## УДК 624.012.25:539.431

## **Є.М. Бабич, Д.Я. Кислюк**<sup>1</sup>

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, кафедра промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд, <sup>1</sup>Луцький національний технічний університет, м. Луцьк

# РОЗРАХУНОК НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ДВОШАРНІРНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ АРОК З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ПОВТОРНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

# © Бабич Є.М., Кислюк Д.Я., 2013

Наведено методику визначення напружено-деформованого стану стиснутозігнутих залізобетонних елементів на основі чинних норм проектування залізобетонних конструкцій, яка може бути використана для визначення несучої здатності двошарнірних арок як у разі одноразового монотонного навантаження до руйнування, так і під час дії повторних навантажень.

Ключові слова: залізобетон, арка, розрахунок.

The method of determination of the tensely deformed state of briefly-arcuated reinforced-concrete elements is resulted on the basis of operating norms of planning of reinforced-concrete constructions, which can be utillized for determination of bearing strength of two-hinged arch as at the single loading to destruction so at the action of the repeated loadings.

Key words: reinforced-concrete, arch, calculations.

#### Вступ

Залізобетонні двохшарнірні арки широко використовуються під час зведення різних будівель і споруд. Відомо, що під час експлуатації арки в складі покриттів у промислових і цивільних будівлях, а також у спорудах, можуть зазнати малоциклонних (повторних) навантажень, а інколи і перевантажень, що можуть суттєво вплинути на напружено-деформований стан перерізів арки і затяжки. У чинних нормативних документах не передбачено у розрахунках арок впливу повторних навантажень та можливий перерозподіл зусиль.

З метою встановлення впливу повторних навантажень на напружено-деформований стан перерізів двошарнірних арок та зміну їх прогинів і ширини розкриття тріщин випробувано три залізобетонні двохшарнірні арки, які мали загальну довжину 2160 мм зі стрілою підйому 40 см та поперечний переріз 100×140 мм (рис. 1) [1].



Рис. 1. Конструктивна схема дослідних арок

Роботу арок вивчають у гідравлічному пресі, обладнаному спеціальними траверсами (рис. 2). Арки випробовувалися як вільно оперті з розрахунковим прольотом l = 200 см. Навантаження прикладувалося у вигляді зосереджених сил на відстані 40 см від осі симетрії арки через траверсу гідравлічним пресом (рис. 2).



Рис. 2. Загальний вигляд випробовування арок

#### Результати експериментальних досліджень

Арку 1А-1 випробовували одноразовим монотонним навантаженням до руйнування, яке відбулося внаслідок роздроблення бетону на ділянці прикладання навантаження, що становило  $F_u = 126,0$  кН. Арки 1А-2 і 1А-3 піддавали десятикратному навантаженню, яке дорівнювало  $F_{cyc} = 70$  кН (приблизно 60 % від руйнівного), і на одинадцятому циклі довантажувалися до руйнування. Для арки 1А-2 руйнівне навантаження становило  $F_u = 106,0$  кН, а для арки 1А-3 –  $F_u = = 124,5$  кН. Арки руйнувалися в зоні дії максимального згинального моменту внаслідок роздроблення та зрізу стиснутого бетону [1, 2]. Експериментальна арка витримала середнє навантаження  $F_u = 118,8$  кН.

Несуча здатність залізобетонних елементів без попереднього напружування арматури на дію згинальних моментів та поздовжніх сил визначається на підставі таких умов [3, 4]:

– за розрахунковий приймають усереднений переріз, що відповідає середнім деформаціям бетону і арматури по довжині ділянки між тріщинами, якщо такі є;

- деформації у звичайній арматурі одинакові з оточуючим її бетоном;

 для розрахункового перерізу вважають справедливою гіпотезу про лінійний розподіл деформацій по його висоті (гіпотеза плоских перерізів);

– зв'язок між напруженнями і деформаціями у стиснутому бетоні приймають криволінійним у вигляді діаграми "напруження – деформації" бетону;

 зв'язок між напруженнями і деформаціями у арматурі приймають у вигляді діаграми "напруження – деформації" арматури;

- роботу бетону в розтягнутій зоні допускають не враховувати.

Залежність між напруженнями в бетоні  $s_c$  і деформаціями  $e_c$  для короткотривалого осьового навантаження описується рівнянням типу:

$$\boldsymbol{s}_{c} = f_{(ck),(cd)} \sum_{k=1}^{5} a_{k} \boldsymbol{g}^{k}, \qquad (1)$$

де  $g = e_c/e_{cl}$ .

За критерій вичерпання несучої здатності перерізу беруть:

 втрата рівноваги між внутрішніми та зовнішніми зусиллями (досягнення максимуму на діаграмах "момент – кривизна (прогин)")

– руйнування стиснутого бетону при досягненні фібровими деформаціями граничних значень.

У такому разі можуть виникати дві форми рівноваги перерізу: перша – весь переріз стиснутий; друга – в перерізі є зона розтягу.

Перша форма рівноваги – увесь переріз стиснутий:

$$\frac{bf_{cd}}{\mathbf{\bar{x}}} \sum_{k=l}^{5} \frac{a_k}{k+l} \left( \frac{\mathbf{e}_{c(l)}^{k+l} - \mathbf{e}_{c(2)}^{k+l}}{\mathbf{e}_{cl}^{k+l}} \right) + \sum_{i=l}^{n} \mathbf{s}_{si} A_{si} - N = 0;$$
(2)

$$\frac{bf_{cd}}{\overline{\mathbf{x}}} \sum_{k=l}^{5} \frac{a_k}{k+2} \left( \frac{\mathbf{e}_{c(l)}^{k+2} - \mathbf{e}_{c(2)}^{k+2}}{\mathbf{e}_{cl}^{k+2}} \right) + \sum_{i=l}^{n} \mathbf{s}_{si} A_{si} (x_l - z_{si}) - M = 0.$$
(3)

Друга форма рівноваги – в перерізі є зона розтягу:

$$\frac{bf_{cd}}{\mathbf{\bar{R}}} \sum_{k=1}^{5} \frac{a_k}{k+1} g^{k+1} + \sum_{i=1}^{n} s_{si} A_{si} - N = 0;$$
(4)

$$\frac{bf_{cd}}{\overline{\mathbf{x}}} \sum_{k=1}^{5} \frac{a_k}{k+2} g^{k+2} + \sum_{i=1}^{n} s_{si} A_{si} (x_l - z_{si}) - M = 0,$$
(5)

де  $\aleph = \frac{1}{r} = \frac{(e_{c(1)} - e_{c(2)})}{h}$  – кривизна вигнутої осі в перерізі;  $x_1 = e_{c1}/\aleph$  – висота стиснутої зони;

 $\overline{\aleph} = \aleph/e_{cl}$  – відносна кривизна.



Рис. 3. Напружено-деформований стан прямокутного перерізу (епюра напружень та деформації для першої та другої форми рівноваги)

Ураховують дії повторних навантажень за допомогою введення в розрахункові формули додаткових коефіцієнтів умов роботи до значень призмової міцності бетону.

Зміна призмової міцності бетону під час дії повторних малоциклових навантажень ураховують коефіцієнтом умов роботи, який дорівнює [5]:

$$g_{c,, cyc} = f_{cm, prism, cyc} / f_{cm, prism} = (1 + 0.483 \ \eta_{cyc} - 0.556 \ \eta^2_{cyc}), \tag{6}$$

де  $f_{cm,prism, cyc}$  – міцність бетону за осьового стиску після дії повторних малоциклових навантажень;  $f_{cm,prism}$  – те саме в разі першого навантаження до руйнування;  $\eta_{cyc}$  – відносний рівень повторних навантажень ( $\eta_{cyc} = \sigma_{c,cyc}/f_{cm}$ );  $\sigma_{c,cyc}$  – напруження повторних навантажень.



Рис. 4. Залежність між напруженнями і деформаціями (а) та модулем пружнопластичності (б) в бетоні

Під час використання діаграми деформування бетону, яку описують формулою (1), коефіцієнти поліному приймаються з урахуванням впливу повторних малоциклових навантажень на зміну механічних характеристик бетону.

За критерій вичерпання несучої здатності перерізу, що зумовлює втрату рівноваги між зовнішніми і внутрішніми зусиллями, розрахунковий граничний момент можна визначити як максимальний на діаграмі "момент – кривизна".

Визначати напружено-деформований стан нормального перерізу можна в наведеній нижче послідовності:

1. Приймаємо вихідні дані:  $f_{cm}$ ;  $E_s$ ;  $e_{c1}$ ;  $a_k$ ;  $A_{s1}$ ;  $A_{s2}$ ; b; h;  $e_{cu}$ ; M; N.

2. Визначаємо початковий ексцентриситет  $e_0 = M / N$ .

3. Розрахунковий випадок напружено-деформованого стану нормального перерізу можна визначити, коли прийняти  $\varepsilon_{c2} = 0$  і  $x_1 = h$  і з формули (3) або (5) знайти ексцентриситет  $e_{0h}$ .

$$e_{0h} = \frac{1}{N_h} \left[ f_{cm} bh^2 \sum_{k=1}^5 \frac{a_k}{k+2} \left( \frac{e_{c(1)}}{e_{c1}} \right)^k + A_{s2} E_s \frac{e_{c(1)}}{h} (h-a)^2 + A_{s1} E_s \frac{e_{c(1)}}{h} a^2 \right], \tag{7}$$

$$(e_{0h} - 0.5 h) \le e_0. \tag{8}$$

За умови  $(e_{0h} - 0,5 h) \le e_0$  матимемо другий випадок рівноваги, а за умови  $(e_{0h} - 0,5 h) \ge e_0 -$  перший.

Задачі вирішуються методом послідовних наближень, підбираючи значення  $\varepsilon_{c(1)}$ , визначаючи кривизну вигнутої осі в перерізі  $\chi$  так, щоб задовольнялися рівняння рівноваги (2,4) [6].

$$x_1 = (1 - nd)h \quad \text{afo} \quad x_1 = \varepsilon_{c(1)} / \chi.$$
(9)

4. На першому кроці наближення, якщо значення  $e_{c(1)} = 0, le_{cu}$ , підбираємо  $e_{c(2)} = e_{c(2)}^{o} + De_{c(2)}$ , прийнявши  $De_{c(2)} = 0, 0le_{cu}$ , покрокове збільшення деформації виконується доти, доки рівняння (5 або 7) не змінило знак. Результат останнього розрахунку буде першою точкою на діаграмі стану перерізу.

5. Для отримання наступних точок діаграми стану перерізу необхідно збільшити деформації на стиснутішій грані, тобто:

$$e_{c(1)}^{n} = e_{c(1)}^{n-1} + 0.1e_{cu}$$

6. Момент внутрішніх зусиль відносно нейтральної лінії обчислимо за формулами:

$$N_{x(l)}e_{x} = f_{cm}bx_{l(l)}^{2}\sum_{k=l}^{5}\frac{a_{k}}{k+2}\left(\frac{e_{c(l)}}{e_{cl}}\right)^{k} + A_{s2}E_{s}\frac{e_{c(l)}}{x_{l(l)}}\left(x_{l(l)}-a\right)^{2} + A_{s1}E_{s}\frac{e_{c(l)}}{x_{l(l)}}\left(x_{l(l)}-h_{0}\right)^{2}.$$
 (10)

висота стиснутої зони – 
$$x_I = \frac{\mathbf{e}_{c(I)}}{\mathbf{x}};$$
 (11)

відносна кривизна – 
$$\aleph = \aleph / e_{cl}$$
; (12)

деформації арматури – 
$$e_{si} = \aleph(x_l - z_{si}) + e_{si,0}$$
. (13)



Рис. 5. Блок-схема визначення несучої здатності позацентрово стиснутих елементів

7. За кінцевими значеннями моментів внутрішніх сил знаходимо теоретичну поздовжню силу, яка відповідає заданим крайовим деформаціям бетону *ε*<sub>c1</sub>, за формулою

$$N_{th} = \frac{N_{x(n)}e_x}{h(x_{l(n)} - 0.5h + e_0)},$$
(14)

де *h* – коефіцієнт, який враховує гнучкість стиснутого елемента.

Величина  $N_{x(I)}e_x$ , яка відповідає максимуму на діаграмі стану перерізу  $N_{x(I)}e_x - c$ , або величині в разі досягнення деформаціями стиснутої грані своїх граничних деформацій  $e_{cu}$ , і буде величиною несучої здатності залізобетонного перерізу.

Після знаходження поздовжньої сили  $N_{th}$  можна знайти її момент відносно центра ваги перерізу  $M_N = N_{th}e_0$ .

Величина  $N_{x(I)}e_x$ , яка відповідає максимуму на діаграмі стану перерізу  $N_{x(I)}e_x - c$ , або величині в разі досягнення деформаціями стиснутої грані своїх граничних деформацій  $e_{cu}$ , і буде величиною несучої здатності залізобетонного перерізу.

Таблиця 1

$arepsilon_c$ / $arepsilon_{cu1}$	<i>х,</i> М	χ, M <sup>-1</sup>	<i>М</i> , кН·м	<i>N</i> , кН	$M_{cyc}$ , кН·м	N <sub>сус</sub> , кН
0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,052	0,0065	3,02	43,99	1,67	33,00
0,2	0,054	0,0124	5,53	80,50	3,31	62,94
0,3	0,056	0,0179	7,58	110,33	4,93	90,15
0,4	0,058	0,0232	9,32	135,61	6,48	114,79
0,5	0,059	0,0282	10,77	156,73	7,94	136,91
0,6	0,061	0,0328	11,86	172,63	9,40	156,62
0,7	0,063	0,0373	12,80	186,28	10,69	173,80
0,8	0,065	0,0414	13,41	195,14	11,97	188,65
0,9	0,067	0,0452	13,76	198,65	13,18	201,60
1,0	0,069	0,0483	13,68	199,07	14,49	213,10

## Результати визначення внутрішніх зусиль у поперечному перерізі арок

За кінцевими значеннями моментів внутрішніх сил знаходимо теоретичну поздовжню силу, яка відповідає заданим крайовим деформаціям бетону  $\varepsilon_{cl}$ , за формулою:

$$N_{th} = \frac{N_{x(n)}e_x}{h(x_{l(n)} - 0.5h + e_0)},$$
(11)

де *h* – коефіцієнт, який враховує гнучкість стиснутого елемента.

При різних випадках напружено-деформованого стану стиснуто-зігнутих елементів прямокутного перерізу змінюється напрям пошуку рішення. Для першого випадку приймають  $De_{c(2)} = -0.01e_{cu}$ .

Гранична поздовжня сила в арці 1А-1 за заданих значень крайових деформацій бетону визначалися за формулами (4) і (5), становила  $N_{exp} = 207,3$  кH, середнє значення відношення  $k_m = N_{th} / N_{exp}$  становить 0,96, а для арок 1А-2 і 1А-3 після повторних навантажень  $N_{exp} = 219,8$  кH,  $N_{exp} = 208,9$  кH –  $k_m = 0,97$  та 1,02, відповідно середнє квадратичне відхилення  $\sigma = 0,035$ .



Рис. 6. Залежність моментів внутрішніх зусиль від кривизни під час монотонного навантаження та після повторних навантажень: 1 – теоретичні значення; 2 – експериментальні

Як видно з наведених статистичних даних, під час використання формул (4) і (5) теоретичні значення зусиль визначенні при короткочасному одноразовому та повторних навантаженнях дають задовільну збіжність з експериментальними даними. Коефіцієнт мінливості становив v = 0.035 (3,5%).

### Висновок

Запропонована методика визначення напружено-деформованого стану стиснуто-зігнутих залізобетонних елементів на основі чинних норм проектування залізобетонних конструкцій, яка може бути використана для визначення несучої здатності двошарнірних арок, дає добру збіжність з експериментальними даними. Середні відношення теоретичних значень поздовжньої сили до експериментальних становлять 0,95 за мінливості 3,5 %.

1. Бабич Є.М. Дослідження роботи двошарнірних залізобетонних арок при короткочасному повторному навантаженні / Є.М. Бабич, Д.Я. Кислюк // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. пр. – Вип. 16. – Рівне: НУВГП, 2008. – С.40–47. 2. Кислюк Д.Я. Дослідження роботи двохшарнірних залізобетонних арок при повторному навантажені з попереднім напруженням затяжки // Містобудування та територіальне планування: наук.-техн. зб. – Вип. 33 – К.: КНУБА, 2009. – С. 186–194. 3. ДСТУ Б В.2.6-156:2010 Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. 4. ДБН В.2.6-98:2009 Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з споруд. Бетонні конструкції. Основні положення. 5. Бабич Є.М. Міцність і деформативність важкого бетону при малоцикловому стисненні / С.М. Бабич, Н.І. Ільчук // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. пр. – Рівне: Вид-во УДУВГП, 2003. – Вип. 9. – С. 116–123. 6. Заречанський О. О. Особливості роботи стиснуто-зігнутих залізобетонних елементів при одноразових і повторних малоциклових навантаженнях: Дис... канд. наук: 05.23.01. – 2008.