УДК 621.01

В.М. Гурський, Я.В. Шпак, В.І. Лозинський*
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра механіки та автоматизації машинобудування,
*кафедра електронних засобів інформаційно-комп’ютерних технологій

РОЗРАХУНОК ОПТИМАЛЬНИХ ДИСКРЕТНО-КОНТИНУАЛЬНИХ СТРИЖНЕВИХ СИСТЕМ

Проведена оптимізація маси і конструктивних параметрів дискретно-континуальної стрижневої системи за заданими частотними характеристиками на основі введення частотно-масового показника як критерію оптимізації.

This article describes the optimization of mass and structural parameters of discrete-continuous cored system on the basis of introduction of frequency-mass index, as to the criterion of optimization after the set frequency descriptions.

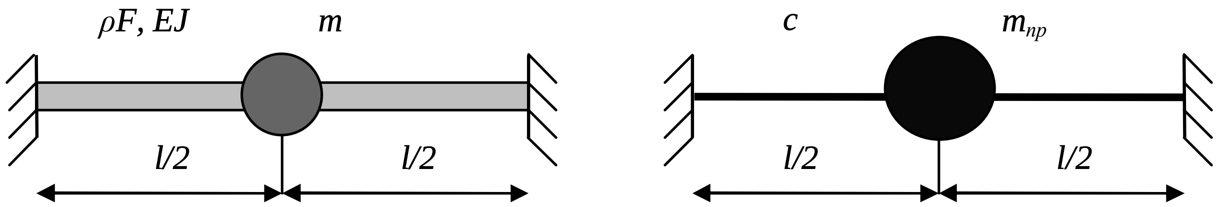
Вступ. У сучасних умовах необхідно модернізувати та оптимізувати як окремі технологічні машини та комплекси, так і галузі загалом. Для машинобудування розроблення різноманітних прикладних методик розрахунку оптимальних з точки зору комплексу фізико-механічних властивостей (міцність, маса, жорсткість, надійність тощо) дискретно-континуальних систем є важливим науковим завданням, використання якого сприяє вирішенню механічних проблем та удосконаленню технічних систем загалом.

Постановка проблеми. Багато сучасних CAD програм інтегрують у свої оболонки розрахункові модулі на основі методу скінченних елементів (типу Ansys, Cosmos), які дають змогу в комплексі розв’язувати статико-динамічні задачі та на їх основі проводити різноманітні оптимізаційні розрахунки [1], за результатами яких вносяться раціональні зміни у конструкції механічних систем. Так, у модулі Cosmos програми SolidWorks можна на основі попередньо розв’язаних задачах статики, втрати стійкості, частотного, термічного аналізів здійснювати та розв’язувати комплекс оптимізаційних розрахунків, прийнявши відповідні обмеження та призначивши з меню задачі відповідну цільову функцію. З інженерного погляду оптимізаційні задачі варто вирішувати аналітично, оскільки в прикладних модулях програм не можна оперувати якісними та кількісними критеріями і показниками, обґрунтованими користувачем. За аналітичного формулювання задачі отримані результати мають узагальнювальний характер і дають змогу оперувати кінцевими аналітичними залежностями та формулами, корисними для проектування оптимальних конструкцій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Оптимізаційні задачі дискретно-континуальних систем є дуже важливими, оскільки уможливлюють покращати умови експлуатації та підвищити термін роботи машин та їхніх конструктивних елементів на основі використання відповідних оптимізаційних моделей та критеріїв. Причому багато задач розв’язуються на основі складання динамічних моделей, частотного аналізу, врахування пружно-деформаційних характеристик системи [1]. Більшість елементів конструкцій можна подати стрижневими дискретними [2] або континуальними моделями [3, 4].

Формулювання мети дослідження. Методику розрахунку оптимальних дискретно-континуальних стрижневих систем сформуємо на основі розв'язку таких задач: 1. Встановлення впливу параметрів дискретно-континуальної стрижневої системи на її частотні характеристики. 2. Синтез конструктивних параметрів дискретно-континуальних стрижневих систем з метою реалізації конструкцій з мінімальною масою за заданих частотних характеристик.

Викладення основного матеріалу дослідження. Розглянемо узагальнену дискретно-континуальну стрижневу систему (рис. 1, *а*), до якої можна звести багато динамічних систем та конструктивних елементів, що зазнають згинальних коливань. На основі відомих в літературі [5, 6] наближених методів частотного синтезу дискретно-континуальну стрижневу систему можна звести до дискретної моделі (рис. 1, *б*) з поправкою на інерційність локальної маси (введенням розподіленої маси стрижня в інерційні характеристики локальної маси).



а *б*

Рис. 1. Дискретно-континуальна (а) та еквівалентна їй дискретна (б) модель стрижневої системи

Безумовна оптимізація стрижневих систем на основі частотно-масового критерію. Запишемо відомий вираз для визначення власної частоти згинальних коливань дискретної моделі стрижневої системи [5]:

$$w = \sqrt{192\,EJ\,/\left(m_{np} l^3\right)}, \tag{1}$$

де $m_{np} = m + k_{np}\, rFl$ – приведена маса дискретно-континуальної стрижневої системи за коефіцієнтом приведення k_{np} [6].

Сумарна маса дискретно-континуальної стрижневої системи визначається так:

$$M = m + rFl\,. \tag{2}$$

Введемо для відносної оцінки жорсткості стрижневої системи з врахуванням її маси частотно-масовий показник вигляду:

$$k_{w/M} = w/M = \frac{\sqrt{192\,EJ\,/\left(\left(m + k_{np}\, rFl\right) l^3\right)}}{m + rFl}\,. \tag{3}$$

Значення вибраного критерію є функцією конструктивних параметрів стрижня та інерційності локальної маси:

$$k_{w/M}(d,m) = \frac{\sqrt{192\,Epd^4\,/\left(64 l^3\left(m + \frac{32}{75}\, r\,\frac{pd^2}{4}\, l\right)\right)}}{m + r\,\frac{pd^2}{4}\, l} = \frac{60\sqrt{Epd^4\,/\left(l^3\left(75m + 8\,rpd^2 l\right)\right)}}{4m + rpd^2 l}\,. \tag{4}$$

Графічні залежності для частотно-масового критерію (рис. 2) вказують на асимптотичне зменшення цього критерію за збільшення інерційності локальної маси (рис. 3, *а*) та оптимізаційний характер залежності (4) стосовно діаметра стрижня d (рис. 3, *б*). Попередньо параметри стрижневої системи вибрано такими: $E = 2\cdot 10^{11}\ H/м^2$, $r = 7700\,кг/м^3$, $l = 0{,}5\,м$.

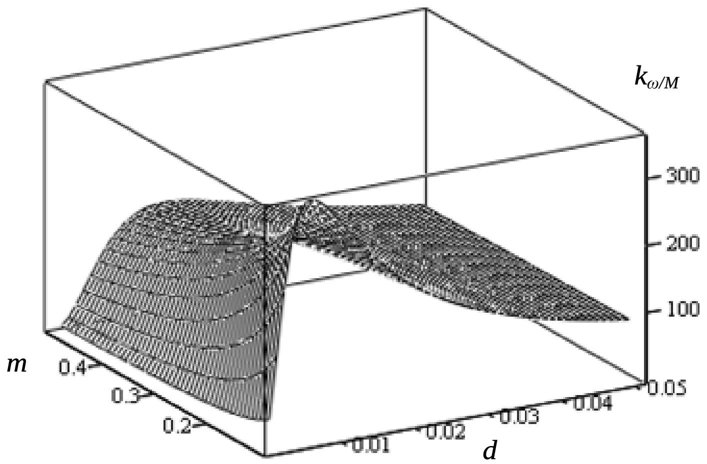
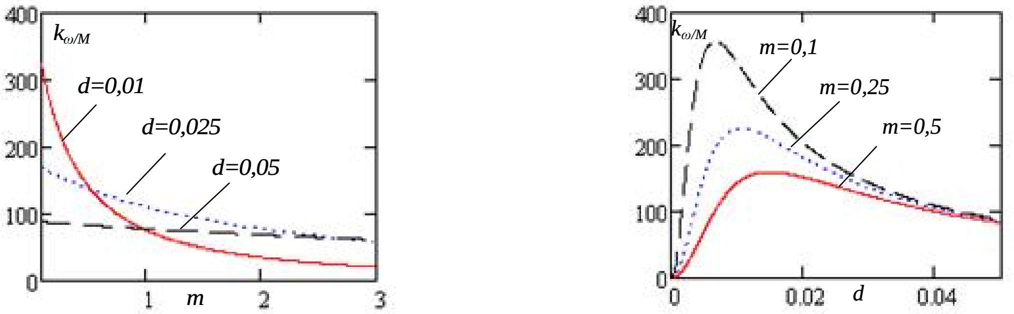
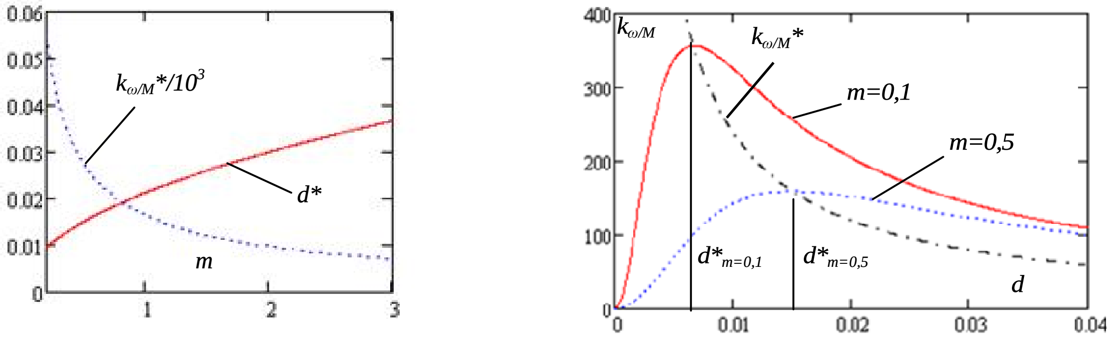


Рис. 2. Залежність частотно-масового критерію $k_{\omega/M}$ від параметрів оптимізації



а *б*

Рис. 3. Залежність частотно-масового критерію $k_{\omega/M}$ від інерційності локальної маси (а) та діаметра стрижня (б)



а *б*

Рис. 4. Залежності максимального значення частотно-масового критерію від інерційності локальної маси (а) та діаметра пружного стрижня (б)

Максимальне значення частотно-масового критерію за відомого значення інерційності локальної маси знайдемо з умови

$$\nabla_d \, k_{w/M}(d,m) = 0\,,$$

з якої отримано співвідношення (5) між значеннями діаметра пружного стрижня та інерційністю локальної маси

$$d(m)^* = 1{,}862\sqrt{m/(rl)}\,,\; m(d)^* = 0{,}289\, r l d^2\,, \tag{5}$$

які забезпечують екстремальне значення відповідного показника та відповідно максимальну жорсткість стрижневої системи (рис. 4):

$$k_{w/M}(m)^* = 2{,}653\sqrt{E\sqrt{mrl}/\left(m^2 r^3 l^6\right)}\,,\; k_{w/M}(d)^* = 3{,}62\sqrt{E/\left(r^3 l^6 d^2\right)}\,. \tag{6}$$

Умовна оптимізація стрижневих систем. Розрахунок оптимальних стрижневих дискретно-континуальних систем. Як цільову функцію приймаємо мінімальність сумарної маси (2) стрижневої системи, за умови, що необхідно забезпечити певне значення її власної частоти Ω (1), яке вводимо в обмеження оптимізаційної задачі [7]:

$$\begin{gathered} M(m,d) = m + r\frac{p d^2}{4} l \to \min, \\ \begin{cases} 15\sqrt{Ep\,d^4/\left(l^3\left(75m + 8rp\,d^2 l\right)\right)} \equiv \Omega. \\ d > 0, m > 0. \end{cases} \end{gathered} \tag{7}$$

Задача (7) є узагальненою, її можна розширювати різноманітними динамічними обмеженнями, наприклад, параметрами пружно-деформованого стану стрижня [7].

На основі отриманих значень $d(m)^*$ і $m(d)^*$ (5) визначено із обмеження оптимізаційної задачі (7) такий набір оптимальних конструктивно-масових параметрів стрижневої системи:

$$d_{opt} = 0{,}2573\, l^2\Omega\sqrt{r/E}\,,\quad m_{opt} = 0{,}0191\, r^2 l^5 \Omega^2 / E\,. \tag{8}$$

З врахуванням формул (8), частотно-масовий показник (4) оптимальної стрижневої системи (із мінімальною масою за заданої власної частоти та довжини, іншими словами – максимальної жорсткості за заданої власної частоти) набуде вигляду

$$k_{w/M} = \frac{210{,}9825\,E}{r^2 l^5 \Omega}\,. \tag{9}$$

На рис. 5 показано логарифмічну графічну залежність частотно-масового критерію оптимальної стрижневої системи ($d_{opt} = 12{,}621\,мм$, $m_{opt} = 0{,}177\,кг$) від її довжини за умови реалізації заданого значення власної частоти коливань $\Omega = 1000\,рад/с$. Ця характеристика є надзвичайно важливою для динамічних систем і вказує на те, що із збільшенням габаритів конструкцій їхні власні частоти нелінійно зменшуються. Очевидним є те, що для великогабаритних систем, поданих (зведених) дискретно-континуальними стрижневими системами, надзвичайно важко досягнути великих значень власних частот безпосередньо параметрами конструкції без додаткового підвищення жорсткості (наприклад, введенням ребер жорсткості).

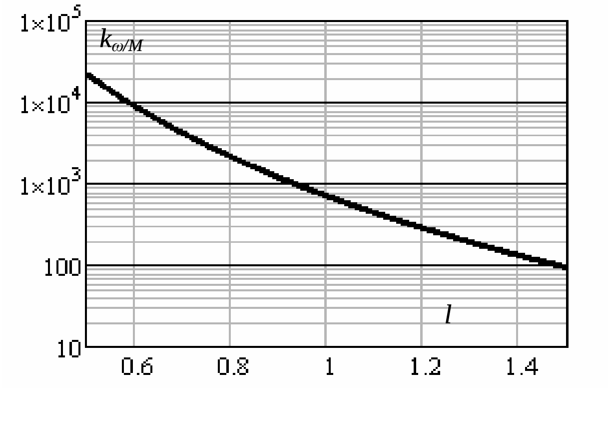


Рис. 5. Логарифмічна залежність частотно-масового показника lg ($k_{\omega/M}$) від довжини пружного стрижня l

Висновки. Розроблено методику розрахунку оптимальних з погляду пружно-масових характеристик дискретно-континуальних стрижневих систем на основі введеного частотно-масового критерію. Запропонований підхід успішно може бути поширений на різний клас стрижневих і динамічних систем та бути апробованим на практиці, оскільки дає змогу оптимізувати різноманітні елементи конструкцій і машин [8]. Аналогічну задачу можна поширити і для інших розрахункових моделей стрижневих систем та отримати відповідні оптимальні структури. Уведений критерій може бути застосований у системах з розподіленими параметрами (стрижні, пластини, оболонки), описаними як точними методами частотного аналізу (для стрижнів і балок – метод початкових параметрів, функцій Крилова), так і наближеними (Релея, Донкерлея, Грамеля).

1. Носко П. Л. Оптимальное проектирование машиностроительных конструкций. – Луганск: Изд-во ВУГУ, 1999. – 392 с. 2. Кіндрацький Б. І., Сулим Г. Т. Раціональне проектування машинобудівних конструкцій: монографія. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД, 2003. – 280 с. 3. Шевченко Ф.Л. Динаміка пружних стрижньових систем / Ф.Л. Шевченко. — Донецьк: ДонНТУ, 2000. — 293 с. 4. Бохонский А.И. Управляемое гашение изгибных колебаний стрижня: сб. науч. тр. / А.И. Бохонский // Вестник СевГТУ. – Севастополь, 1998. – Вып. 15: Механика, энергетика, экология. – С. 12–16. 5. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху: підручник. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с. 6. Вибрация энергетических машин: справ. пособ.; под ред. д-ра техн. наук, проф. Н.В. Григорьева. – Л.: Машиностроение, 1974. – 464 с. 7. Бохонський О. Оптимальне керування маніпуляторами мінімальної маси / О. Бохонський, Н Вармінська, М. Калінін // 10-й Міжнарод. симпозіум українських інженерів-механіків у Львові: праці. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД, 2011. – С. 6–8. 8. Гурський В. М. Оптимізація масово-частотних характеристик робочого органа вібраційного стола / В. М. Гурський, Є. М. Махоркін // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні". – 2011. – № 702. – С. 53–59.

УДК 621.548

В.М. Корендій
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ВІТРОКОЛЕСА

На основі спрощеної кінематичної схеми горизонтально-осьової вітроустановки та з використанням рівнянь Лагранжа другого роду побудовано диференціальне рівняння обертального руху вітроколеса за дії на нього аеродинамічного моменту та моменту опору (навантаження). Визначення параметрів руху та побудова відповідних часових діаграм проводилися з урахуванням змінної у часі швидкості повітряного потоку.

The differential equation of wind-wheel rotational motion under the influence of aerodynamic and resistance moments was built on the basis of the simplified kinematic scheme of horizontal axis wind turbine and with the help of Lagrange second-order equations. The determination of motion parameters and the construction of appropriate time diagrams were realized taking into consideration time dependencies of wind-flow speed.

Постановка проблеми. Сьогодні в усьому світі спостерігається підвищений інтерес до використання в різних галузях економіки нетрадиційних відновлюваних джерел енергії (НВДЕ). Це пов'язано насамперед із зростаючою необхідністю охорони довкілля, виснаженням викопних