

## УДК 528.1:528.4

В.В. РЯБЧІЙ, М.В. ТРЕГУБ<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Кафедра геодезії, Державний вищий навчальний заклад “Національний гірничий університет”, м. Дніпропетровськ, просп. К. Маркса, 19; тел.: +38(0562)472411, +38(056)3730720; ел. пошта: RyabchyV@nmu.org.ua.

## АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ СЕРЕДНІХ КВАДРАТИЧНИХ ПОХИБОК ПЛОЩ ЗЕМЕЛЬНИХ ДІЛЯНОК ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ ДОПУСТИМИХ ЗНАЧЕНЬ

**Метою** цієї статті є дослідження результатів апроксимації функцій обчислення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок для визначення такої функції апроксимації, яка б дала змогу якнайточніше обчислювати значення допустимих середніх квадратичних похибок площ залежно від розміру і коефіцієнта видовженості земельних ділянок. **Методика.** Для поставленої мети виконано апроксимацію функцій за методом найменших квадратів. Для апроксимації використано дві функції – натурального логарифму та степеневу, а також виконано оцінку точності. В результаті дослідження встановлено, що середні квадратичні похибки площ земельних ділянок добре описуються цими двома функціями, що підтверджується одержаними значеннями коефіцієнтів детермінованості, близькими до одиниці. **Наукова новизна** наведеного дослідження полягає у тому, що встановлені математичні залежності дають змогу диференційовано, залежно від значення площі і коефіцієнта видовженості, встановлювати допустимі середні квадратичні похибки визначення площ земельних ділянок розміром від 0,1 до 100 га. Вони дають фактично однакові результати для запропонованих функцій. **Практична значущість.** Наведено відповідні висновки і пропозиції стосовно розроблених математичних моделей (формул), які можуть бути використані геодезичними і землевпорядними організаціями, територіальними підрозділами Державного агентства земельних ресурсів України та регіональними Центрами державного земельного кадастру України, їх контролюючими органами для швидкого визначення та перевірки значень допустимих похибок площ земельних ділянок, а також у навчальному процесі.

*Ключові слова:* апроксимація; оцінка точності; середня квадратична похибка; земельна ділянка; площа земельної ділянки; коефіцієнт видовженості земельної ділянки.

### Вступ

За десять останніх років в системі управління земельними ресурсами України поступово відбуваються зміни. Ці зміни стосуються Державного земельного кадастру. За цей період вдалось багато чого досягти, є завдання над чим ще необхідно працювати. Законодавство з питань земельних ресурсів також постійно оновлюється та вдосконалюється. Після набрання сили закону України “Про Державний земельний кадастр” та з прийняттям низки нормативно-правових актів можна стверджувати, що перехід до ринкових відносин у галузі використання земельних ресурсів відбувся.

Але ринкові відносини щодо земельних ресурсів потребують повного порозуміння у питанні встановлення правових зобов'язань між суб'єктами та об'єктами ринку землі, їхнього закріплення, охорони та забезпечення їх дотримання. У перерізі правових засад потрібно завжди пам'ятати про принципи “сталого розвитку” – “sustainable development”, де на перший план виходять місцезнаходження земельної ділянки, її цільове призначення, фізичні характеристики, наявність обмежень/обтяжень та інші особли-

вості її використання. Такі характеристики є основними під час проведення правочинів щодо земельних ділянок. Для їх достеменного визначення проводять не тільки кадастрові знімання, а й топографічне знімання у масштабі 1:500, визначення площі фізичної поверхні земельної ділянки, ґрунтові обстеження тощо. Від точності та достовірності отриманої інформації у результаті виконання робіт залежить наявність майбутніх ризиків суб'єктів ринку землі.

У практиці виконання робіт із землеустрою, а саме – кадастрових зйомок, доволі часто відбуваються випадки, коли замовник вимагає певної точності визначення площі земельної ділянки, а виконавець геодезичних робіт повинен цю точність йому гарантувати або обґрунтувати реальну, яку можна одержати.

Площа земельних ділянок відіграє найбільшого значення у разі проведення правочинів і є головною передумовою проведення грошових оцінок і визначення розміру земельного податку та орендної плати. У випадку, коли земельні ділянки невеликі за розміром (під малими архітектурними формами, гаражами, трансформаторними підстанціями, насосними станціями

тощо) або незалежно від розміру належать до земель, що мають особливу цінність або високу вартість, потрібно мати дієвий математичний апарат для проведення попереднього розрахунку точності виконання геодезичних робіт. Дуже важливо надійно визначати допустимі середні квадратичні похибки обчислення площі земельної ділянки. На жаль, це питання розглядається тільки у Наказі ГУГКК від 02.02.1993 р. № 6, але не диференційовано і без урахування коефіцієнта видовженості земельної ділянки. Його слід розглядати дуже ретельно, адже може скластися така ситуація, коли похибка визначення площі за своїм розміром може наблизитись до самого значення площі земельної ділянки.

### **Зв'язок із важливими науковими і практичними завданнями**

Точність визначення координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок та їхніх площ регламентується такими нормативно-правовими актами України: керівним технічним матеріалом "Інвентаризація земель населених пунктів (наземні методи)", затвердженим Наказом ГУГКК від 02.02.1993 р. № 6, Положенням про земельно-кадастрову інвентаризацію земель населених пунктів, затвердженим наказом Державного комітету України по земельних ресурсах від 26.08.1997 р. № 85, Інструкцією про встановлення (відновлення) меж земельних ділянок в натурі (на місцевості) та їх закріплення межовими знаками, затвердженою Наказом Державного комітету України із земельних ресурсів від 18.05.2010 р. № 376 та Порядком проведення інвентаризації земель, затвердженим Постановою Кабінету Міністрів України від 23.05.2012 р. № 513.

Кожен з наведених нормативно-правових актів містить відомості щодо граничнодопустимих похибок визначення координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок залежно від їхнього місцезнаходження, а в Наказі ГУГКК від 02.02.1993 р. № 6 зазначені вимоги до точності визначення площ земельних ділянок.

У зв'язку з тим, що вимоги до точності у наведених чотирьох чинних нормативно-правових актах відрізняються між собою, існує дві проблеми, а саме: невизначеність допустимих значень середніх квадратичних похибок координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок і площ земельних ділянок [Рябчій, 2010, 2011, 2012].

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій, які стосуються вирішення цієї проблеми**

У публікації Кренида виконано обґрунтування економічної доцільності встановлення точності визначення координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок. У результаті виконаного дослідження було розглянуто створення знімальної основи різними методами. Виконані розрахунки залежностей витрат та збитків, що виникають за можливих похибок визначення координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок. Була встановлена оптимальна точність визначення координат точок кутів поворотів меж земельної ділянки, де основними величинами є периметр земельної ділянки і вартість  $1 \text{ м}^2$ , визначена емпірична формула для проведення розрахунків. Проте автори не вказали, за результати якої – нормативної чи експертної грошової оцінки – повинна визначатись вартість  $1 \text{ м}^2$ . Також потрібно відзначити, що точність визначення координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок для територій міст буде набагато більшою, ніж для територій інших населених пунктів або земель сільськогосподарського призначення. Ще важливим є використання методу попереднього розрахунку точності і наявності актуальної інформації щодо вартості інших земельних ділянок, що на цей момент залишається складним питанням.

Автори Мельничук, Черняга порушили багато проблем сучасного землеустрою, які були згруповані в теоретико-методологічні, нормативно-правові, екологічні, техніко-технологічні, організаційно-виробничі та інші суміжні проблеми. Потібно відзначити ґрунтовний аналіз поставлених проблем, проте, на жаль, автори навели пропозиції щодо шляхів вирішення не усіх поставлених проблем.

Дослідження, виконані [Кубом, 2010], містять основні положення щодо точності створеної системи координат УСК-2000 та точності наявних пунктів в інших системах координат. Встановлено, що у системі координат СК-42 похибки взаємного положення пунктів на значних відстанях можуть досягати  $1 \text{ м}$  і більше. Для УСК-2000 вони знаходяться у межах  $0,032 \text{ м}$ . Автор виконав розрахунки площ земельних ділянок у СК-42 та УСК-2000 і

встановив, що різниці площ, обчислені у двох системах, фактично відсутні. Але ці дослідження майже повністю дублюють дослідження інших авторів [Барановський, 2009; Заєць, 2011].

Зацікавленість викликають дослідження, виконані Брынь, 2007. Автор обґрунтував встановлення відносної похибки площ земельних ділянок на рівні 1/1500, спираючись на показники вартості земельних ділянок. Також автор запропонував встановити такі вимоги до точності: для земельних ділянок площею до 2 га, точність визначення координат точок кутів поворотів стосовно пунктів державної геодезичної мережі – 0,05 м, для земельних ділянок, більших за площею, – 0,10 м. На нашу думку, такі нормативи обґрунтовані, але суперечності між значеннями відносної похибки площ земельних ділянок та похибками координат точок кутів поворотів не знято.

Виявлені колізії у Земельному кодексі України № 2768-III, 2001; Інструкції про встановлення (відновлення) меж земельних ділянок в натурі (на місцевості) та їх закріплення межовими знаками, № 376, 2011; “Інвентаризації земель населених пунктів (наземні методи)”, 1993; Положенні про земельно-кадастрову інвентаризацію земель населених пунктів, № 85, 1997; Порядку проведення інвентаризації земель, № 513, 2012], у публікаціях [Рябчій, 2010, 2011, 2012], в яких встановлена нагальна необхідність узгодження нормативно-правових актів між собою в частині точності визначення координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок. При цьому були виконані дослідження щодо визначення впливу видовженості земельних ділянок на точність визначення їх площ. У Рябчій, Трегуба, 2012 розпочато роботу щодо апроксимації значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок.

### **Невирішені частини загальної проблеми**

У результаті виконання порівняльного аналізу наукових публікацій було встановлено, що сьогодні не існує єдиного підходу, методичних рекомендацій та вимог до визначення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок. Тому вирішення цих питань залишається актуальним і має важливе значення під час виконання геодезичних робіт і робіт із землеустрою.

### **Мета**

Дослідити результати апроксимації функцій обчислення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок для визначення такої функції апроксимації, яка б уможливила точніше обчислювати значення допустимих середніх квадратичних похибок площ залежно від розміру і коефіцієнта видовженості земельних ділянок.

### **Методика**

Оскільки вихідні формули обчислення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок залишаються однаковими, то, виконавши апроксимацію різними функціями, можна встановити найвдаліший варіант і в подальшому його використовувати для виконання попередніх розрахунків точності визначення площ земельних ділянок. При цьому, змінюючи точність визначення координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок, можна буде отримати значення допустимих середніх квадратичних похибок для різних типів населених пунктів.

За вихідні дані взято результати попередніх досліджень [Рябчій, 2011, 2012]. Для апроксимації функцій так само, як і в Рябчій, Трегуба, 2012, були взяті площі земельних ділянок від 0,10 до 100,0 га. Відповідно до результатів досліджень [Рябчій, Трегуб, 2012], для виконання точнішої апроксимації функції площі були розділені на три частини, а саме: від 0,10 до 1,0 га, від 1,0 до 10,0 га і від 10,0 до 100,0 га. У попередній праці [Рябчій, Трегуб, 2012] значення середніх квадратичних похибок були апроксимовані квадратичною функцією методом найменших квадратів.

У цьому дослідженні прийнято рішення визначити інші функції, тому апроксимація виконана лінійною, степеневою, логарифмічною та експоненціальною функціями. Встановлено, що найгірші результати апроксимації лінійною та експоненціальною функціями. Лінійною функцією фактично не можна апроксимувати значення величин табл. 1 та рис. 1 у [Рябчій, Трегуб, 2012], тому, згідно з критерієм Фішера, лінійна функція не була використана у подальших дослідженнях. За апроксимації експоненціальною функцією критерій Фішера витримується, але коефіцієнт детермінованості на 10–15 %

гірший, ніж у попередніх дослідженнях [Рябчій, Трегуб, 2012]. Отже, у подальших дослідженнях та під час викладення матеріалу лінійна і експоненціальна функції не використовувались.

Апроксимація логарифмічною та степеневою функціями виконувалась методом найменших квадратів. Головним критерієм для визначення невідомих коефіцієнтів у кожному інтервалі площ є мінімальні розбіжності між значеннями апроксимованих і вихідних середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок.

Усі розрахунки виконувались за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення у матричній формі. Оскільки формули матричної форми добре відомі і є проміжними, то для скорочення обсягу роботи вони не наводяться. Наведені тільки остаточні формули, за якими обчислювались середні квадратичні похибки та показники оцінки точності.

Логарифмічна функція має такий вигляд:

$$f(S) = k_1 + k_2 \cdot \ln S, \quad (1)$$

де  $k_1, k_2$ , – невідомі коефіцієнти, які необхідно визначити;  $S$  – площа земельної ділянки, га.

Згідно з Войтенко (2005), для оцінки точності апроксимації визначаються ваги коефіцієнтів  $p_{k1}, p_{k2}$  за такими формулами:

$$p_{k1} = \frac{\sum \ln^2 S - \frac{(\sum \ln S)^2}{n}}{n},$$

$$p_{k2} = n - \frac{\sum (\ln S)^2}{\sum \ln^2 S}. \quad (2)$$

Середня квадратична похибка апроксимації визначається так:

$$m = \sqrt{\frac{\sum V^2}{n-2}}, \quad (3)$$

де  $V$  – різниця між апроксимованими і вихідними значеннями похибок площ земельних ділянок.

Середні квадратичні похибки визначення коефіцієнтів апроксимації обчислюються за такими формулами:

$$m_{k1} = \frac{m}{\sqrt{p_{k1}}}, \quad m_{k2} = \frac{m}{\sqrt{p_{k2}}}. \quad (4)$$

Степенева функція має такий вигляд:

$$f(S) = k_1 \cdot S^{k_2}. \quad (5)$$

Для знаходження коефіцієнтів  $k_1$  і  $k_2$  прологарифмуємо вираз (5). У результаті отримаємо:

$$\ln f(S) = \ln k_1 + k_2 \ln S. \quad (6)$$

Позначивши в (6):  $F = \ln f(S)$ ,  $K_1 = \ln k_1$ ,  $S = \ln S$ , запишемо:

$$F = K_1 + k_2 S. \quad (7)$$

Звідки  $k_1 = e^{K_1}. \quad (8)$

Середня квадратична похибка апроксимації степеневою функцією обчислюється за (3), а середні квадратичні похибки визначення коефіцієнтів апроксимації – за (4).

Оцінка достовірності апроксимації була проведена за допомогою визначення коефіцієнта детермінованості  $R^2$  за такою формулою:

$$R^2 = 1 - \frac{S_{\text{зал}}}{S_{\text{повн}}}, \quad (9)$$

де  $S_{\text{зал}}$  – залишкова сума квадратів;  $S_{\text{повн}}$  – повна сума квадратів:

$$S_{\text{зал}} = \sum_{i=1}^n (f(S)_{\text{ан}} - f(S)_{\text{вих}})^2, \quad (10)$$

де  $f(S)_{\text{ан}}$  – апроксимовані значення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок;  $f(S)_{\text{вих}}$  – вихідні значення середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок:

$$S_{\text{повн}} = S_{\text{зал}} + S_{\text{регр}}, \quad (11)$$

де  $S_{\text{регр}}$  – регресійна сума квадратів:

$$S_{\text{регр}} = \sum_{i=1}^n (f(S)_{\text{ан}} - \bar{f(S)})^2, \quad (12)$$

де  $\bar{f(S)}$  – середнє значення апроксимованих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок.

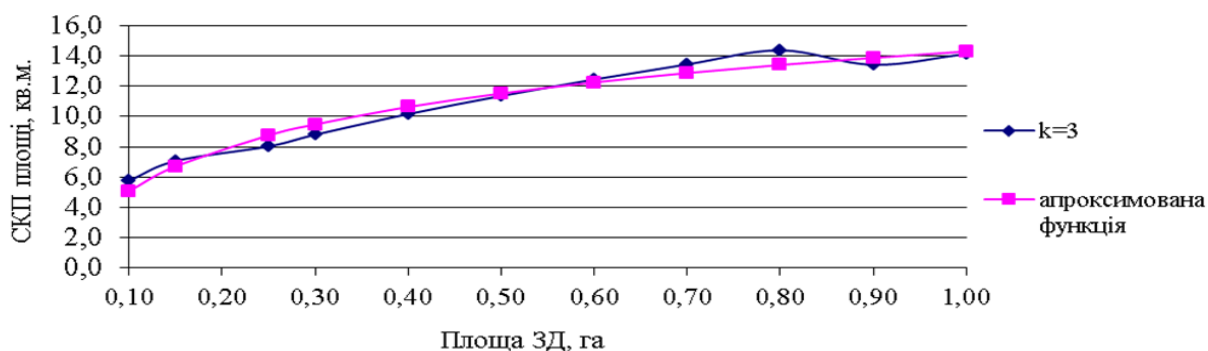
## Результати

Результати апроксимації логарифмічною функцією наведені у табл. 1–3, а степеневою – в табл. 4–6. Побудовані графіки залежностей вихідних і апроксимованих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від значень площ самих земельних ділянок для логарифмічної функції (рис. 1–3) і для степеневої (рис. 4–6). При цьому у кожному інтервалі площ земельних ділянок наведені тільки ті графіки, коли за відповідного коефіцієнта видовженості одержано максимальне значення суми квадратів відхилень апроксимованих і вихідних значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок (затушовані стовпчики у табл. 1–6). Графіки за інших коефіцієнтів видовженості земельних ділянок подібні і мають кращий вигляд, тому їх не наведено.

Таблиця 1

**Результати апроксимації логарифмічною функцією  
середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 0,1 до 1 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площі ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - f(\bar{S})_{an}$ , м <sup>2</sup>				
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
0,10	4,2	4,3	5,1	6,0	6,4	-0,3	-0,7	-0,7	-0,5	-0,8	23,6	31,1	32,7	32,7	39,6
0,15	5,5	5,9	6,7	7,6	8,2	0,1	-0,2	-0,4	-0,4	0,5	12,1	16,0	16,8	16,8	20,3
0,25	7,3	7,9	8,8	9,7	10,4	0,2	0,0	0,7	0,6	0,5	3,1	4,0	4,2	4,2	5,1
0,30	7,9	8,6	9,5	10,4	11,2	0,2	-0,1	0,7	0,5	0,3	1,3	1,7	1,8	1,8	2,1
0,40	8,9	9,7	10,6	11,5	12,5	-0,1	0,8	0,5	0,1	-0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,50	9,6	10,6	11,5	12,4	13,5	-0,4	0,6	0,2	-0,3	-0,6	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6
0,60	10,3	11,3	12,3	13,2	14,3	-0,7	0,4	-0,2	-0,8	0,9	1,5	2,0	2,1	2,1	2,5
0,70	10,8	11,9	12,9	13,8	14,9	0,5	0,1	-0,6	0,6	0,5	3,1	4,0	4,3	4,3	5,1
0,80	11,2	12,4	13,4	14,3	15,5	0,3	-0,2	-1,0	0,2	0,1	4,9	6,4	6,7	6,7	8,2
0,90	11,6	12,9	13,9	14,8	16,0	0,0	-0,5	0,5	-0,1	-0,3	6,8	8,9	9,4	9,4	11,4
1,00	12,0	13,3	14,3	15,2	16,5	-0,2	-0,8	0,2	-0,5	-0,8	8,8	11,6	12,2	12,2	14,7
Сума квадратів відхилень					Σ	1,2	2,6	3,4	2,6	3,3					
Регресійна сума квадратів					Σ						65,6	86,3	90,7	90,7	109,8
СКП апроксимації						0,4	0,5	0,6	0,5	0,6					
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					k <sub>1</sub>	0,2	0,2	0,3	0,2	0,3					
					k <sub>2</sub>	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3					
Коефіцієнт детермінованості R <sup>2</sup>						0,982	0,970	0,964	0,972	0,971					

Рис. 1. Графік апроксимованої логарифмічної функції за  $k = 3$  для площ ЗД 0,1–1,0 га

Таблиця 2

**Результати апроксимації логарифмічною функцією  
середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 1 до 10 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площі ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - f(\bar{S})_{an}$ , м <sup>2</sup>				
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
1,0	11,6	13,0	13,4	14,9	16,6	-0,6	-1,1	-0,7	-0,8	-0,7	118,3	111,8	124,9	128,3	124,9
2,0	16,6	17,9	18,5	20,1	21,7	-0,7	0,6	0,9	0,1	-0,1	34,6	32,7	36,6	37,6	36,6
3,0	19,5	20,7	21,5	23,1	24,7	1,3	1,3	-0,1	1,0	0,2	8,8	8,3	9,3	9,5	9,3
4,0	21,6	22,7	23,7	25,3	26,9	0,5	0,3	0,6	-0,2	1,0	0,8	0,8	0,8	0,9	0,8
5,0	23,2	24,3	25,3	27,0	28,5	-0,4	-0,7	-0,5	0,4	1,3	0,5	0,5	0,5	0,6	0,5
6,0	24,5	25,5	26,7	28,3	29,9	1,6	1,1	0,2	1,0	0,1	4,1	3,9	4,3	4,5	4,3
7,0	25,6	26,6	27,8	29,5	31,0	0,9	0,2	-0,8	-0,1	0,6	9,8	9,3	10,4	10,7	10,4
8,0	26,6	27,6	28,8	30,5	32,0	0,1	-0,7	0,8	0,5	-0,5	16,8	15,9	17,7	18,2	17,7
9,0	27,4	28,4	29,7	31,4	32,9	-0,6	0,1	-0,1	-0,4	0,0	24,5	23,1	25,8	26,5	25,8
10,0	28,2	29,1	30,4	32,2	33,6	-1,4	-0,7	-0,9	-1,4	-1,0	32,5	30,7	34,4	35,3	34,4
Сума квадратів відхилень					Σ	8,6	6,3	3,9	5,3	4,8					
Регресійна сума квадратів					Σ						250,7	125,2	264,8	272,0	264,8
СКП апроксимації						1,0	0,9	0,7	0,8	0,8					
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					k <sub>1</sub>	0,5	0,4	0,3	0,4	0,4					
					k <sub>2</sub>	0,8	0,7	0,5	0,6	0,6					
Коефіцієнт детермінованості R <sup>2</sup>						0,967	0,952	0,986	0,981	0,982					

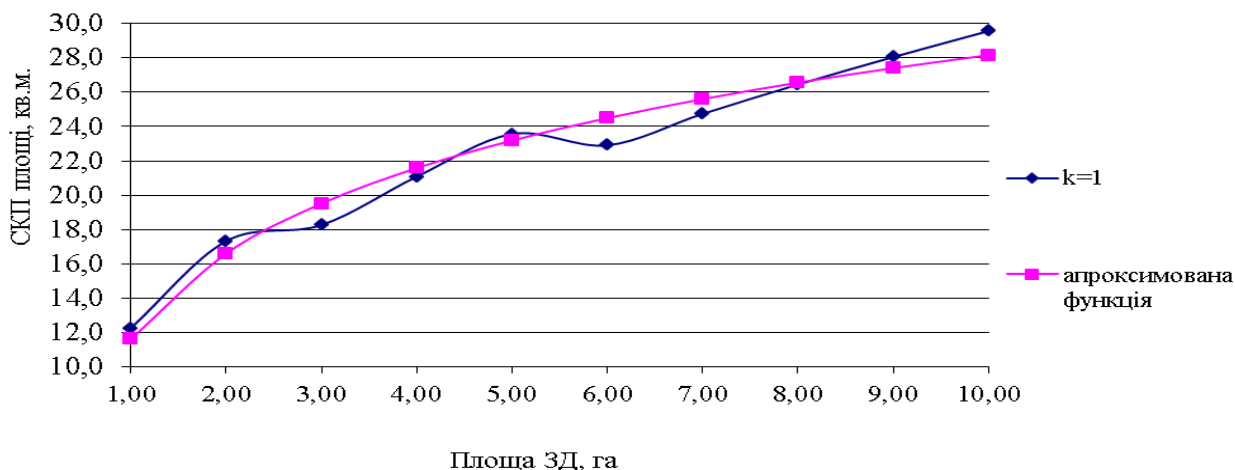


Рис. 2. Графік апроксимованої логарифмічної функції за  $k = 1$  для площ ЗД 1–10 га

Таблиця 3

**Результати апроксимації логарифмічною функцією середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 10 до 100 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площі ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - f(\bar{S})_{an}$ , м <sup>2</sup>				
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
10,0	28,4	28,7	30,3	31,9	32,7	-1,2	-1,1	-1,0	-1,7	-1,9	276,1	307,0	328,5	356,5	385,6
20,0	36,1	36,8	38,6	40,5	41,7	1,1	-0,3	0,8	1,1	0,5	80,8	89,9	96,2	104,4	112,9
30,0	40,5	41,5	43,5	45,6	47,0	0,6	0,5	0,2	1,1	1,4	20,5	22,8	24,4	26,5	28,7
40,0	43,7	44,8	47,0	49,2	50,8	0,4	1,3	0,8	0,5	0,7	1,9	2,1	2,2	2,4	2,6
50,0	46,1	47,4	49,6	52,0	53,7	0,3	1,1	1,4	0,9	0,0	1,2	1,3	1,4	1,5	1,7
60,0	48,1	49,5	51,8	54,3	56,0	0,4	0,0	0,2	0,6	0,4	9,6	10,6	11,4	12,4	13,4
70,0	49,8	51,3	53,7	56,2	58,0	0,5	0,1	1,0	0,2	0,1	22,9	25,5	27,3	29,6	32,0
80,0	51,3	52,8	55,3	57,9	59,8	0,7	-0,8	0,1	0,1	-1,2	39,2	43,6	46,6	50,6	54,7
90,0	52,6	54,2	56,7	59,3	61,3	-1,0	-0,6	-0,8	-0,9	-0,5	57,1	63,5	67,9	73,7	79,7
100,0	53,8	55,4	58,0	60,7	62,7	-0,6	-1,2	-0,7	-1,0	-1,5	75,9	84,4	90,4	98,0	106,0
Сума квадратів відхилень					$\Sigma$	5,6	7,0	6,6	8,4	10,3					
Регресійна сума квадратів					$\Sigma$						585,1	650,7	696,4	755,6	817,3
СКП апроксимації						0,8	0,9	0,9	1,0	1,1					
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					$k_1$	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5					
					$k_2$	1,5	1,6	1,6	1,8	2,0					
Коефіцієнт детермінованості $R^2$						0,991	0,989	0,991	0,989	0,988					

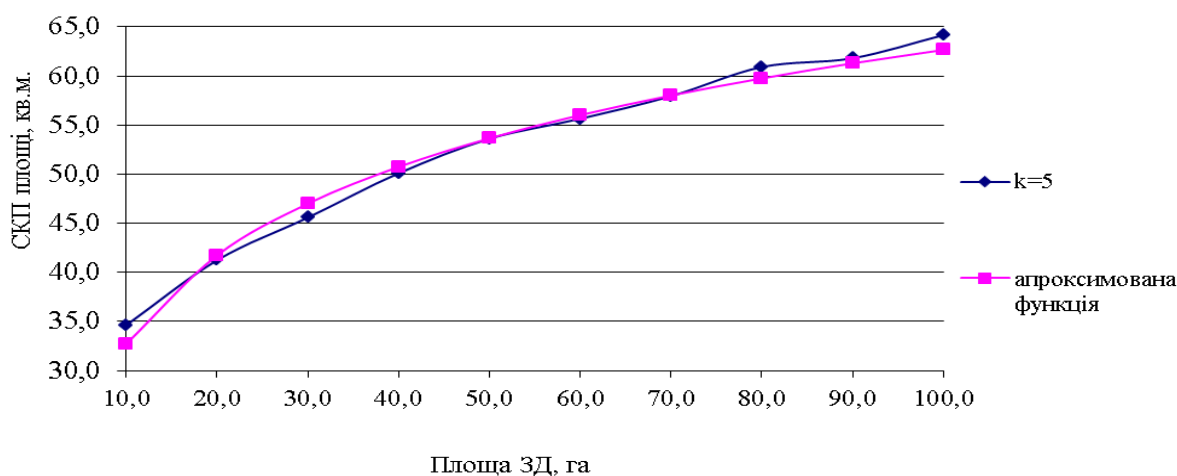
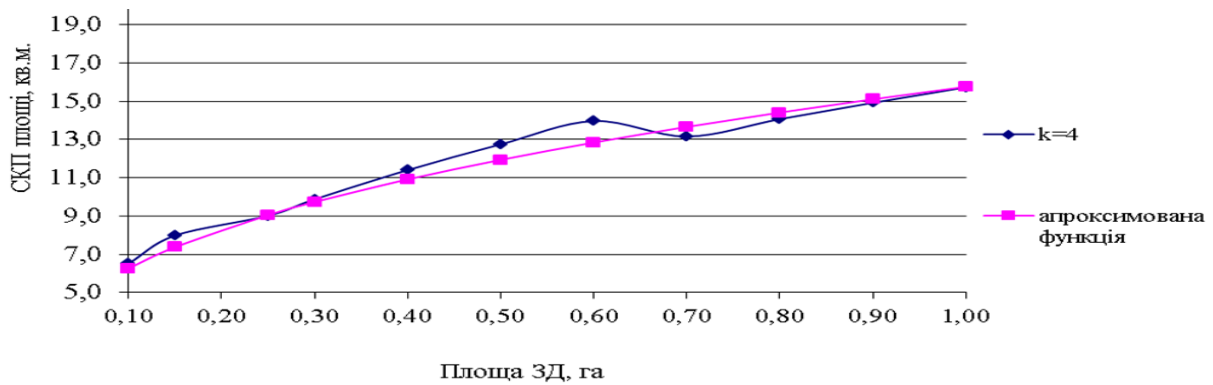


Рис. 3. Графік апроксимованої логарифмічної функції за  $k = 5$  для площ ЗД 10–100 га

Таблиця 4

**Результати апроксимації степеневою функцією  
середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 0,1 до 1 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площ ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - \bar{f(S)_{an}}$ , м <sup>2</sup>				
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
0,10	5,0	5,5	5,9	6,3	6,8	0,5	0,5	0,1	-0,2	-0,4	17,8	21,7	24,6	27,9	32,8
0,15	5,9	6,5	6,9	7,4	8,0	0,4	0,4	-0,1	-0,6	0,3	11,1	13,6	15,4	17,4	20,5
0,25	7,2	8,0	8,5	9,0	9,8	0,2	0,1	0,5	0,0	-0,1	4,0	4,9	5,5	6,3	7,4
0,30	7,8	8,6	9,1	9,7	10,6	0,0	-0,1	0,3	-0,1	-0,3	2,1	2,6	2,9	3,3	3,9
0,40	8,7	9,6	10,3	10,9	11,9	-0,2	0,7	0,1	-0,5	-0,7	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5
0,50	9,5	10,5	11,2	11,9	13,0	-0,5	0,5	-0,1	-0,8	-1,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2
0,60	10,3	11,3	12,1	12,8	13,9	-0,7	0,4	-0,4	-1,1	0,6	1,1	1,3	1,5	1,7	2,0
0,70	10,9	12,1	12,8	13,7	14,8	0,7	0,2	-0,6	0,5	0,4	2,8	3,5	3,9	4,4	5,2
0,80	11,5	12,7	13,5	14,4	15,6	0,6	0,1	-0,8	0,3	0,2	5,2	6,4	7,2	8,2	9,6
0,90	12,1	13,3	14,2	15,1	16,4	0,5	-0,1	0,8	0,2	0,0	8,1	9,8	11,1	12,6	14,9
1,00	12,6	13,9	14,8	15,8	17,1	0,4	-0,2	0,7	0,0	-0,2	11,3	13,8	15,6	17,7	20,8
Сума квадратів відхилень					$\Sigma$	2,3	1,5	2,7	3,0	2,6					
СКП апроксимації						0,5	0,4	0,5	0,6	0,5					
Регресійна сума квадратів					$\Sigma$						64,0	77,8	88,2	99,9	117,8
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					$k_1$	0,055	0,044	0,059	0,063	0,059					
					$k_2$	0,030	0,024	0,032	0,034	0,032					
Коефіцієнт детермінованості $R^2$						0,965	0,982	0,971	0,971	0,978					

Рис. 4. Графік апроксимованої степеневої функції за  $k = 4$  для площ ЗД 0,1-1 га

Таблиця 5

**Результати апроксимації степеневою функцією  
середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 1 до 10 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площ ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - \bar{f(S)_{an}}$ , м <sup>2</sup>				
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
1,0	12,7	14,0	14,3	15,9	17,5	0,5	-0,1	0,2	0,2	0,2	96,4	92,5	104,6	109,9	102,9
2,0	16,3	17,6	18,1	19,8	21,4	-1,0	0,4	0,4	-0,2	-0,5	38,7	36,3	41,3	42,7	39,0
3,0	18,9	20,1	20,8	22,6	24,1	0,6	0,8	-0,9	0,5	-0,4	13,4	12,3	14,1	14,3	12,8
4,0	20,9	22,1	22,9	24,8	26,2	-0,2	-0,2	-0,2	-0,7	0,3	2,6	2,2	2,6	2,6	2,2
5,0	22,7	23,8	24,7	26,6	27,9	-0,9	-1,2	-1,1	0,1	0,7	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1
6,0	24,2	25,3	26,3	28,2	29,4	1,3	0,8	-0,2	0,8	-0,3	2,8	2,8	3,1	3,3	3,2
7,0	25,6	26,6	27,7	29,6	30,8	0,8	0,2	-0,9	0,1	0,4	9,4	8,9	10,1	10,6	9,8
8,0	26,8	27,8	29,0	30,9	32,0	0,4	-0,4	1,0	0,9	-0,5	18,7	17,5	20,0	20,7	18,8
9,0	28,0	28,9	30,2	32,1	33,1	-0,1	0,6	0,5	0,3	0,2	30,2	28,0	32,0	32,9	29,7
10,0	29,1	29,9	31,3	33,2	34,1	-0,5	0,1	0,0	-0,3	-0,5	43,2	39,8	45,7	46,7	42,0
Сума квадратів відхилень					$\Sigma$	5,2	3,5	4,1	2,6	1,9					
СКП апроксимації						0,8	0,7	0,7	0,6	0,5					
Регресійна сума квадратів					$\Sigma$						255,5	240,4	273,6	283,8	260,5
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					$k_1$	0,337	0,276	0,299	0,239	0,203					
					$k_2$	0,072	0,059	0,064	0,051	0,043					
Коефіцієнт детермінованості $R^2$						0,980	0,986	0,985	0,991	0,993					

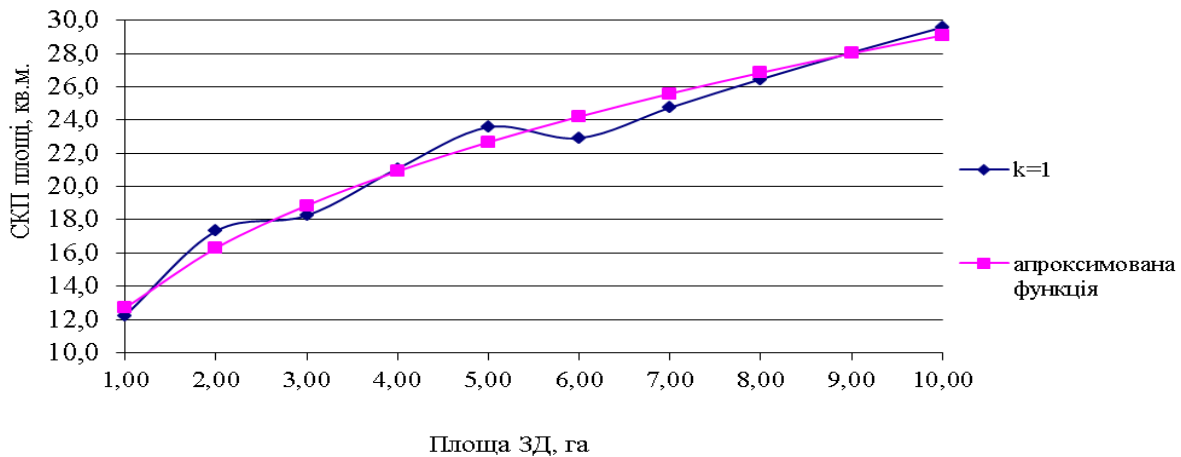


Рис. 5. Графік апроксимованої степеневої функції за  $k = 1$  для площ ЗД 1–10 га

Таблиця 6

**Результати апроксимації степеневою функцією середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок від 10 до 100 га**

Площа ЗД, га	Апроксимовані СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованої від вихідної СКП площі ЗД, м <sup>2</sup>					Відхилення апроксимованих СКП площ ЗД від їх середнього значення $f(S)_{an} - f(\bar{S})_{an}$ , м <sup>2</sup>				
	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
10,0	29,2	30,4	31,5	33,1	34,4	-0,3	0,5	0,1	-0,4	-0,2	239,0	257,6	276,9	597,4	331,8
20,0	35,3	36,6	37,9	40,0	41,5	0,3	-0,5	0,1	0,5	0,3	89,2	96,1	103,3	597,4	123,8
30,0	39,3	40,8	42,3	44,6	46,3	-0,6	-0,2	-1,0	0,1	0,7	28,8	31,0	33,3	597,4	39,9
40,0	42,5	44,1	45,8	48,2	50,1	-0,8	0,7	-0,4	-0,5	0,0	4,8	5,2	5,5	597,4	6,6
50,0	45,1	46,9	48,6	51,2	53,2	-0,7	0,6	0,4	0,1	-0,4	0,2	0,2	0,2	597,4	0,3
60,0	47,4	49,2	51,0	53,8	55,9	-0,3	-0,3	-0,6	0,1	0,2	7,5	8,0	8,6	597,4	10,4
70,0	49,4	51,3	53,2	56,1	58,3	0,1	0,1	0,6	0,0	0,3	22,5	24,3	26,1	597,4	31,3
80,0	51,3	53,2	55,2	58,1	60,4	0,7	-0,4	0,0	0,4	-0,5	43,0	46,4	49,9	597,4	59,8
90,0	52,9	54,9	57,0	60,0	62,3	-0,7	0,2	-0,5	-0,2	0,5	67,5	72,8	78,2	597,4	93,8
100,0	54,4	56,5	58,6	61,7	64,1	0,0	-0,1	-0,1	0,1	0,0	94,9	102,3	110,0	597,4	131,8
Сума квадратів відхилень					$\Sigma$	2,7	1,6	2,3	1,0	1,6					
СКП апроксимації						0,6	0,4	0,5	0,3	0,4					
Регресійна сума квадратів					$\Sigma$						597,4	643,9	692,2	767,9	829,5
СКП коефіцієнтів апроксимованої функції					$k_1$	0,497	0,383	0,454	0,293	0,375					
					$k_2$	0,052	0,040	0,047	0,032	0,039					
Коефіцієнт детермінованості $R^2$						0,995	0,997	0,997	0,999	0,998					

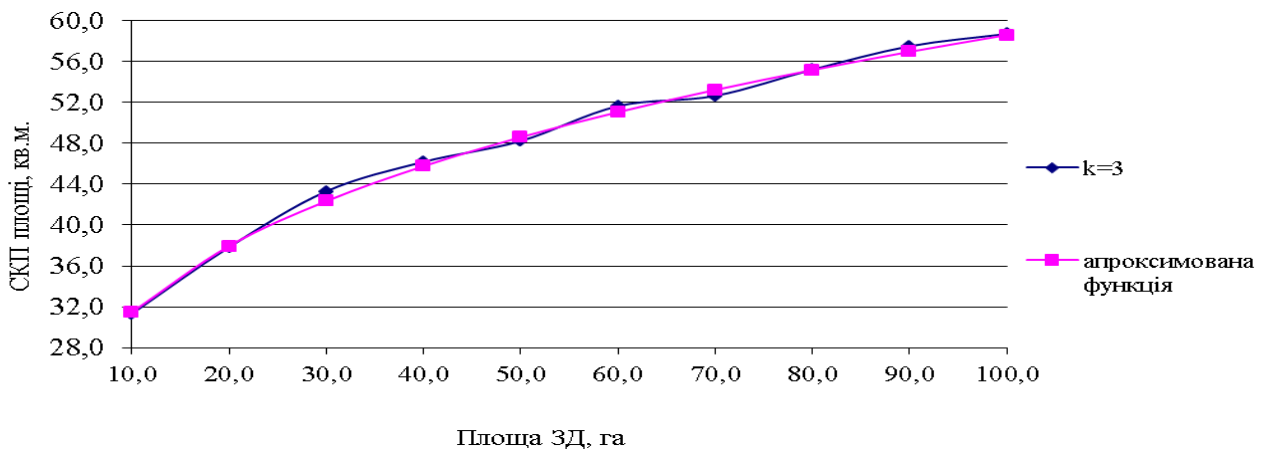


Рис. 6. Графік апроксимованої степеневої функції за  $k = 3$  для площ ЗД 10–100 га



Аналізуючи дані табл. 1–6 та графіки на рис. 1–6, можна встановити таке. За апроксимації логарифмічною функцією (згідно з даними табл. 1) усі 55 відхилень, апроксимованих від вихідних значень, знаходяться у межах від 0 до  $1 \text{ м}^2$  (тут і далі значення відхилень наводяться за абсолютними значеннями). За даними табл. 2 з 50 значень відхилень тільки 8 більші за  $1 \text{ м}^2$  (максимальне значення  $1,6 \text{ м}^2$ ). За даними табл. 3 з 50 значень відхилень 14 значень більші за  $1 \text{ м}^2$  (максимальне значення  $1,9 \text{ м}^2$ ).

За апроксимації степеневою функцією одержані такі результати: згідно з даними табл. 4 тільки 2 з 55 відхилень, апроксимованих від вихідних значень, перевищують  $1 \text{ м}^2$  і становлять  $-1,1 \text{ м}^2$ . Згідно з даними табл. 5, з 50 апроксимованих значень лише три перевищують  $1 \text{ м}^2$  і становлять максимум  $1,3 \text{ м}^2$ . У табл. 6 з 50 апроксимованих значень жодне не перевищує  $1 \text{ м}^2$ , з них максимальне – становить  $1,0 \text{ м}^2$ .

Збільшення деяких значень відхилень відбувається через те, що, згідно з Інструкцією про встановлення (відновлення) меж земельних ділянок у натурі (на місцевості) та їх закріплення межовими знаками № 376, 2010 р., допускається максимальне значення довжини між кутами поворотів межі земельної ділянки 80 м. За значення довжини понад 80 м відбувається додавання нових кутів поворотів у відповідні сторони меж земельних ділянок і тому на цьому проміжку зменшується значення середньої квадратичної похибки, що призводить до збільшення величини відхилень. Такі критичні області добре бачимо на графіках рис. 1–6 за апроксимації логарифмічною та степеневою функціями. За апроксимації логарифмічною функцією (рис. 1) максимальне відхилення становить  $1 \text{ м}^2$  за  $k = 3$  і площі 0,8 га, на рис. 2 –  $1,6 \text{ м}^2$  за  $k = 1$  і площі 6 га, на рис. 3 –  $1,9 \text{ м}^2$  за  $k = 5$  і площі 10 га. За апроксимації степеневою функцією (рис. 4) максимальне відхилення становить  $1,1 \text{ м}^2$  за  $k = 4$  і площі 0,6 га, на рис. 5 –  $1,3 \text{ м}^2$  за  $k = 1$  і площі 6 га, на рис. 6 –  $1,0 \text{ м}^2$  за  $k = 3$  і площі 30 га.

Також у табл. 1–6 наведені результати оцінки точності апроксимації, а саме: значення середніх квадратичних похибок апроксимації, середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів апроксимованих функцій та коефіцієнтів детермінованості.

Для земельних ділянок в інтервалах площ від 0,1 до 1,0 га, від 1,0 до 10,0 га і від 10,0 до 100,0 га залежно від коефіцієнта видовженості середня квадратична похибка апроксимації логарифмічною функцією знаходиться у межах від 0,4 до  $0,6 \text{ м}^2$ , від 0,7 до  $1,0 \text{ м}^2$  і від 0,8 до  $1,1 \text{ м}^2$  відповідно. Що стосується степеневої функції, то на тих самих інтервалах середня квадратична похибка знаходиться у межах від 0,4 до  $0,6 \text{ м}^2$ , від 0,5 до  $0,8 \text{ м}^2$  і від 0,4 до  $0,5 \text{ м}^2$  відповідно.

Значення середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів  $k_1, k_2$  апроксимованих функцій для земельних ділянок в інтервалі площ від 0,1 до 1,0 га залежно від коефіцієнта видовженості для логарифмічної функції знаходиться в межах від 0,2 до  $0,3 \text{ м}^2$  для обох коефіцієнтів, для степеневої – від 0,04 до  $0,06 \text{ м}^2$  та від 0,02 до  $0,03 \text{ м}^2$  відповідно. Значення середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів  $k_1, k_2$  апроксимованих функцій для земельних ділянок в інтервалі площ від 1,0 до 10,0 га залежно від коефіцієнта видовженості для логарифмічної функції знаходиться в межах від 0,3 до  $0,5 \text{ м}^2$  і від 0,5 до  $0,8 \text{ м}^2$ , а для степеневої – від 0,20 до  $0,34 \text{ м}^2$  і від 0,04 до  $0,07 \text{ м}^2$  відповідно. Значення середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів  $k_1, k_2$  апроксимованих функцій для земельних ділянок в інтервалі площ від 10,0 до 100,0 га залежно від коефіцієнта видовженості для логарифмічної функції знаходиться у межах від 0,4 до  $0,5 \text{ м}^2$  і від 1,5 до  $2,0 \text{ м}^2$ , а для степеневої – від 0,33 до  $0,45 \text{ м}^2$  і від 0,04 до  $0,05 \text{ м}^2$  відповідно. При цьому значення середніх квадратичних похибок визначення коефіцієнтів апроксимованих функцій для земельних ділянок усіх трьох інтервалів площ значно менше від самих значень цих коефіцієнтів (табл. 1–7).

Для земельних ділянок в інтервалах площ від 0,1 до 1,0 га, від 1,0 до 10,0 га і від 10,0 до 100,0 га коефіцієнти детермінованості апроксимації логарифмічною функцією знаходяться у межах 0,96–0,98, 0,95–0,99 і 0,99 відповідно, а степеневою функцією – 0,97–0,98, 0,98–0,99 і 0,99–1,00 відповідно. Значення коефіцієнта детермінованості, близьке до одиниці, показує добрий ступінь збіжності апроксимованих значень з вихідними для обох функцій.

**Наукова новизна і практична значущість**

Наведені вище відповідні дані вказують на достовірність виконаної апроксимації логарифмічною і степеневою функціями.

У табл. 7 наведені функції апроксимації в явному вигляді, тобто формули обчислення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок. У формулах за  $S$  береться значення площі земельної ділянки у гектарах. При цьому, якщо площа земельної ділянки дорівнює точно 1 або 10 га, то для обчислення допустимої середньої квадратичної похибки площі земельної ділянки береться

формула з першого або другого інтервалу площ відповідно. Кількість знаків у коефіцієнтах апроксимованих функцій визначалась в такий спосіб, щоб похибки заокруглень не впливали на точність отриманих функцій.

Отже, одержані функції можна вважати робочими, а їх використання обґрунтованим для визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок. Отримані формули обчислення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок мають простий вигляд і ними можуть користуватись не тільки фахівці з геодезії.

Таблиця 7

**Формули обчислення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок**

Площа ЗД, га	Коефіцієнт видовженості $k$	Апроксимована функція логарифму	Апроксимована степенева функція
0,10–1,0	1	$m_{S_{\text{дон}}} = 3,4 \cdot \ln S + 12,0$	$m_{S_{\text{дон}}} = 12,60 \cdot S^{0,40}$
	2	$m_{S_{\text{дон}}} = 3,9 \cdot \ln S + 13,3$	$m_{S_{\text{дон}}} = 13,90 \cdot S^{0,40}$
	3	$m_{S_{\text{дон}}} = 4,0 \cdot \ln S + 14,3$	$m_{S_{\text{дон}}} = 14,80 \cdot S^{0,40}$
	4	$m_{S_{\text{дон}}} = 4 \cdot \ln S + 15,2$	$m_{S_{\text{дон}}} = 15,75 \cdot S^{0,40}$
	5	$m_{S_{\text{дон}}} = 4,4 \cdot \ln S + 16,5$	$m_{S_{\text{дон}}} = 17,10 \cdot S^{0,40}$
1,0–10,0	1	$m_{S_{\text{дон}}} = 7,3 \cdot \ln S + 11,6$	$m_{S_{\text{дон}}} = 12,70 \cdot S^{0,36}$
	2	$m_{S_{\text{дон}}} = 7,0 \cdot \ln S + 13,0$	$m_{S_{\text{дон}}} = 14,00 \cdot S^{0,33}$
	3	$m_{S_{\text{дон}}} = 7,4 \cdot \ln S + 13,4$	$m_{S_{\text{дон}}} = 14,30 \cdot S^{0,34}$
	4	$m_{S_{\text{дон}}} = 7,5 \cdot \ln S + 14,9$	$m_{S_{\text{дон}}} = 15,90 \cdot S^{0,32}$
	5	$m_{S_{\text{дон}}} = 7,4 \cdot \ln S + 16,6$	$m_{S_{\text{дон}}} = 17,50 \cdot S^{0,29}$
10,0–100,0	1	$m_{S_{\text{дон}}} = 11,0 \cdot \ln S + 3,1$	$m_{S_{\text{дон}}} = 15,70 \cdot S^{0,27}$
	2	$m_{S_{\text{дон}}} = 11,6 \cdot \ln S + 2,0$	$m_{S_{\text{дон}}} = 16,30 \cdot S^{0,27}$
	3	$m_{S_{\text{дон}}} = 12,0 \cdot \ln S + 2,7$	$m_{S_{\text{дон}}} = 16,90 \cdot S^{0,27}$
	4	$m_{S_{\text{дон}}} = 12,5 \cdot \ln S + 3,1$	$m_{S_{\text{дон}}} = 17,80 \cdot S^{0,27}$
	5	$m_{S_{\text{дон}}} = 13,0 \cdot \ln S + 2,8$	$m_{S_{\text{дон}}} = 18,50 \cdot S^{0,27}$

**Висновки:**

1. Встановлено, що середні квадратичні похибки площ земельних ділянок можуть бути добре апроксимовані за допомогою квадратичної, натурального логарифма та степеневої функцій.

2. Згідно із запропонованими рівняннями, можна обчислювати середні квадратичні похибки за різних середніх квадратичних похибок визначення координат точок кутів поворотів меж земельних ділянок.

3. Наведені рівняння (табл. 7) можуть бути використані у виробничому процесі геодезичними і землепорядними організаціями, територіальними підрозділами Державного агентства земельних ресурсів України та регіональними Центрами державного земельного кадастру України, їх контролюючими органами для швидкого визначення та перевірки значень допустимих похибок площ земельних ділянок, а також у навчальному процесі.

Перспектива подальших досліджень полягає у застосуванні методу інтерполяції під час вирішення порушеної проблеми.

**СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

- Барановський В.Д. Топографо-геодезичне та картографічне забезпечення ведення Державного земельного кадастру. Визначення площ територій / В.Д. Барановський, Ю.О. Карпінський, А.А. Лященко / за заг. ред. Ю.О. Карпінського. – К.: НДГК, 2009. – 92 с.: іл. – (Сер. “Геодезія, картографія, кадастр”).
- Брынь М.Я. О точности определения планового положения межевых знаков участков урбанизированных земель / М.Я. Брынь [Текст] // Геодезія, картографія та аерофотознімання. – 2007. – Вип. 69. – С. 164–167.
- Войтенко С.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Метод найменших квадратів: навч. посіб. – К.: КНУБА, 2005. – 236 с.
- Заєць І.М. Інфраструктура єдиної високоточної системи координат існує! / Заєць І.М., Карпінський Ю.О. [Текст] // Вісник геодезії та картографії – 2011. – № 4. – С. 4–9.
- Земельний кодекс України від 25.10.2001 р. № 2768-III, із змінами і доповненнями, внесеними законом України від 20.11.2012 р. № 5496-VI.
- Інструкція про встановлення (відновлення) меж земельних ділянок в натурі (на місцевості) та їх закріплення межовими знаками, затверджена наказом Державного комітету України із земельних ресурсів від 18.05.2010 р. № 376, із змінами і доповненнями, внесеними наказом Державного комітету України із земельних ресурсів від 25.02.2011 р. № 117.
- Керівний технічний матеріал “Інвентаризація земель населених пунктів (наземні методи)”, затверджений наказом ГУГКК від 02.02.1993 р. № 6. – К., 1993.
- Кренида Ю.Ф. Экономическая целесообразность заданной точности определения координат вершин углов поворота границ земельного участка / Ю.Ф. Кренида, Д.Б. Чуганский, А.С. Жаткина. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: <http://ea.donntu.edu.ua:8080/jspui/bitstream/123456789/7055/1/krenida.pdf>.
- Кубах С. Вплив стану геодезичної основи на точність визначення геометричних параметрів земельних ділянок [Текст] / С. Кубах // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2010. – № 73. – С. 14–21.
- Мельничук О. Сучасні проблеми землеустрою та способи їх вирішення / О. Мельничук, П. Черняга. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: URL: <http://ena.lp.edu.ua:8080/bitstream/ntb/10571/1/28.pdf>.
- Положення про земельно-кадастрову інвентаризацію земель населених пунктів, затверджене наказом Державного комітету України по земельних ресурсах від 26.08.1997 р. № 85.
- Порядок проведення інвентаризації земель, затверджений Постановою Кабінету Міністрів України від 23.05.2012 р. № 513, із змінами і доповненнями, внесеними Постановою Кабінету Міністрів України від 20.02.2013 р. № 154.
- Рябчій В. Визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок за межами населених пунктів / В. Рябчій, М. Трегуб [Текст] // Геодезія, картографія та аерофотознімання. – 2011. – Вип. 74. – С. 136–142.
- Рябчій В.А. Визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок обчислення площ земельних ділянок у різних типах населених пунктів / В.А. Рябчій, В.В. Рябчій, М.В. Трегуб [Текст] // Геодезія, картографія та аерофотознімання. – 2011. – Вип. 75. – С. 157–167.
- Рябчій В.А. Визначення допустимої зміни площі земельної ділянки за результатами повторних геодезичних вимірів / В.А. Рябчій, В.В. Рябчій, Н. Кашина [Текст] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва // зб. наук. праць. – Львів, 2010. – Вип. I (19). – С. 103–106.
- Рябчій В.А. Встановлення точності визначення площ земельних ділянок під малими об'єктами нерухомості / В.А. Рябчій, В.В. Рябчій, О. Янкін [Текст] // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва // зб. наук. праць. – Львів, 2010. Вип. II (20). – С. 204–208.
- Рябчій В.В. Дослідження та апроксимація функції визначення допустимих середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок / В.В. Рябчій, М.В. Трегуб [Текст] // Геодезія, картографія та аерофотознімання. – 2012. – Вип. 76. – С. 117–126.

В.В. РЯБЧИЙ, М.В. ТРЕГУБ<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Кафедра геодезии, Государственное высшее учебное заведение “Национальный горный университет”, г. Днепропетровск, пр. К. Маркса, 19; тел.: +38(0562)472411, +38(056)3730720; эл. почта: RyabchyV@nmu.org.ua.

### АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ СРЕДНИХ КВАДРАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПЛОЩАДЕЙ ЗЕМЕЛЬНЫХ УЧАСТКОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИХ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ

**Целью** данной статьи является исследование результатов аппроксимации функций вычисления средних квадратических ошибок площадей земельных участков для определения такой функции аппроксимации, которая бы позволяла наиболее точно вычислять значения допустимых средних квадратических ошибок площадей в зависимости от размера и коэффициента удлиненности земельного участка. **Методика.** Для выполнения поставленной цели выполнена аппроксимация функций методом наименьших квадратов. Для аппроксимации использованы две функции – натурального логарифма и степенная, а также выполнена оценка точности. **В результате** исследования установлено, что средние квадратические погрешности площадей земельных участков хорошо описываются этими двумя функциями, что подтверждается полученными значениями коэффициентов детерминированности, близкими к единице. **Научная новизна** проведенного исследования заключается в том, что установленные математические зависимости позволяют дифференцированно в зависимости от значения площади и коэффициента удлиненности устанавливать допустимые средние квадратические погрешности определения площадей земельных участков размером от 0,1 до 100 га. Они дают практически одинаковые результаты для предложенных функций. **Практическая значимость.** Приведены соответствующие выводы и предложения по разработанным математическим моделям (формулам), которые могут быть использованы геодезическими и землеустроительными организациями, территориальными подразделениями Государственного агентства земельных ресурсов Украины и региональными центрами государственного земельного кадастра Украины, их контролирующими органами для быстрого определения и проверки значений допустимых погрешностей площадей земельных участков, а также в учебном процессе.

*Ключевые слова:* аппроксимация; оценка точности; средняя квадратическая погрешность; земельный участок; площадь земельного участка; коэффициент удлиненности земельного участка.

V.V. RIABCHII, M.V. TRENHUB<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> Department of Geodesy, State Higher Educational Institution “National Mining University”, Dnepropetrovsk, K. Marks av., 19, tel.: 0-562-47-24-11 0 -56-373-07-20, e-mail: RyabchyV@nmu.org.ua.

### APPROXIMATION OF FUNCTIONS OF ROOT MEAN SQUARE ERRORS OF LAND PARCELS AREAS TO DETERMINE THEIR ALLOWABLE VALUE

**The purpose** of this article is the research of results of approximation of functions of calculation of the mean-square errors of land parcels areas to determine such approximation function, which would allow most accurately calculate the permissible values of mean square errors depending on the size and elongation of land parcel. **Methods.** To meet the goal an approximation of functions by the method of least squares was performed. Two functions were used for approximation – the natural logarithm and power, as well as the evaluation of the accuracy was done. The study found that the mean square error of the areas of land parcels are well described by these two functions, that is confirmed by the obtained values of the coefficient of determination which are close to unity. **Scientific novelty** of this study lies in the fact that the established mathematical dependences allow differentially depending on the area of land parcel and elongation coefficient to establish allowable mean square error of the determination of areas of land parcels with size from 0.1 to 100 ha. Both functions provide almost equal results. **The practical significance.** The corresponding conclusions and suggestions on developed mathematical models (formulas) that can be used by geodetic and land management organizations, territorial divisions of the State Agency of Land Resources of Ukraine and regional centers of the State Land Cadastre of Ukraine, their supervisory authorities to quickly identify and verify the values of the land parcels areas errors, as well as in the educational process.

*Key words:* approximation; estimation accuracy; root mean square error; land parcel; land parcel area; the elongation coefficient of land parcel.

## REFERENCES

- Baranovskiy V.D., Karpinskiy Yu.O., Liashchenko A.A., *Topografo-heodezychne ta kartografichne zabezpechennia vedennia derzhavnoho zemelnogo kadastru*. [Topographic, geodetic and cartographic maintenance of the state land cadaster]. *Vyznachennia ploshch terytorii* [Determination of territories areas]. [Text] Za zah. red. Kyiv, NDHIK, 2009, 92 s.: il. (Ser. "Heodeziia, kartohrafiia, kadastr") [Geodesy, Cartography, Cadastre series].
- Brin M.Ya. *O tochnosti opredelenyia planovoho polozhenyia mezhevykh znakov uchastkov urbanyzovannykh zemel* [About the accuracy of determining the position of landmarks of land parcels in urban territories], M.Ya. Brin [Text], Heodeziia, kartohrafiia ta aerofotoznimannia [Geodesy, cartography and aerial photography]. 2007, issue 69, pp. 164–167.
- Voitenko S.P. *Matematychna obrobka heodezychnykh vymiriv. Metod naimenshykh kvadratov: Navchalnyi posibnyk*, [Mathematical processing of geodetic measurements. The method of least squares : Manual] Kyiv, KNUBA, 2005. 236 p.
- Zaiets I.M., Karpinskiy Yu.O. *Infrastruktura yedynoi vysokotochnoi systemy koordynat isnuie!* [Infrastructure of precision coordinate systems exist!]. [Text] Visnyk heodezii ta kartohrafiu [Bulletin of Surveying and Mapping]. 2011, no. 4, p. 4–9.
- Zemelnyi kodeks Ukrainy [Land Code of Ukraine] vid 25.10.2001, № 2768-III, iz zminamy i dopovnnennamy, vnesenyi Zakonom Ukrainy [with changes and additions according to the Law of Ukraine] at 20.11.2012, no. 5496–VI.
- Instruktsiia pro vstanovlennia (vidnovlennia) mezh zemelnykh dilianok v naturi (na mistsevosti) ta yikh zakriplennia mezhovymy znakamy, zatverdzhena nakazom Derzhavnoho komitetu Ukrainy iz zemelnykh resursiv vid [Instructions on installing (updating) the boundaries of land parcels in nature (on the ground) and their demarcation using boundary markers, approved by the State Committee of Ukraine for Land Resources]. 18.05.2010, № 376, iz zminamy i dopovnnennamy, vnesenyi nakazom Derzhavnoho komitetu Ukrainy iz zemelnykh resursiv [with changes and additions according to the order of the State Committee of Ukraine for Land Resources] at 25.02.2011 № 117.
- Kerivnyi tekhnichnyi material "Inventoryzatsiia zemel naselennykh punktiv (nazemni metody)" [Managing technical material "Inventory of inhabited areas ( ground techniques )"], approved by HUHKK at 02.02.1993 no. 6. Kyiv, 1993.
- Krenyda Yu.F., Chuhanskyi D.B., Zhatkyna A.S. *Ekonomycheskaia tselesoobraznost zadanoi tochnosti opredelenyia koordynat vershyn uhlov povorota hranyts zemelnogo uchastka* [Economic feasibility of a given accuracy of the coordinates of points of the rotation of land boundaries]. [Web resource], URL: <http://ea.donntu.edu.ua:8080/jspui/bitstream/123456789/7055/1/krenida.pdf>.
- Kubakh S. *Vplyv stanu heodezychnoi osnovy na tochnist vyznachennia heometrychnykh parametriv zemelnykh dilianok* [Influence of geodetic network for the accuracy of the geometric parameters of land]. [Text] Heodeziia, kartohrafiia i aerofotoznimannia. [Geodesy, cartography and aerial photography]. 2010, no.73, pp. 14–21.
- Melnychuk O. Cherniaha P.D. *Suchasni problemy zemleustroiu ta sposoby yikh vyrishennia* [Recent developments in land use and their solutions]. [Web resource], URL: <http://ena.lp.edu.ua:8080/bitstream/ntb/10571/1/28.pdf>.
- Polozhennia pro zemelno-kadastrovu inventoryzatsiiu zemel naselennykh punktiv, zatverdzhene nakazom Derzhavnoho komitetu Ukrainy po zemelnykh resursakh [Regulations on land cadastre inventory of settlements approved by the State Committee of Ukraine for Land Resources] at 26.08.1997 no. 85.
- Poriadok provedennia inventoryzatsii zemel, zatverdzhenyi postanovoiu Kabinetu Ministriv Ukrainy [Conduct an inventory of land, approved by the Cabinet of Ministers of Ukraine] at 23.05.2012 № 513, iz zminamy i dopovnnennamy, vnesenyi postanovoiu Kabinetu Ministriv Ukrainy [with changes and additions approved by the Cabinet of Ministers of Ukraine] at 20.02.2013 no. 154.
- Riabchii V. Trehub M. *Vyznachennia dopustymykh znachen serednykh kvadratnykh pokhybok ploshch zemelnykh dilianok za mezhamy naselennykh punktiv* [Determination of permissible values of the mean square errors of land parcels areas outside the boundaries of settlements] [Text]. Heodeziia, kartohrafiia ta aerofotoznimannia. [Geodesy, cartography and aerial photography]. 2011, issue 74 pp. 136–142.
- Riabchii V.A., Riabchii V.V., Trehub M.V. *Vyznachennia dopustymykh znachen serednykh kvadratnykh pokhybok obchyslennia ploshch zemelnykh dilianok u riznykh typakh naselennykh punktiv* [Determination of allowable values

of mean square errors of land parcels areas in different types of settlements] [Text]. *Heodeziia, kartohrafiia ta aerofotoznimannia. [Geodesy, cartography and aerial photography]*. 2011, issue 75, pp. 157–167.

Riabchii V.A., Riabchii V.V, Kashyna N. *Vyznachennia dopustymoi zminy ploshchi zemelnoi dilianky za rezultatamy povtornykh heodezychnykh vymiriv* [Determination of allowable changes in the area of land parcels on the results of repeated geodetic measurements] [Text]. *Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva: Zb. nauk. prats* [Modern achievements of geodesy science and industry: Digest of scientific publications]. Lviv, 2010, issue I (19), pp. 103–106.

Riabchii V.A., Riabchii V.V., Yankin O. *Vstanovlennia tochnosti vyznachennia ploshch zemelnykh dilianok pid malymy ob'ektamy nerukhomosti* [Tekst]. *Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva, Zb. nauk. prats*. [Modern achievements of geodesy science and industry. Digest of scientific publications]. Lviv, 2010, issue, II (20), pp. 204–208.

Riabchii V.V., Trehub M.V *Doslidzhennia ta aproksymatsiia funktsii vyznachennia dopustymykh serednikh kvadratnykh pokhybok ploshch zemelnykh dilianok* [Research and approximation of functions determine permissible mean square errors of land parcels areas] [Text]. *Heodeziia, kartohrafiia ta aerofotoznimannia. [Geodesy, cartography and aerial photography]*. 2012, issue 76, pp. 117–126.

Надійшла 9.12.2013 р.