УДК 621.01

АНАЛІЗ РУХУ КОЛИВАЛЬНИХ МАС ВІБРАЦІЙНОЇ МАШИНИ З АЕРОІНЕРЦІЙНИМ ЗБУРЕННЯМ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ COSMOSMOTION

© Ланець О.В., 2012

З використанням програмного продукту COSMOSMotion 2006 проаналізовано рухи коливальних мас та маси дебалансу в білярезонансних режимах роботи вібраційної машини з аероінерційним збуренням. Проаналізовано узгодженість отриманих результатів твердотілого моделювання з математичним моделюванням ідентичної системи у програмному продукті MathCAD 12.

The motions of oscillation masses and unbalanced mass in the near resonances mode of behaviour of the vibratory machine with an aeroinertia drive are resulted in the article with the use of software product COSMOSMotion 2006. The analysis of the got results coordination of solid-state design with the mathematical design of the identical system in the software product of MathCAD 12 is conducted.

Постановка проблеми. На сучасному етапі створення нових зразків техніки, твердотіле проектування та моделювання стає все більш значущим. Розробивши з використанням сучасних програмних продуктів твердотільну модель машини, можна отримати результати віртуального експерименту, максимально наближені до реальних. Такий підхід дає змогу опосередковано підтвердити, по-перше, достовірність математичних моделей, складених в іншому програмному забезпеченні, по-друге, правильність розрахованих параметрів системи. Основною метою будьякого віртуального експерименту є перевірка не так математичної моделі системи, як підтвердження правильності вибраних параметрів. Адже саме параметри повністю визначають характеристики, можливості та особливості систем і ϵ чи не єдиним джерелом їх формування та наповнення. Від їх достовірності залежать усі властивості, які проектант передбачав закласти у систему.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В [1, 2] розроблено математичну модель вібромашини з аероінерційним збуренням та проведено її аналіз за допомогою програмного продукту MathCAD 12 з використанням чисельних методів розв'язування системи диференціальних рівнянь. Перехідним етапом до натурного експерименту може бути моделювання роботи вібраційної машини у сучасних програмних продуктах твердотілого проектування, що дають змогу, окрім отримання числових значень параметрів руху, продемонструвати рух самої системи. Аналітичні методи для розв'язування системи нелінійних диференціальних рівнянь, що детально викладені у [3–5] і можуть бути застосовані для вирішення автономної механічної коливальної системи з аероінерційним збуренням [1, 2], не використовувались. Пов'язано це зі складністю отримання розв'язку, притому тільки наближеного. Чисельні ж методи розрахунку дають точний розв'язок, проте крізь їх призму важко прослідкувати співвідношення параметрів, що формують результат.

Формулювання мети дослідження. Мета досліджень – моделювання робочих процесів вібраційних машин з аероінерційним збуренням засобами програмного модуля COSMOSMotion як доповнення до розроблених математичних моделей, отриманих у програмному продукті MathCAD12 і наведених у [1, 2], для встановлення впливу основних чинників робочих процесів на параметри функціонування вібраційної системи.

Викладення основного матеріалу дослідження. Принципову схему вібраційної машини з аероінерційним збуренням, в якій реалізовані прямолінійні коливання, показано на рис. 1. Робочий орган масою m_{po} , проміжна маса m_2 та реактивна m_p здійснюють прямолінійні коливання вздовж осі x за координатами відповідно x_1 , x_2 та x_3 . Робочий орган m_{po} та умовно приєднана частина k_{np} m_c маси середовища завантаження утворюють масу m_1 (тут k_{np} – частка приєднаної маси середовища завантаження утворюють масу m_1 (тут k_{np} – частка приєднаної маси середовища завантаження маса m_p , маса крильчатки m_b з моментом інерції J_b стосовно власної осі симетрії та маса дебалансу m_d утворюють масу m_3 . Маси m_1 , m_2 та m_3 попарно з'єднані між собою пружними системами із жорсткостями стосовно c_{12} та c_{23} у напрямку коливань вздовж осі x. Силове збурення вимушених коливань в системі відбувається за рахунок дії потоків повітря Ψ на крильчатку, до однієї з лопатей якої жорстко прикріплена незрівноважена маса m_d (маса дебалансу). Крутний момент M, що виникає на крильчатці, приводить в обертальний рух масу m_d на радіусі r, відцентрові сили від якої і є причиною виникнення знакозмінного силового збурення маси m_3 , і, як наслідок, її коливальних рухів вздовж осі x. Проміжна маса m_2 приводиться в рух завдяки кінематичному збуренню від маси m_3 . Своєю чергою, маса m_1 кінематично збурюється від маси m_2 .



Рис. 1. Принципова схема вібраційної машини з аероінерційним збуренням

Вібраційна машина встановлена на нерухому основу через віброізолятори жорсткістю c_{i3} , що кріпляться до маси m_1 . Кут кидання у вібраційній машині – γ . Він відображає нахил стосовно горизонту умовної лінії, що з'єднує її центри мас та центри жорсткостей пружних систем. У динамічну модель у вигляді демпферів вводяться коефіцієнти в'язкого тертя μ_{12} , μ_{23} , які пропорційні до швидкості і відображають розсіювання енергії у відповідних пружних системах. В'язке тертя у віброізоляційних пружних елементах жорсткістю c_{i3} відображається у коефіцієнті μ_1 , який, по суті, виконує функцію комплексного показника, що враховує і вплив маси середовища завантаження m_c . Коефіцієнт μ відображає в'язке тертя під час обертання крильчатки.

Принцип роботи вібраційної машини з аероінерційним збуренням детально описаний в [1, 2]. Якщо коротко, можна виділити таке. У таких вібраційних машинах віброзбудник жорстко з'єднується з крильчаткою, яка приводиться в обертальний рух за допомогою повітряних потоків, що розкручують дебаланс на номінальну частоту обертання білярезонансного режиму роботи вібраційної машини. Умовне "фіксування" частоти обертання дебалансу здійснюватиметься його "зависанням" в дорезонансному режимі стосовно однієї з власних частот тримасової механічної коливальної системи. При цьому вібраційний момент [6–8] на валу дебалансного віброзбудника є вищим за збурювальний момент, який генеруватиметься крильчаткою. Дебаланс, не маючи необхідного моменту збурення для переходу через резонанс, "зависає" на певній частоті обертання у дорезонансному режимі.

Система чотирьох диференціальних рівнянь руху, що описує модель вібраційної машини з аероінерційним збуренням (рис. 1), має вигляд [1, 2]:

$$\begin{cases} m_{1}\pounds_{1} + c_{12}(x_{1} - x_{2}) + c_{i3}x_{1} + \mu_{1}\pounds_{1} + \mu_{12}(\pounds_{1} - \pounds_{2}) = 0; \\ m_{2}\pounds_{2} + c_{12}(x_{2} - x_{1}) + c_{23}(x_{2} - x_{3}) + \mu_{12}(\pounds_{2} - \pounds_{1}) + \mu_{23}(\pounds_{2} - \pounds_{3}) = 0; \\ m_{3}\pounds_{3} - m_{d}r(\pounds_{3}\sin\varphi + \pounds^{2}\cos\varphi) + c_{23}(x_{3} - x_{2}) + \mu_{23}(\pounds_{3} - \pounds_{2}) = 0; \\ J \pounds_{m} - m_{d}r\sin\varphi (\pounds_{3} - g\sin\gamma) = M - \mu \pounds_{3} \end{cases}$$
(1)

де g – прискорення земного тяжіння. Виокремивши в системі (1) прискорення по кожній узагальненій координаті (x_1 , x_2 , x_3 та φ), з метою її подачі у зручному для математичного продукту MathCAD вигляді для чисельного розрахунку методом Рунге-Кутта, отримаємо:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{1} = [c_{12}(x_{1} - x_{2}) + c_{i_{3}}x_{1} + \mu_{1}\mathbf{x}_{1} + \mu_{12}(\mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{2})]/(-m_{1}); \\ \mathbf{x}_{2} = [c_{12}(x_{2} - x_{1}) + c_{23}(x_{2} - x_{3}) + \mu_{12}(\mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{1}) + \mu_{23}(\mathbf{x}_{2} - \mathbf{x}_{3})]/(-m_{2}); \\ \mathbf{x}_{3} = \frac{1}{m_{d}^{2} r^{2} \sin^{2} \varphi - J m_{3}} [m_{d}^{2} r^{2} g \sin^{2} \varphi \sin \gamma - m_{d} r \sin \varphi [M - \mu \mathbf{a}] - m_{d} r J \mathbf{a}^{2} \cos \varphi + J [c_{23}(x_{3} - x_{2}) + \mu_{23}(\mathbf{a}_{3} - \mathbf{a}_{2})]]; \\ \mathbf{a}_{3} = \frac{1}{m_{d}^{2} r^{2} \sin^{2} \varphi - J m_{3}} [-m_{3} (M - \mu \mathbf{a}) + m_{d} r \sin \varphi \times x_{2} + \frac{1}{m_{d}^{2} r^{2} \sin^{2} \varphi - J m_{3}} [-m_{3} (M - \mu \mathbf{a}) + m_{d} r \sin \varphi \times x_{2} + \frac{1}{m_{d}^{2} r^{2} \sin^{2} \varphi - J m_{3}} [-m_{d} r \mathbf{a}^{2} \cos \varphi + m_{3} g \sin \gamma]]. \end{cases}$$

Для аналізу моделі приймаємо такі параметри системи. Частота вимушених коливань технологічно задана і становить $\omega = 2\pi \cdot 27 \ pad/c$, а резонансне налагодження стосовно другої власної частоти системи – z=0.97. У такому випадку друга власна частота коливань системи дорівнюватиме: $\omega_{e2} = \omega/z = 175 \ pad/c$. Першу власну частоту коливань системи визначаємо з умови $\omega_{e1} = (0.8 \text{ K} \ 0.9) \ \omega_{e2}$: $\omega_{e1} = 0.85 \cdot 175 = 150 \ pad/c$. Жорсткість віброізоляторів $c_{i3} = 2 \times 10^5 \ H/m$. Значення першої та другої коливальних мас приймаємо такими: $m_1 = 20 \ \kappa z$; $m_2 = 7 \ \kappa z$. Ексцентриситет (радіус розташування) дебалансу стосовно осі симетрії крильчатки $r = 0.028 \ m$; значення коефіцієнтів в'язкого тертя — $m_{12} = 20 \ H \cdot c/m$, $\mu_{23} = 0.5 \ H \cdot c/m$, $m_1 = 100 \ H \cdot c/m$; $J = 1 \cdot 10^{-5} \ \kappa z \cdot m^2$ — момент інерції крильчатки з жорстко закріпленою незрівноваженою масою — m_d ; кут кидання — $\gamma = 0.3 \ pad$.

Інерційне значення третьої маси визначаємо з умови [2]:

$$m_{3} = \frac{\begin{bmatrix} \omega_{62}^{2} \left[m_{2} \left(1 - 2 z^{4} \right) - m_{1} z^{4} \right] + m_{2} \omega_{61}^{2} + \\ + \sqrt{\omega_{62}^{4} \left(m_{2} + m_{1} z^{4} \right)^{2} - 2 \omega_{61}^{2} \omega_{62}^{2} \left[m_{1} m_{2} \left(2 - z^{4} \right) + m_{2}^{2} \right] + \omega_{61}^{4} m_{2}^{2}}{2 \omega_{62}^{2} z^{4}} = 0.2 \ \kappa_{2} . \tag{3}$$

Значення жорсткостей двох резонансних пружних систем розраховуємо як:

$$c_{12} = \frac{(m_2 + m_3)m_1\omega_{62}^2 \left[(m_1 + m_2 + m_3)m_2\omega_{62}^2 \left(\Lambda^2 - 1\right) \pm C\right]}{(m_1 + m_2 + m_3)\left[(m_1 + m_2 + m_3)m_2\omega_{62}^2 \left(\Lambda^2 - 1\right) + \left(\pm C - 2m_1m_3\omega_{62}^2\right)\right]} = 1.32 \cdot 10^5 \ H/M; \quad (4)$$

$$c_{23} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3) m_2 \omega_{e2}^2 (\Lambda^2 + 1) \pm C}{2(m_2 + m_3)(m_1 + m_2 + m_3)} = 5.5 \cdot 10^3 \ H / M ,$$
(5)

де $\Lambda = \omega_{61}/\omega_{62}$; $C = \sqrt{(m_1 + m_2 + m_3)m_2\omega_{62}^4 [(m_1 + m_2 + m_3)m_2(\Lambda^2 - 1)^2 - 4m_1m_3\Lambda^2]}$. Значення незрівноваженої маси, поклавши, що технологічно необхідне значення амплітуди

Значення незрівноваженої маси, поклавши, що технологічно неоохідне значення амплітуди коливань активної маси $X_1 = 0.0003 \, m$, становить:

$$m_{d} = \frac{X_{1}}{r} \left[\frac{1}{c_{12} c_{23}} \begin{pmatrix} -\omega^{4} m_{1} m_{2} m_{3} + \omega^{2} \begin{pmatrix} c_{12} m_{3} (m_{1} + m_{2}) + \\ + c_{23} m_{1} (m_{2} + m_{3}) + c_{i3} m_{2} m_{3} \end{pmatrix} - \\ -c_{12} (c_{23} (m_{1} + m_{2} + m_{3}) + c_{i3} m_{3}) - c_{23} c_{i3} (m_{2} + m_{3}) \end{pmatrix} - \right] + \frac{c_{i3}}{\omega^{2}} = 5 \cdot 10^{-3} \kappa z .$$
(6)

Приймаючи, що коефіцієнт в'язкого тертя під час обертання крильчатки $\mu = 2 \cdot 10^{-5} \frac{H \cdot M \cdot c}{pa\partial}$,

збурювальний момент становить:

$$M = \frac{1}{2} \frac{m_d^2 r^2 \omega \lambda_3^2 \mu_{23}}{m_3^2} + \mu \omega = 0.008 H \cdot M, \qquad (7)$$

де λ_3 – коефіцієнт динамічності маси m_3 . Позначивши:

$$k_{11}(\omega) = c_{12} + c_{i3} - m_1 \omega^2 + i (\mu_1 + \mu_{12}) \omega; \quad k_{12}(\omega) = k_{21}(\omega) = -c_{12} - i\mu_{12}\omega;$$

$$k_{13}(\omega) = k_{31}(\omega) = 0; \quad k_{22}(\omega) = c_{12} + c_{23} - m_2 \omega^2 + i (\mu_{12} + \mu_{23}) \omega;$$

$$k_{23}(\omega) = k_{32}(\omega) = -c_{23} - i\mu_{23}\omega; \quad k_{33}(\omega) = c_{23} - m_3 \omega^2 + i\mu_{23}\omega,$$

коефіцієнт динамічності λ_3 матиме вигляд:

$$\lambda_{3}(\omega) = \frac{m_{3}\omega^{2} (k_{12}(\omega)k_{21}(\omega) - k_{11}(\omega)k_{22}(\omega))}{[k_{12}(\omega)k_{21}(\omega)k_{33}(\omega) - k_{11}(\omega)k_{22}(\omega)k_{33}(\omega) + k_{11}(\omega)k_{23}(\omega)k_{32}(\omega)]}.$$

Залежності руху коливальних мас та маси дебалансу у перші секунди після запуску вібраційної машини з аероінерційним збуренням, отримані в програмному продукті MathCAD 12 із системи диференціальних рівнянь (2), показані на рис. 2. Значення амплітуд коливань трьох мас після проходження перехідних процесів становлять: $X_1 = 0.0003 \, M$, $X_1 = 0.0012 \, M$, $X_1 = 0.008 \, M$. Кутова швидкість обертання крильчатки "фіксується" зі значенням $\phi \approx 175 \, pad/c$.

Модель на рис. 1 з параметрами, наведеними вище, була занесена у вигляді твердотілої моделі у програмний продукт COSMOSMotion. Результат моделювання ідентичної системи у програмному продукті COSMOSMotion 2006 відображений на рис. 3. Бачимо повну узгодженість двох моделей: математичної в програмному продукті MathCAD 12 та твердотілої – в продукті COSMOSMotion 2006. Це свідчить про правильність складеної математичної моделі (системи диференціальних рівнянь (1)) та про достовірність розрахованих параметрів системи згідно з виразами (3)–(7).

Якщо прикласти більший збурювальний момент *M*, крильчатка проскочить два власні піки системи (рис. 4 та 5) і вийде на неробочий далекозарезонансний режим.

На рис. 2 та 3 "фіксування" обертів крильчатки здійснювалось на другій власній частоті коливань $\omega_{62} = 175 \ pad/c$ системи. Якщо прикласти менше значення збурювального моменту, для прикладу $M = 0.004 \ H \cdot m$, крильчатка, не маючи необхідного збурення, не зможе перейти перший резонансний пік системи. Її оберти "зависнуть" на кутовій швидкості, що відповідають першому резонансному піку (рис. 6), а тому вимушена частота коливань системи буде $\omega \approx 150 \ pad/c$.

Перевагою схеми з аероінерційним збуренням є її простота та наявність автоматично набутого захисту приводу від перевантаження в умовах використання резонансних режимів роботи. Адже неспроможність переходу через резонанс дебалансу, збуреного повітряним потоком, в жоден спосіб не впливає на саме джерело збурення. Цей підхід повністю усуває вплив руху дебалансу на

джерело збурення, а як наслідок – інерційний віброзбудник, за умови забезпечення стійкості його руху, зможе входити у будь-які режими роботи.



Рис. 2. Часові залежності в перші 4 с руху коливальних мас m_1 , m_2 , m_3 (рисунки відповідно а, б, в) та виходу обертів крильчатки на номінальну дорезонансну кутову швидкість $\phi = 175 \text{ pad/c}$ стосовно другого власного піка системи ω_{62} (г) (аналіз руху проводився з використанням програмного продукту MathCAD 12 за прикладеного до крильчатки моменту збурення $M = 0.008 \ H \cdot m$)



Рис. 3. Вікно програмного продукту COSMOSMotion 2006, де відображені часові залежності руху (одиниці [M]) коливальних мас m_1 , m_2 і m_3 та кутової швидкості **ф** крильчатки з прикріпленою незрівноваженою масою дебалансу (одиниці [2pad/c]), коли $M = 0.008 \ H \cdot m$



Рис. 4. Часові залежності в перші 4 с під час "зривання" руху коливальних мас m₁, m₂ та m₃ (рисунки відповідно а, б, в) та вихід обертів крильчатки на номінальну далеко зарезонансну кутову швидкість ф≈1400 pad/c (г) (аналіз руху проводився з використанням програмного продукту MathCAD 12 під час прикладання до крильчатки завищеного збурювального моменту M = 0.014 H · м)



Рис. 5. Вікно програмного продукту COSMOSMotion 2006, де відображені часові залежності руху (одиниці [м]) коливальних мас m₁, m₂ і m₃ та кутової швидкості ∳ крильчатки з прикріпленою незрівноваженою масою дебалансу (одиниці [град/с]), коли M = 0.014 H · м



Рис. 6. Вікно програмного продукту COSMOSMotion 2006, де відображені часові залежності прямолінійного руху (одиниці [м]) коливальних мас т₁, т₂ і т₃ та кутової швидкості ∳ крильчатки з прикріпленою незрівноваженою масою дебалансу (одиниці [град/с])

у дорезонансному режимі стосовно першого піка системи, коли $M = 0.004 \ H \cdot M$

Висновки. Порівнюючи результати моделювань у програмних продуктах MathCAD 12 та COSMOSMotion, який працює в оболонці продукту SolidWorks 2006, можна констатувати, що розбіжність в амплітудних значеннях коливань мас та в кутових швидкостях крильчатки не перевищує 2 %. Характери руху мас та незрівноваженої маси дебалансу ідентичні. Фактично повна збіжність отриманих у роботі результатів моделювання опосередковано підтверджує достовірність математичної моделі та закладених в неї параметрів. Проведені дослідження є перехідним етапом до повноцінного натурного експерименту і дають високу ймовірність отримання позитивного результату.

1. Кузьо І. В. Формування та аналіз математичної моделі вібраційної машини з аероінерційним збуренням / І. В. Кузьо, О. В. Ланець, В. М. Гурський // Вібрації в техніці та технологіях. – 2012. – № 2 (66). – С. 50–58. 2. Кузьо I. В. Вибір структури та обтрунтування силових і жорсткістних параметрів вібраційної машини з аероінерційним збуренням / І. В. Кузьо, О. В. Ланець, Я. В. Шпак // Серія: Галузеве машинобудування, будівництво: Зб. наук. пр. Полтавського нац. техн. ун-ту ім. Ю. Кондратюка. – 2012. – Вип. 2 (32), Том 1. – С. 120–131. 3. Вибрации в технике: справочник: в 6-ти т. / ред. совет: В. Н. Челомей (пред.).- М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2: Колебания нелинейных механических систем / под. ред. И. И. Блехнана. 1979. – 351 с. 4. Кононенко В. О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением / В. О. Кононенко. – М.: Изд-во "Наука", 1964. – 256 с. 5. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. – М.: Изд-во "Наука", 1974. – 504 с. 6. Вибрации в технике: справочник: в 6-ти т. / ред. совет: В. Н. Челомей (пред.).– М.: Машиностроение, 1979 – Т. 2: Колебания нелинейных механических систем / под ред. И. И. Блехнана. – 1979. – 351 с. 7. Ярошевич М. П. Динаміка розбігу вібраційних машин з дебалансним приводом / М. П. Ярошевич, Т. С. Ярошевич. – Луцьк: ЛНТУ, 2010. – 220 с. 8. Блехман И. И. Вибрационная механика / И. И. Блехман. – М.: Изд-во "Физматлит", 1994. – 400 с.