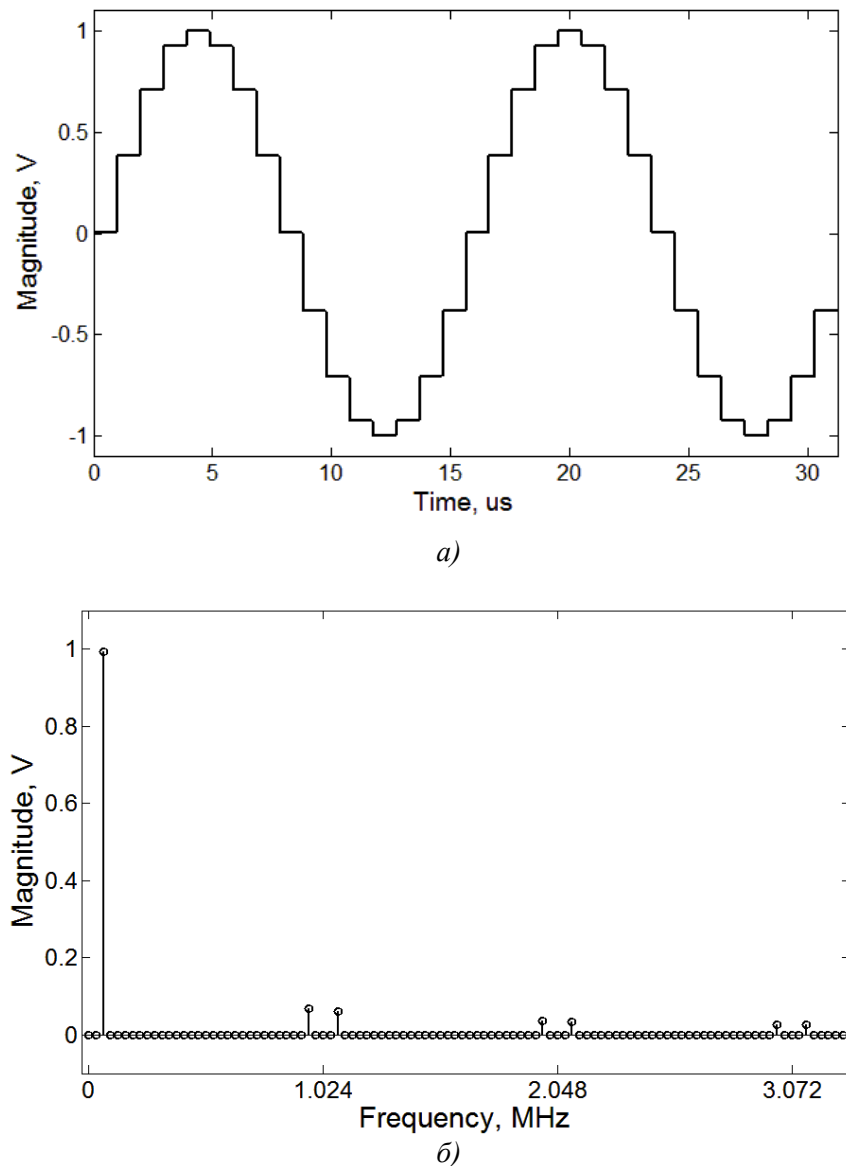


Рис. 1. Апроксимований сходинасто гармонічний сигнал (а) та його спектр (б)

Частота паразитних гармонік зумовлених похибкою інтерполяції залежатиме, як від частоти дискретизації, так і від частоти основної гармоніки, та визначається виразом:

$$f_{\text{ІНТРПЛ}} = k \cdot f_s / N \pm f_o, \quad (1)$$

де f_s і f_o – відповідно тактова частота і частота основної гармоніки;
 N – кількість вибірок на період; $k = 1, 2, 3 \dots$

Інтенсивність гармонік від інтерполяції можна розрахувати за формулою:

$$U_{\text{ІНТРПЛ}} = \left| \frac{\sin\left(2\pi \frac{f_{\text{ІНТРПЛ}}}{f_s}\right)}{2\pi \frac{f_{\text{ІНТРПЛ}}}{f_s}} \right| \quad (2)$$

Як випливає з наведених виразів, рівень гармонік від інтерполяції безпосередньо залежить від частоти, на якій вони розміщені. Відповідно чим вищою є частота основної гармоніки відносно частоти дискретизації, тим інтенсивнішими будуть гармоніки від інтерполяції. Оскільки за декадної

організації частотних діапазонів DDS-синтезатора частота дискретизації в межах частотної декади залишається незмінною, то найбільший вплив похибки інтерполяції очікується в кінці кожної декади.

3. Дослідження похибок від усікання коду фази

Оскільки розрядність акумулятора фази значно перевищує розрядність постійного запам'ятовуючого пристрою (ПЗП), то при перетворенні фази в амплітуду молодші розряди відкидаються. Таке усікання коду акумулятора фази спричиняє виникнення додаткових паразитних гармонік (див. рис. 2).

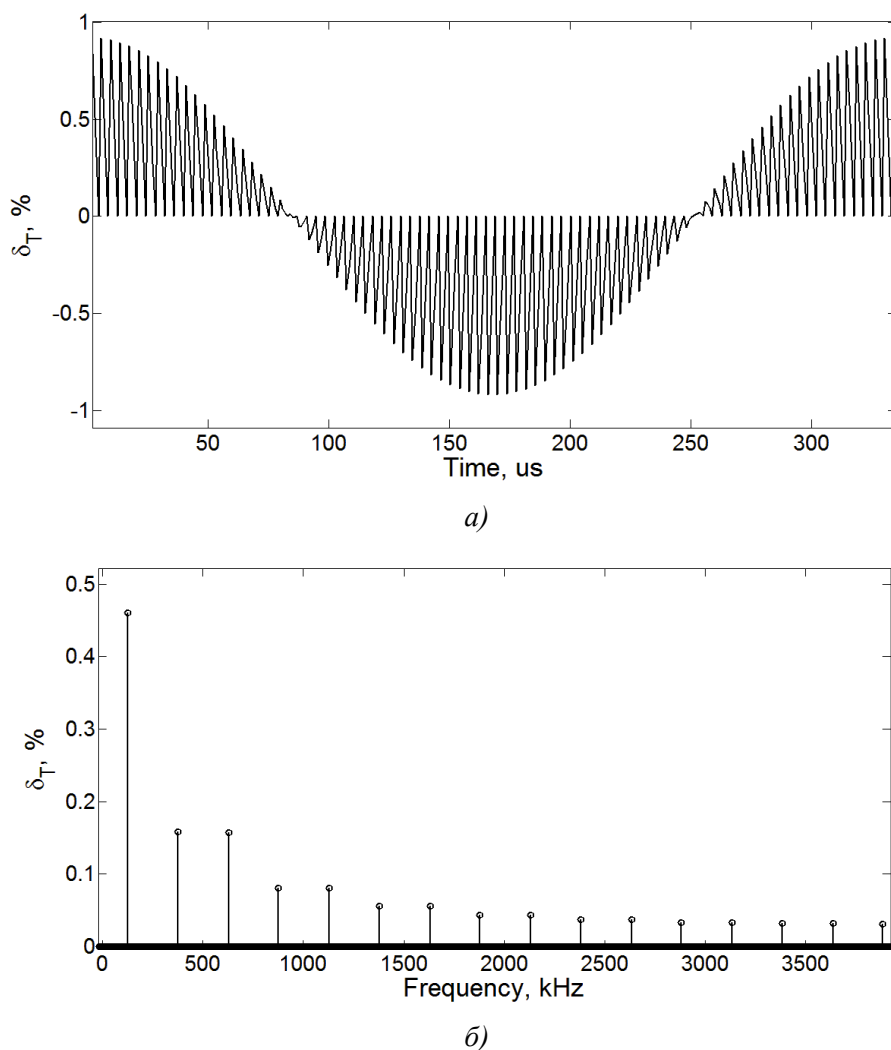


Рис. 2. Похибка від усікання коду акумулятора фази в часовій (а) та частотній областях (б)

Як видно з наведеного графіка, похибка від усікання коду фази являє собою добуток пилоподібного і гармонічного сигналів. Пилоподібна складова відображає часовий перебіг фазової похибки зумовленої усіканням, а її миттєві значення дорівнюють сумі усічених бітів на кожному такті роботи синтезатора. Відповідно частота цієї складової сигналу визначатиметься частотою перенаповнення усічених бітів, тобто кількістю тактів, впродовж яких їх сума перевищить значення молодшого біту табличного перетворювача на ПЗП. Наявність гармонічної складової відображає той факт, що миттєві значення амплітудної похибки зумовленої усіканням, залежатимуть не лише від сумарного значення усічених бітів (фазової похибки), але й від абсолютного значення фази на кожному із тактів роботи синтезатора (в кожний конкретний момент часу). Тобто фазові спотворення матимуть різний вплив на амплітуду в кожній конкретній точці періоду синтезованого сигналу. Частота гармонічної складової приблизно збігається із частотою синтезованого сигналу, а фаза зсунута на 90° щодо фази основної гармоніки. Таким чином, похибку від усікання коду фази можна описати за допомогою такої моделі:

$$\Delta_{yCIKH} = M_{yCIKH} \cdot i \cdot \sin\left(2\pi \frac{f_0}{f_s} i + \varphi_0 + 90^\circ\right), \quad (3)$$

де M_{yCIKH} – значення усічених бітів;

f_0 і f_s – частота синтезованого сигналу та частота дискретизації відповідно;

φ_0 – початкова фаза основної гармоніки зондувального сигналу;

i – такт роботи синтезатора.

Як видно із рис. 2, спектр похибки усікання (співвідношення між рівнем гармонічних складових) загалом нагадує спектр пилоподібного сигналу. Однак наявність гармонічної огинаючої, можна розглядати як результат амплітудної модуляції, що зумовлює зміщення гармонічних складових пилоподібного сигналу на частоту $\pm f_0$. Тобто паразитні гармоніки зумовлені усіканням будуть розміщені на частотах:

$$f_{yCIKH, n} = n \cdot f_{yCIKH} \pm f_0 \quad n \in N (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4)$$

де f_{yCIKH} – частота пилоподібної складової.

Величина f_{yCIKH} , по суті, відображає частоту перенаповнення усічених бітів, тому її значення залежатиме від відношення значення молодшого значущого біту табличного перетворювача до значення бітів, що усікаються:

$$f_{yCIKH} = \frac{2^{k-m}}{M_{yCIKH}} \cdot \frac{f_s}{N}, \quad (5)$$

де k – розрядність табличного перетворювача;

m – розрядність акумулятора;

N – кількість вибірок сигналу за час спостереження.

Рівень кожної пари гармонічних складових можна обчислити за виразом:

$$U_{yCIKH, n} = \frac{U_{yCIKH}}{2\pi n}, \quad (6)$$

де U_{yCIKH} – розмах (подвійна амплітуда) похибки усікання;

n – номер пари гармонік.

Подвійна амплітуда похибки усікання визначається, в основному, розрядністю табличного перетворювача і мало залежить від кількості усічених бітів:

$$U_{yCIKH} = \frac{U_0}{2^k}, \quad (7)$$

де U_0 – амплітуда основної гармоніки зондувального сигналу.

4. Оцінювання похибок квантування

Похибки квантування зумовлені тим, що вибірки дискретизованого сигналу представляються в скінченному числовому форматі. По своїй суті похибки квантування є наслідком заокруглення і можуть бути описані таким виразом:

$$\Delta_{KB, i} = \lfloor \mu_i / 2^n \rfloor - u_i, \quad (8)$$

де u_i – миттєве значення дискретизованого сигналу на i -тому такті роботи синтезатора.

Хоча по своїй природі похибка квантування є детермінованою, проте її аналіз на основі формули (8) є проблематичним, через наявність в ній операції заокруглення, яка складно піддається формалізації. Коли ж врахувати, що на кожній частоті вибірки якими відтворюється синтезований сигнал, мають різні значення, то похибки квантування в діапазоні частот матимуть квазівипадковий характер. Тому на практиці для аналізу впливу похибок квантування використовують квазістатистичний підхід, а для їх числової оцінки використовують статистичні параметри, як от дисперсія, середньоквадратичне відхилення та похідні від них величини.

Похибки квантування в часовій і частотній області наведено на рис. 3. Як видно з наведених графіків, гармонічні складові зумовлені дискретизацією мають відносно невисоку інтенсивність і є більш-менш рівномірно розподіленими по всьому спектрі.

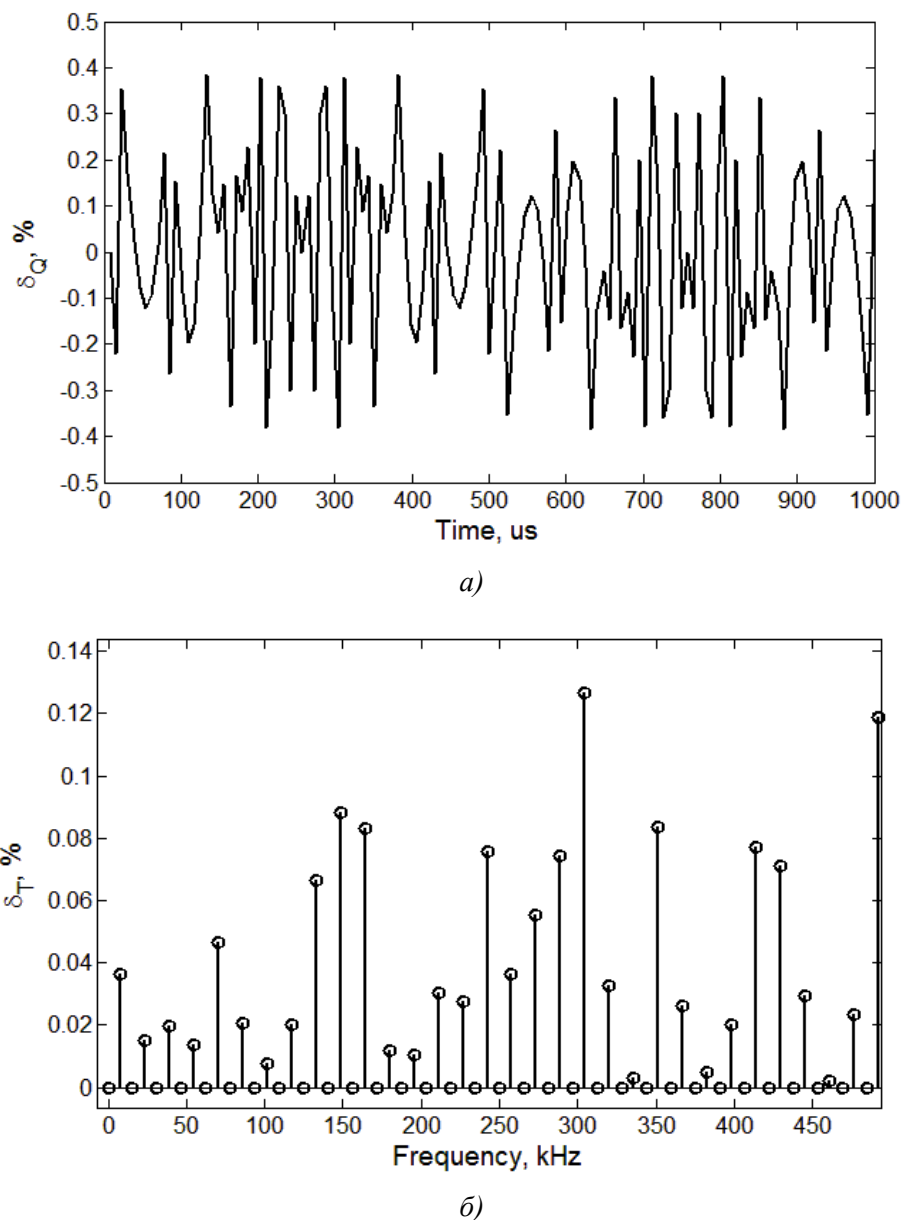


Рис. 3. Похибка квантування в часовій (а) та частотній областях (б)

Загалом поведінка похибки квантування як в часовій, так і в частотній областях нагадує білий шум, а саму похибку в фаховій літературі часто називають шумом квантування.

Для кількісного оцінювання впливу квантування на спектральну чистоту сигналу використовується відношення інтенсивності корисного сигналу (основної гармоніки) до інтенсивності шуму квантування (англ. Signal to Quantization Noise Ratio – SQR). Дана величина по суті є оберненою до коефіцієнта гармонічних спотворень (англ. Total Harmonic Distortion – THD). Рівень THD залежить передовсім від кількості рівнів квантування (розрядності сигналу за амплітудою) і визначається за формулою:

$$THD = -1,76 - 6,02 \cdot n \text{ (dBc)} , \quad (9)$$

де n – кількість бітів в двійковому форматі.

Якщо ж сигнал формується не в межах всієї шкали (динамічного діапазону), то формула набуде вигляду:

$$THD = -1,76 - 6,02 \cdot n - 20 \log \left(\frac{FFS}{100} \right) (dBc), \quad (10)$$

де FFS – частка шкали виражена в процентах.

У випадку якщо застосовується наддискретизація сигналу, тобто якщо смуга, в якій зосереджений корисний сигнал, менша частоти Найквіста, то рівень шуму квантування буде ще нижчим і визначатиметься як

$$THD = -1,76 - 6,02 \cdot n - 20 \log \left(\frac{FFS}{100} \right) - 10 \log \left(\frac{f_0}{f_s} \right) (dBc), \quad (11)$$

де f_0 – частота синтезованого гармонічного сигналу (ширина смуги корисного сигналу);

f_s – частота дискретизації відповідно.

Оскільки синтез сигналу відбувається в межах всієї шкали, то рівень похибок квантування залежатиме насамперед від розрядності апаратури і від кількості вибірок на період (відношення частоти основної гармоніки до частоти дискретизації). Як видно з наведеної формули, чим менша розрядність апаратури і кількість вибірок на період, тим більшим буде дестабілізуючий вплив паразитних гармонік від квантування.

5. Висновки

Застосування DDS-синтезатора у структурі частотних аналізаторів імпедансу пов'язане із вирішенням проблеми забезпечення «спектральної чистоти» синтезованих гармонічних сигналів. У статті проведено оцінювання рівня паразитних гармонік від інтерполяції, усікання коду акумулятора фази і квантування. Подано вирази для оцінювання частоти та рівня паразитних гармонік, зумовлених сходячись інтерполяцією гармонічного сигналу, а також встановлено залежності із параметрами DDS-синтезатора.

Також детально проаналізовано механізм виникнення паразитних гармонік від усікання коду фази. Одержано вирази для розрахунку номерів та рівнів паразитних гармонік. Крім того, оцінено рівень похибок від квантування вибірок синтезованих сигналів за критерієм коефіцієнта гармонічних спотворень.

На основі виконаних досліджень одержано вирази, що дають можливість не лише оцінювати рівень паразитних гармонік від інтерполяції, квантування та усікання коду фази, але і вибирати параметри DDS-синтезатора, які забезпечують формування гармонічних сигналів із прийнятним рівнем паразитних гармонік.

1. Макаренко В. Синтезаторы частоты прямого цифрового синтеза // *Электронные компоненты и системы*. – 2004. - № 1. – с. 3-7.

2. Ридико Л. DDS: прямой цифровой синтез частоты // *Компоненты и технологии*. 2001. — № 7. — с. 50–54. http://www.compitech.ru/html.cgi/arhiv/01_07/stat_50.htm.

3. Eva Murphy, Colm Slattery *Direct Digital Synthesis (DDS) Controls Waveform in Test, Measurement, and Communications*. http://www.analog.com/library/analogDialogue/archives/39-08/dds_apps.pdf.

4. *A Technical Tutorial on Digital Signal Synthesis*. Analog Devices 1999 - http://www.analog.com/static/imported-files/tutorials/450968421DDS_Tutorial_rev12-2-99.pdf.

5. *Low Power AD9833/9834 DDS Applications Guide*. – Analog Devices, 2003.

6. *AD 5934, 250 KSPS, 12 Bit Impedance Converter Network Analyzer. Preliminary Data Sheet* – http://www.analog.com/UploadedFiles/Data_Sheets/AD5934.pdf.

7. Б. Стадник, Ю. Хома, *Дослідження ефективності віконного згладжування для покращення точності частотного аналізатора імпедансу* // *Вимірювальна техніка та метрологія*. – 2012, № 73, с. 3-11.

8. Stadnyk B., Khoma Y., *Improving the Accuracy of the Single Chip Impedance Analyzer for Sensor Applications* // *Sensors and Transducers*, vol.150, N.3 March 2013 p.27-31.

9. Хома Ю. *Перспективи застосування прямого цифрового синтезу в частотних аналізаторах імпедансу* // *Вісник НУ «Львівська політехніка»*. – 2010, № 665. – с. 27-33.