

## РОЗРАХУНОК НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ У МЕХАНІЧНІЙ СИСТЕМІ ПЕРЕМОТУВАЛЬНОЇ МАШИНИ ВІДКРИТОГО ТИПУ

© Висоцька Х.А., 2013

Запропоновано нелінійну математичну модель нестационарних процесів у перемотувальній машині відкритого типу з урахуванням взаємозв'язку електромагнітних явищ в асинхронному двигуні і механічних коливальних явищ. Модель містить рівняння електромагнітного стану електричної машини і рівняння руху, що разом утворюють замкнену систему і підлягають числовому інтегруванню. Наведено результати розрахунків, спрямовані на визначення коефіцієнтів в'язкого тертя гальмівних пристроїв, які забезпечують усунення ударних явищ у системі.

The results of mathematical modeling of nonstationary processes in the open type winding machine, taking into consideration electro-magnetic phenomena in an asynchronous engine and mechanical oscillation phenomena, are examined. The model contains the equations of the electromagnetic state of an electrical machine and equations of motion, which together make up a closed system and can be numerically integrated. There are presented calculation results in order to determine the coefficients of inflexibility branches of fabric and also coefficients of slave drum on effort in the branches of fabric.

**Вступ.** Перемотування тканини є важливим технологічним процесом, який поширений у швейній промисловості з метою підготовки сувоїв до пошиття виробів на автоматизованих лініях [1]. Динамічні явища, якими супроводжується робота перемотувальної машини, істотно впливають на точність укладання матеріалу в сувій і відповідно на якість швейних виробів. У зв'язку з цим аналіз нестационарних процесів, що виникають під час пуску перемотувальної машини, та зменшення впливу динамічних зусиль у матеріалі на точність формування сувою є необхідною умовою удосконалення технологічних процесів у швейному виробництві [2–6].

У цій роботі розглядаються результати математичного моделювання процесів пуску перемотувальної машини, яка включає асинхронний двигун, зубчасту та пасову передачі, ведучий та ведений барабани з тканиною та проміжні ролики. Розрахунок нестационарних процесів виконується сумісним інтегруванням рівнянь електромагнітних явищ у двигуні та рівнянь руху механічної системи. Одержана система диференціальних рівнянь є істотно нелінійною, що зумовлює необхідність застосування числових методів аналізу.

Нелінійність моделі впливає не лише зі складності взаємозв'язків між параметрами електромагнітних і механічних явищ. Вона є також наслідком урахування несталості радіусів і моментів реакції ведучого і веденого барабанів перемотувальної машини під час виконання технологічної операції. Для забезпечення стабільності натягу віток тканини передбачена можливість гальмування руху роликів і веденого барабана силами сухого і в'язкого тертя. Побудована система диференціальних рівнянь, що описують динамічні процеси, зведена до задачі Коші, розв'язання якої виконується за допомогою програми MathCad.

Розглядаються результати експериментального визначення коефіцієнта жорсткості тканини типу бязь. На розрахункових приладах досліджено вплив передавальних відношень механічних передач, інерційних характеристик сувоїв барабанів та роликів, коефіцієнтів жорсткості віток тканини, а також гальмівних моментів на зусилля у вітках тканини. Обґрунтовано значення коефіцієнтів в'язкого тертя, що дають можливість запобігти послабленню віток тканини і виникненню ударних явищ у механічній системі перемотувальної машини.

Побудована математична модель та розроблений алгоритм розрахунку динамічних процесів дають можливість оптимізувати робочі швидкості перемотування тканини, що сприяє підвищенню продуктивності технологічних ліній швейного виробництва.

**1. Рівняння руху елементів механічної системи перемотувальної машини.** Розглянемо перемотувальну машину, механічна система якої включає асинхронний двигун, черв'ячну та дві пасові передачі, шків з намотуванням і змотуванням сувоями тканини і напрямні ролики. Розрахункову схему системи зображено на рис. 1, де  $J_1$  – зведений до ведучого вала першої пасової передачі момент інерції обертових елементів двигуна з черв'ячним редуктором;  $J_2$  – момент інерції проміжного вала пасових передач (зі шківами);  $J_3$  – момент інерції ведучого барабана зі шківом та намотуванням сувоєм;  $J_4, J_5, J_6, J_7$  – моменти інерції проміжних роликів;  $J_8$  – момент інерції веденого барабана зі змотуванням сувоєм;  $c_{12}, c_{23}$  – коефіцієнти жорсткості пасових передач;  $c_{34}, c_{45}, c_{56}, c_{67}, c_{78}$  – коефіцієнти жорсткості віток перемотуваної тканини;  $v_{12}, v_{23}, v_{34}, v_{45}, v_{56}, v_{67}, v_{78}$  – коефіцієнти в'язкого тертя у відповідних ланках;  $r_1, r_2', r_2'', r_3'$  – радіуси шківів пасових передач;  $r_3''$  та  $r_8$  – зовнішні радіуси намотуваного і змотуваного сувоїв тканини;  $r_4, r_5, r_6, r_7$  – радіуси проміжних роликів;  $M_1$  – зведений до ведучого вала першої пасової передачі момент асинхронного двигуна;  $M_2, M_3, \dots, M_8$  – моменти тертя, що виникають в опорах та гальмівних пристроях перемотувальної машини. Кути повороту елементів механічної системи позначаємо як  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_8$ , а кутові швидкості – як  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_8$ .

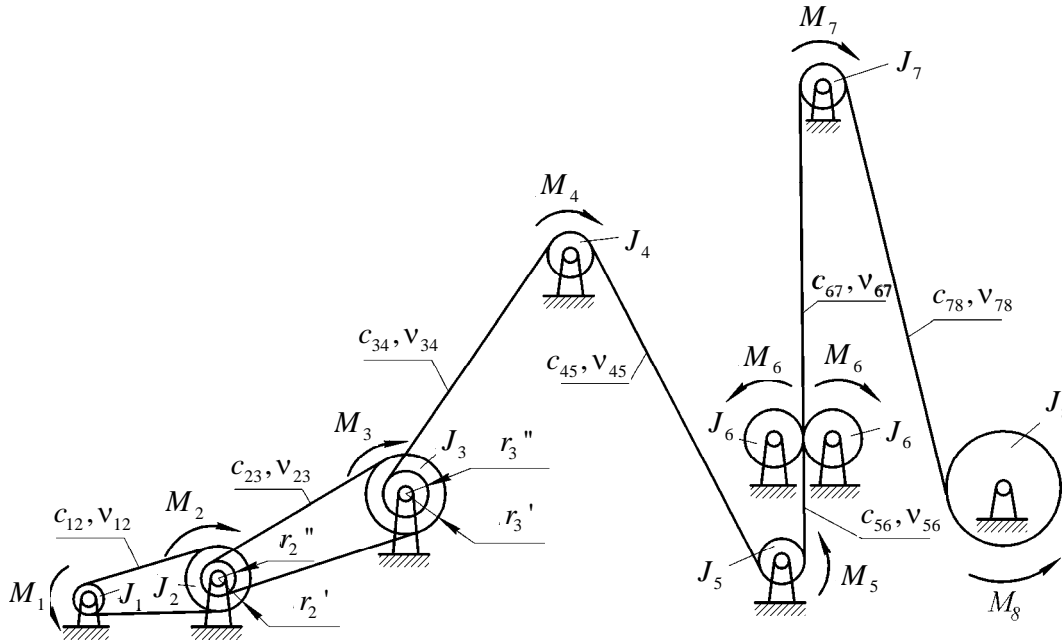


Рис. 1. Розрахункова схема механічної системи перемотувальної машини

Припустимо, що в процесі руху механічної системи моменти інерції барабанів, а також зовнішні радіуси намотуваного і змотуваного сувоїв змінюються за залежностями

$$\begin{aligned}
 J_3 &= J_{30} (1 + \alpha_3 \varphi_3); & r_3'' &= r_{30}'' (1 + \beta_3 \varphi_3); \\
 J_8 &= J_{80} (1 + \alpha_8 \varphi_8); & r_8 &= r_{80} (1 + \beta_8 \varphi_8),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

де  $\alpha_3, \alpha_8, \beta_3, \beta_8$  – сталі коефіцієнти.

Рівняння руху механічної системи, одержані за схемою рівнянь Лагранжа другого роду, запишемо у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 J_1 \frac{d\omega_1}{dt} + 2c_{12}r_1 (r_1\varphi_1 - r_2'u\varphi_2) + 2v_{12}r_1 (r_1\omega_1 - r_2'u\omega_2) &= M_1; \\
 J_2 \frac{d\omega_2}{dt} - 2c_{12}r_2'u (r_1\varphi_1 - r_2'u\varphi_2) - 2v_{12}r_2'u (r_1\omega_1 - r_2'u\omega_2) +
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

$$+2c_{23}r_2''(r_2''\varphi_2 - r_3'\varphi_3) + 2\nu_{23}r_2''(r_2''\omega_2 - r_3'\omega_3) = -M_2; \quad (3)$$

$$J_{30}(1 + \alpha_3\varphi_3)\frac{d\omega_3}{dt} - 2c_{23}r_{31}(r_2''\varphi_2 - r_3'\varphi_3) - 2\nu_{23}r_3'(r_2''\omega_2 - r_3'\omega_3) +$$

$$+2\alpha_3\beta_3(r_{30}'' + \beta_3\varphi_3)^3\omega_3^2 + c_{34}r_{30}(1 + \beta_3\varphi_3)[\varphi_3r_{30}(1 + \beta_3\varphi_3) - \varphi_4r_4] +$$

$$+ \nu_{34}r_{30}(1 + \beta_3\varphi_3)[\omega_3r_{30}(1 + \beta_3\varphi_3) - \omega_4r_4] = -M_3; \quad (4)$$

$$J_4\frac{d\omega_4}{dt} - 2c_{34}r_4[\varphi_3r_{30}(1 + \beta_3\varphi_3) - \varphi_4r_4] - \nu_{34}r_4[\omega_3r_{30}(1 + \beta_3\varphi_3) - \omega_4r_4] +$$

$$+ c_{45}r_4(\varphi_4r_4 - \varphi_5r_5) + \nu_{45}r_4(\omega_4r_4 - \omega_5r_5) = -M_4; \quad (5)$$

$$J_5\frac{d\omega_5}{dt} - c_{45}r_5(\varphi_4r_4 - \varphi_5r_5) - \nu_{45}r_5(\omega_4r_4 - \omega_5r_5) +$$

$$+ c_{56}r_5(\varphi_5r_5 - \varphi_6r_6) - \nu_{56}r_5(\omega_5r_5 - \omega_6r_6) = -M_5; \quad (6)$$

$$J_6\frac{d\omega_6}{dt} - c_{56}r_6(\varphi_5r_5 - \varphi_6r_6) - \nu_{56}r_6(\omega_5r_5 - \omega_6r_6) +$$

$$+ c_{67}r_6(\varphi_6r_6 - \varphi_7r_7) + \nu_{67}r_7(\omega_6r_6 - \omega_7r_7) = -M_6; \quad (7)$$

$$J_7\frac{d\omega_7}{dt} - c_{67}r_7(\varphi_6r_6 - \varphi_7r_7) - \nu_{67}r_7(\omega_6r_6 - \omega_7r_7) +$$

$$+ c_{78}r_7[\varphi_7 - \varphi_8r_{80}(1 - \beta_8\varphi_8)] + \nu_{78}r_7[\omega_7r_7 - \omega_8r_{80}(1 - \beta_8\varphi_8)] = -M_7; \quad (8)$$

$$J_{80}(1 - \alpha_8\varphi_8)\frac{d\omega_8}{dt} - \frac{1}{2}I_{80}\alpha_8\omega_8^2 - c_{78}r_{80}(1 - \beta_8\varphi_8)[\varphi_7r_7 - \varphi_8r_{80}(1 - \beta_8\varphi_8)] -$$

$$- \nu_{78}r_{80}(1 - \beta_8\varphi_8)[\omega_7r_7 - \omega_8r_{80}(1 - \beta_8\varphi_8)] = -M_8. \quad (9)$$

Рівняння (2)–(9) записані з урахуванням залежностей (1) і легко зводяться до нормальної форми Коші, що значно спрощує їх числове інтегрування. Початкові значення невідомих функцій, що фігурують у рівняннях руху, приймаємо нульовими.

**2. Рівняння електромагнітних процесів в асинхронному двигуні.** Електромагнітні явища в асинхронному двигуні з урахуванням насичення магнітопроводу описуються рівняннями [7]:

$$\frac{di_S}{dt} = A_S(u + \Omega_S\Psi_S - R_S i_S) + B_S(\Omega_R\Psi_R - R_R i_R);$$

$$\frac{di_R}{dt} = A_R(\Omega_R\Psi_R - R_R i_R) + B_R(u_S + \Omega_S\Psi_S - R_S i_S), \quad (10)$$

де  $i_S$ ,  $i_R$  і  $u_S$  – матриці-колонки струмів і напруг;  $A_S$ ,  $B_S$ ,  $A_R$ ,  $B_R$  – матриці зв'язків;  $\Omega_S$ ,  $\Omega_R$  – матриці частот обертання;  $\Psi_S$ ,  $\Psi_R$  – матриці-колонки потокозчеплень.

Індекс  $S$  вказує на належність величини до обмотки статора, а  $R$  – ротора.

Матриці-колонки  $i_S$ ,  $i_R$ ,  $u_S$  визначаються рівняннями

$$i_j (j = S, R) = \text{col}(i_{jx}, i_{jy}); \quad u_S = \text{col}(U_m, 0),$$

де  $i_{jx}$ ,  $i_{jy}$  – проекції струмів на координатні осі  $x$ ,  $y$ ;  $U_m$  – амплітуда напруги мережі живлення.

Квадратні матриці  $A_S$ ,  $B_S$ ,  $A_R$ ,  $B_R$  визначаються залежностями

$$A_S = \alpha_S(1 - \alpha_S G); \quad B_S = -\alpha_S \alpha_R G; \quad A_R = \alpha_R(1 - \alpha_R G); \quad B_R = B_S,$$

де

$$G = \frac{1}{i_m^2} \begin{bmatrix} Ri_x^2 + Ti_y^2 & (R - T)i_x i_y \\ (R - T)i_x i_y & Ti_x^2 + Ri_y^2 \end{bmatrix},$$

причому

$$R = \frac{1}{\rho + \alpha_S + \alpha_R}; \quad T = \frac{1}{\tau + \alpha_S + \alpha_R}.$$

де  $i_m, i_x, i_y$  – намагнічувальний струм і його складові за осями  $x, y$ ;  $\tau, \rho$  – величини, що визначаються за кривою намагнічення, яка є функціональною залежністю робочого потокозчеплення  $\Psi_m$  від намагнічувального струму;  $\alpha_S, \alpha_R$  – величини, обернені до індуктивностей розсіяння обмоток статора і ротора.

Матриці частот обертання:

$$\Omega_S = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ -\omega_0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Omega_R = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 - \omega_R \\ \omega_R - \omega_0 & 0 \end{bmatrix},$$

де  $\omega_0$  і  $\omega_R$  – синхронна кутова швидкість двигуна і кутова швидкість ротора, виражені в електроградіанах за секунду. Величини  $\omega_0$  і  $\omega_R$  мають значення

$$\omega_0 = 314; \quad \omega_R = \omega_1 \cdot u \cdot p_0,$$

де  $u$  – передавальне відношення приводу;  $p_0$  – кількість пар магнітних полюсів.

Матриці-колонки повних потокозчеплень обмоток статора і ротора мають такий вигляд:

$$\Psi_S = \frac{1}{\alpha_S} i_S + \frac{1}{\tau} i; \quad \Psi_R = \frac{1}{\alpha_R} i_R + \frac{1}{\tau} i,$$

де

$$i = \text{col}(i_x, i_y).$$

Величини  $i_x = i_{Sx} + i_{Rx}$ ;  $i_y = i_{Sy} + i_{Ry}$ ;  $i_m = \sqrt{i_x^2 + i_y^2}$ .

Значення  $\tau$  і  $\rho$  визначаються виразами

$$\tau = \frac{i_m}{\Psi_m}; \quad \rho = \frac{di_m}{d\Psi_m}. \quad (11)$$

Електромагнітний момент знаходимо за формулою

$$M_E = \frac{3}{2} p_0 \frac{1}{\tau} (i_{Rx} i_{Sy} - i_{Ry} i_{Sx}). \quad (12)$$

Криву намагнічування подаємо у вигляді

$$\Psi_m = a_1 i_m + a_2 i_m^3 + a_3 i_m^5, \quad \text{якщо } i_m > i_{mk};$$

$$\Psi_m = \alpha_m^{-1} i_m, \quad \text{якщо } i_m \leq i_{mk}, \quad (13)$$

де  $i_{mk}$  – критичне значення намагнічувального струму, за межею якого залежність  $\Psi_m(i_m)$  є нелінійною. Тоді  $\tau$  і  $\rho$ , згідно з виразами (11), визначаються такими залежностями:

$$\tau = (a_1 i_m + a_2 i_m^2 + a_3 i_m^4)^{-1}, \quad \text{якщо } i_m > i_{mk};$$

$$\tau = \alpha_m, \quad \text{якщо } i_m \leq i_{mk}; \quad (14)$$

$$\rho = (a_1 i_m + 3a_2 i_m^2 + 5a_3 i_m^4)^{-1}, \quad \text{якщо } i_m > i_{mk};$$

$$\rho = \alpha_m, \quad \text{якщо } i_m \leq i_{mk}. \quad (15)$$

Для здійснення числового інтегрування диференціальних рівнянь (10) необхідність наявності в пам'яті комп'ютера інформації про криву намагнічування (13) відпадає, оскільки в процесі розрахунку використовуються безпосередньо вирази (14) і (15).

Проекції струмів на координатні осі в момент початку пуску двигуна дорівнюють нулеві, тобто:

$$i_{Sx}(0) = 0; \quad i_{Sy}(0) = 0; \quad i_{Rx}(0) = 0; \quad i_{Ry}(0) = 0.$$

Отже, аналіз процесу пуску перемотувальної машини зводиться до числового інтегрування нелінійної системи диференціальних рівнянь (2)–(9), (10) з урахуванням залежності (12) і залежності  $M_1 = M_E \cdot u$ , де  $u$  – передавальне відношення черв'ячного редуктора.

**Результати розрахунку і висновки.** Розглянемо перемотувальну машину, що включає асинхронний двигун, який через зубчасту та дві пасові передачі приводить в дію ведучий та ведений барабани з тканиною та проміжні ролики. Параметри двигуна: амплітуда напруги мережі живлення  $u_m=310$  В; активні опори фаз –  $r_S=11,57$  Ом,  $r_R=6,23$  Ом; індуктивності розсіяння –  $L_S=1,763 \cdot 10^{-2}$  Г,  $L_R=2,55 \cdot 10^{-2}$  Г; робоча індуктивність –  $L_m=0,793$  Г; кількість пар магнітних полюсів –  $p_0=1$ ; момент інерції ротора двигуна –  $J_1=14$  кг·м<sup>2</sup>. Моменти інерції елементів механічної системи:  $J_2=1,01$ ,  $J_3=0,12$ ,  $J_4=0,01548$ ,  $J_5=0,015498$ ,  $J_6=0,015498$ ,  $J_7=0,015498$ ,  $J_8=0,816$  кг·м<sup>2</sup>; коефіцієнти жорсткості і коефіцієнти в'язкого тертя пружних ланок:  $c_{12}=1 \cdot 10^4$ ,  $c_{23}=15 \cdot 10^4$ ,  $c_{34}=1,3048 \cdot 10^4$ ,  $c_{45}=0,8692 \cdot 10^4$ ,  $c_{56}=0,4583 \cdot 10^4$ ,  $c_{67}=0,6308 \cdot 10^4$ ,  $c_{78}=0,7116 \cdot 10^4$ ;  $v_{12}=10$ ,  $v_{23}=10$ ,  $v_{34}=100$ ,  $v_{45}=100$ ,  $v_{56}=100$ ,  $v_{67}=100$ ,  $v_{78}=100$  Н·с/м; початкові радіуси барабанів:  $r_3''=0,0365$  м,  $r_8=0,002$  м; радіуси шківів пасових передач:  $r_1=0,0425$ ,  $r_2'=0,0625$ ,  $r_2''=0,06$ ,  $r_3'=0,075$  м; радіуси проміжних роликів:  $r_4=0,0365$ ,  $r_5=0,031$ ,  $r_6=0,0365$ ,  $r_7=0,0365$  м. Передавальне відношення черв'ячного редуктора –  $u=40$ .

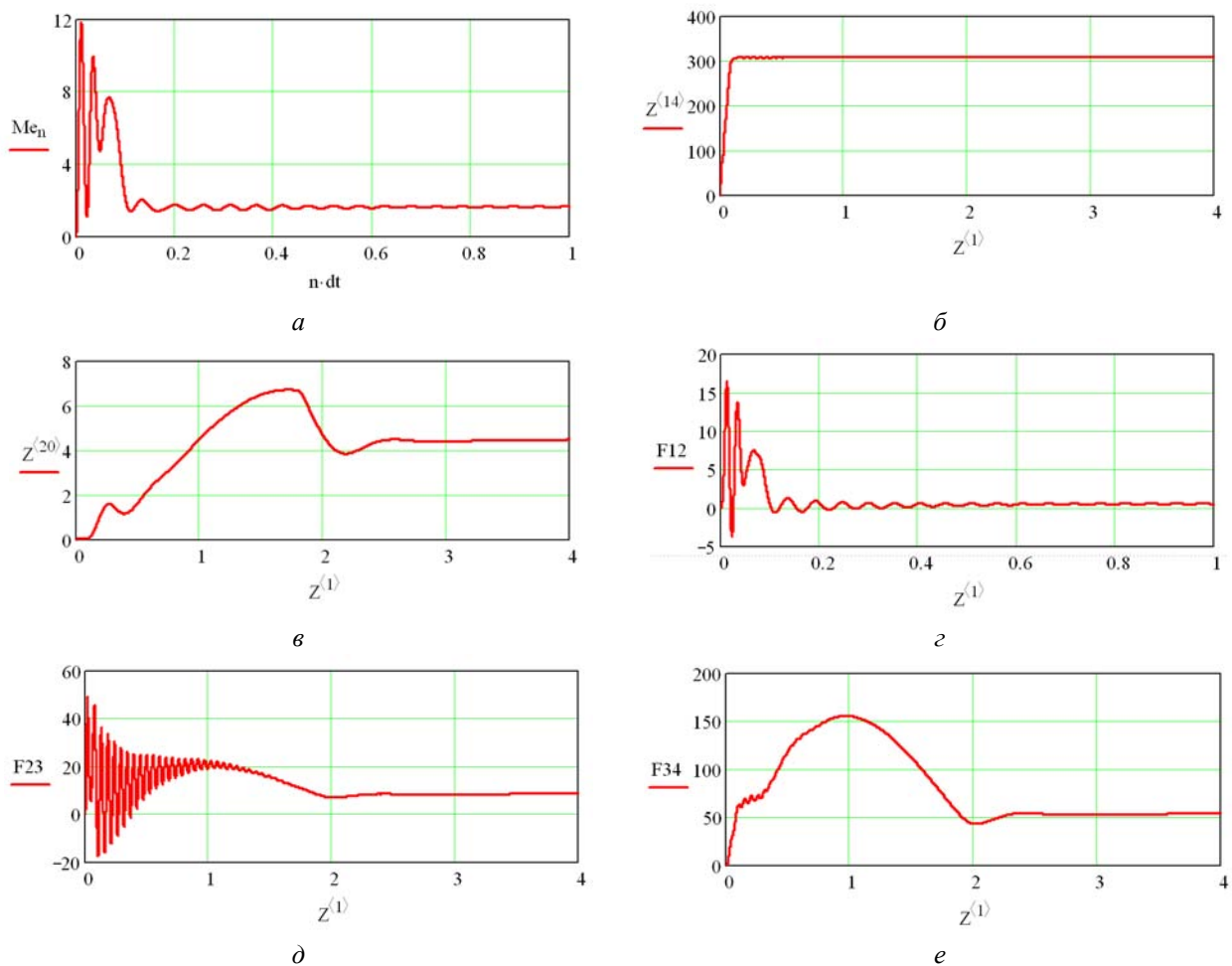


Рис. 2. Розрахункові залежності електромагнітного моменту двигуна в Н·м (а), кутової швидкості ротора двигуна в рад/с (б), кутової швидкості ролика з моментом інерції  $J_7$  в рад/с (в), а також зусиль в Н у вітках пасової передачі (г, д) та у ведучій вітці перемотувальної тканини в Н (е) від часу в с

Графічні залежності фізичних величин, що характеризують нестационарний процес, показані на рис. 2. Як бачимо з одержаних результатів, на початку перехідного процесу відбуваються коливання моменту асинхронного двигуна зі значною амплітудою (рис. 2, а). Незважаючи на це, ротор двигуна протягом приблизно 0,2 с набуває номінальної кутової швидкості. Однак вмикання двигуна породжує інтенсивні коливання у механічній системі, які впливають як на швидкості руху обертових елементів (рис. 2, в), так і на зусилля у пружних ланках (рис. 2, г, е).

Побудована математична модель може бути використана у системі автоматизованого проектування перемотувальних машин з метою зменшення динамічних навантажень на ділянки тканини, що сприяє підвищенню якості перемотування сувою.

На основі наведених розрахунків обґрунтовано значення коефіцієнтів в'язкого тертя у гальмівних пристроях, що дає можливість уникнути ударних явищ під час експлуатації перемотувальної машини.

1. Билибин К.И., Духанин А.М., Скороходов Е.А. *Намоточные работы в производстве элементов электроавтоматики*. – М.: Энергия, 1972. – 216 с. 2. Будзан В. І. Обґрунтування параметрів натяжної частини експериментальної установки для дослідження відкритої намотувальної системи з компенсатором // *Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”*. – 2001. – № 434. – С. 10–16. 3. Будзан В.І., Віннік В.М. Методика знаходження силових та кінематичних співвідношень у намотувальних системах з двома некруглими барабанами // *Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”*. – 2005. – № 539. – С. 8–12. 4. Будзан В.І., Віннік В.М., Винник В.В. Представлення кінематичних співвідношень в системах зовнішнього намотування барабанами у формі прямокутників з круговим спряженням кутів // *Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”*. – 2006. – № 556. – С. 18–23. 5. Віннік В.М., Будзан В.І., Коцюмбас О.Й. Кінематичні та силові співвідношення в намотувальній системі з поступальним підпружиненим компенсатором // *Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” “Автоматизація виробничих процесів в машинобудуванні та приладобудуванні”*. – 2008. – № 42. – С. 58–64. 6. Скороходов Е. А. *Намоточные станки. Технология электромашиностроения*. – Вып. 9. – М.: Энергия, 1970. – 175 с. 7. Чабан В.Й. *Методы анализа электромеханических систем*. – Львов: Вища шк., 1985. – 189 с.