

УДК 521.21/22

О. М. МАРЧЕНКО¹, О. М. ЛОПУШАНСЬКИЙ²¹ Кафедра вищої геодезії та астрономії, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна, 79013² Кафедра геодезії, Національний університет “Львівська політехніка”, вул. С. Бандери, 12, Львів, Україна, 79013, тел.: +380632968800, ел. пошта: mister.sa.lo@gmail.com

ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОІДА, ПОЛЯ СИЛИ ТЯЖІННЯ ТА ТОПОГРАФІЇ ЧОРНОГО МОРЯ ЗА ДАНИМИ СУПУТНИКОВОЇ АЛЬТИМЕТРІЇ

Мета. Мета роботи – розробити методіку розв’язування основного завдання геодезії на акваторіях шляхом використання даних супутникової альтиметрії, а саме – визначити стаціонарну топографію Світового океану відносно геоїда. Метод супутникової альтиметрії як порівняно новий підхід високоточного супутникового знімання забезпечує різні галузі наук про Землю найповнішою інформацією про стан океану та його зміни в часі, яку використовують, зокрема в наукових дослідженнях геодезії, океанографії та кліматології. Моделі динамічної топографії океану основані головню на даних альтиметрії. **Методика.** Методика ґрунтується на інверсії висот поверхні моря або визначення залишкових Δg аномалій сили тяжіння за залишковими висотами геоїда, $\delta\zeta$ виконується також у межах процедури видалення-відновлення та засновується на оберненій формулі Молоденського і фундаментальному співвідношенні фізичної геодезії, записаному через висоти геоїда. З появою супутникових технологій поверхня Світового океану картографується з рівнем точності в 1–5 см за допомогою дуже простого методу, який базується на альтиметричних вимірах різних супутникових місій. Виміри відстані від бортового супутникового альтиметра до океанічної поверхні та визначення його положення в просторі на основі SLR, GNSS, або DORIS-технологій відкриває можливість обчислення висот SSH (Sea Surface Heights) поверхні океану над прийнятим референці-еліпсоїдом. За попереднього опрацювання даних SSH за рахунок введення поправок за вплив середовища та різноманітних геофізичних факторів до вихідної інформації, які залежать від часу, в результаті чого обчислюються скореговані висоти рівня океану CorSSH. Серед останніх особливо слід виділити найвпливовіші поправки, які пов’язані з припливним ефектом Сонця і Місяця. Ці ефекти поділено на дві частини: океанічний приплив і приплив твердої Землі. Океанічний приплив являє собою відхилення миттєвої океанічної поверхні відносно її середнього значення. Середньою поверхнею може бути, наприклад, поверхня, яка визначена за даними спостережень мареографів. Поправка за припливи твердої Землі пов’язана головню з класичними деформаціями еластичної Землі і вміщує прямий та непрямий ефекти. Незбурена поверхня океану названа геоїдом, або основною рівневою поверхнею, і є однією з найважливіших референсних поверхонь у науках про Землю. При цьому до 1983 р. в обчисленні геоїда не брали до уваги будь-які ефекти, пов’язані з припливами. У 1983 р. згідно з резолюцією IAG поверхню геоїда стали будувати з врахуванням непрямого припливу твердої Землі. **Наукова новизна і практична значущість.** Амплітуда висот геоїда, побудованого за даними CorSSH, відносно загальноземного еліпсоїда GRS80, не перевищує значень ± 100 м. Інша ситуація спостерігається в океанографії, де найціннішими даними стають відхилення рівня океану від геоїда, які отримали назву висот топографії моря SST (Sea Surface Topography) з амплітудою ± 2 м. **Результати.** За останні два роки основні моделі гравітаційного поля Землі побудовані за даними супутника GOCE, як правило, до 250 степеня\порядку. На основі цих моделей GOCE, застосовуючи процедуру видалення-відновлення, в роботі розглянуто та вирішено задачі побудови висот SSH за фільтрованими, поля висот аномалій сили тяжіння, побудова гравіметричного квазігеоїда та обчислення стаціонарної моделі топографії моря.

Ключові слова: альтиметрія; поле сили тяжіння; гравітаційне поле; GOCE; квазігеоїд.

Вступ

З погляду геодезії та океанографії вивчення поверхні Світового океану має такі міждисциплінарні властивості: геодезія використовує дані супутникової альтиметрії для опрацювання даних CorSSH з метою побудови високоточного

геоїда та поля аномалій сили тяжіння на морі; океанографія використовує геоїд як референсну поверхню для вивчення SST та різноманітних залежних і незалежних від часу ефектів. Крім того, SST може бути побудована і шляхом комбінації океанографічних даних (прямі

виміри швидкості течій) з геодезичними (альтиметрія і геоїд). Амплітуда висот такої комбінованої моделі топографії моря SST відносно геоїда не перевищує значення $\pm 1-2$ м. Для правильного опрацювання різнорідних даних у побудові моделей гравітаційного поля Землі шляхом переходу від таких даних альтиметрії, як CorSSH до висот геоїда, застосовують таке базове рівняння

$$\text{CorSSH}(t) = SST(t) + N = \text{CorSSH} = SST + N. \quad (1)$$

Співвідношення (1) має місце лише в тому випадку, коли всі елементи (1) задані в єдиній припливній системі. На практиці, однак, ми отримуємо складнішу ситуацію. Висоти геоїда згідно з рекомендаціями IAG задають або у системі TFS (Tide Free System) вільній від припливів, або у припливній системі ZFTS (Zero Frequency Tide System), де присутній лише непрямий постійний припливний ефект. На відміну від останнього, альтиметричний продукт CorSSH (ліва частина рівняння (1)) міжнародних океанографічних служб NASA і AVISO традиційно задано в середній припливній системі MTS (Mean Tide System), яка характерна прямим і непрямим припливними ефектами твердої Землі (Rio, Schaeffer, 2009). Зрозуміло, що для практичного використання (1) всі компоненти треба звести до єдиної системи. Згідно з IERS Conventions (2003) (McCarthy, Petit, 2004), для обчислення зонального коефіцієнта \bar{C}_{20}^{zf} в припливній системі нульової частоти ZFTS застосовують таке співвідношення:

$$\bar{C}_{20}^{zf} = \bar{C}_{20}^{df} - 3.1108 \cdot 10^{-8} \cdot 0.3 / \sqrt{5}, \quad (2)$$

де прийнято номінальне $k_2 = 0.3$ число Лява.

Інший шлях – це введення редукції ΔN з визначенні висот поверхні квазігеоїда. В результаті така поправка ΔN може вразовуватись у застосуванні значення гармонічних коефіцієнтів у системі TFS, вільній від припливів

$$\Delta N = -0.198 k_2 \left(\frac{3}{2} \sin^2 B - \frac{1}{2} \right). \quad (3)$$

Тепер висоти геоїда просто трансформуються на основі (2) або (3) з системи TFS в значення N у системі ZFTS (N_{ZFTS}). Для цього потрібно враховувати постійні зміни у висотах, спричинені притяганням Сонця і Місяця.

Грунтуючись на постійній припливній редукції, можемо визначити необхідну поправку, яка вноситься у геоїд N_{ZFTS} у системі ZFTS, щоб отримати висоти геоїда N_{MTS} у системі MTS:

$$N_{MTS} = N_{ZFTS} - 0.198 \left(\frac{3}{2} \sin^2 B - \frac{1}{2} \right). \quad (4)$$

Згідно з (4) припливні системи приймають найбільші значення саме в полярних регіонах Землі. Якщо висоти геоїда N_{TFS} задані у системі TFS, то середні висоти геоїда N_{MTS} можна отримати шляхом комбінації двох поправок (19) та (20):

$$N_{MTS} = N_{TFS} - 0.198(1 + k_2) \left(\frac{3}{2} \sin^2 B - \frac{1}{2} \right). \quad (5)$$

Отже, висоти топографії океанічної поверхні SST визначено як різницю між середньою поверхнею океану і середніми висотами геоїда (4), (5):

$$SST = \text{CorSSH} - N_{MTS}. \quad (6)$$

Іноді зручно представляти SST набором сферичних гармонічних коефіцієнтів. На особливу увагу тут заслуговує повністю нормалізований гармонічний коефіцієнт другого порядку (2) в топографії поверхні океану, як це описано вище. Складова SST відповідає довгохвильовому осередненню океанічних течій або їх найстабільнішим циркуляціям (Marchenko, Tretyak, 2010). Типовим прикладом є відома течія Гольфстрім, осереднення якої за рік збігається з різними даними, починаючи з XVII століття. Північно-південний (меридіональний) градієнт SST є пропорційним до східно-західної (зональної) компоненти швидкості геострофічної океанічної поверхневої течії. Зональний градієнт SST є пропорційним швидкості в меридіані. Зауважимо, що геострофічні течії відповідають такому поверхневому руху морської води, який зумовлений балансом дій гравітаційних сил і ефекту Коріоліса (без врахування впливу сили тертя). В такому випадку гравітаційний ефект контролює нахил поверхні океану, а густина води залежить від горизонтальних змін температури та солоності. Геострофічні течії належать до класу великомасштабних горизонтальних циркуляцій, які залежать від градієнтів густини, що задаються поверхневим теплом та солоністю води.

Мета

Мета роботи – розробити методику розв’язування основного завдання геодезії на акваторіях шляхом використання даних супутникової альтиметрії, а саме – визначити стаціонарну топографію Світового океану відносно геоїда. Метод супутникової альтиметрії як відносно новий підхід високоточного супутникового знімання забезпечує різні галузі наук про Землю найповнішою інформацією про стан океану та його зміни в часі, яка використовується, зокрема, в наукових дослідженнях геодезії, океанографії та кліматології. Моделі динамічної топографії океану ґрунтуються головню на даних альтиметрії.

Методика

Основні співвідношення. Розв’язування основної задачі фізичної геодезії – визначення еквіпотенціальної поверхні поля сили тяжіння W в земній системі координат формалізується традиційним рівнянням (Heiskanen, Moritz, 1967):

$$W(x, y, z) = W_0 = \text{const}, \quad (7)$$

де стали W_0 вибирають так, щоб поверхня геоїда була близькою до поверхні рівня моря. Відзначимо необхідність поділу концепцій “геоїда” та “квазігеоїда” на континентах, однак, на морі ці поверхні збігаються, оскільки ортометричні H^* та нормальні висоти H^γ дорівнюють одна одній. Квазігеоїд – це поверхня, отримана шляхом вилучення нормальної висоти з відхилення поверхні Землі відносно земного еліпсоїда. Оскільки поверхню геоїда не можна знайти коректно (Heiskanen, Moritz, 1967), зупинимось на визначенні аномалії висоти (або висоти квазігеоїда) шляхом розв’язку рівняння (7). Згідно з теорією Молоденського, якщо порівняти потенціал сили тяжіння $W = W_0$ в точці P на поверхні Землі

$$W(P) = U(P) + T(P) = W_0 = \text{const}, \quad (8)$$

з нормальним потенціалом $U = U_0$ референтного еліпсоїда в точці Q на поверхні телуроїда, яку ще називають гіпсометричною

$$U(Q) = U_0 = W(P) = W_0 = \text{const}, \quad (9)$$

і яка відповідає такому потенціалу $U(Q)$, що дорівнює потенціалу сили тяжіння $W(P)$ на поверхні Землі, то аномальний потенціал T , аномалія висоти ζ та аномалія сили тяжіння

Δg (в сенсі Молоденського) визначаються як

$$T(P) = W(P) - U(Q); \quad (10)$$

$$\zeta = H - H^\gamma; \quad (11)$$

$$\Delta g = g_P - \gamma_Q; \quad (12)$$

$$\Delta g = -\frac{\partial N}{\partial r} \gamma - \frac{2N}{r} \gamma \quad (13)$$

з нормальною силою тяжіння в точці Q на поверхні телуроїда (Heiskanen, Moritz, 1967):

$$\gamma_Q = \gamma_0 \left[1 - 2(1 + f + m - 2f \sin^2 B) \frac{H^\gamma}{a} + 3 \left(\frac{H^\gamma}{a} \right)^2 \right], \quad (14)$$

$$\gamma_0^{GRS80} = \gamma_a \frac{1 + k \sin^2 B}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}, \quad k = \frac{b\gamma_b}{a\gamma_a} - 1. \quad (15)$$

Співвідношення з константами GRS80 трансформується до такої форми:

$$\gamma_Q = \gamma_0^{GRS80} - k_1 H^\gamma + k_2 H^{\gamma^2};$$

$$k_1 = 0.308769(1 - 0.000440 \sin^2 B); \quad (16)$$

$$k_2 = 0.07212 \cdot 10^{-6},$$

де для обчислення $\gamma = \gamma_0$ на еліпсоїді приймається нормальна формула GRS80.

Фільтрація вихідних даних. Використовуючи висоти SSH в регіоні, що досліджується, доцільно виконати побудову висот геоїда N в цьому регіоні, які можуть відрізнятися від статичної моделі SSH_0 на рівні < 2 м. Фільтрація різниць $(SSH - N)$ призводить до регіональної моделі стаціонарної частини топографії океану SST_0 в регіоні Чорного моря на основі даних альтиметрії за період з 1992 по 2007 рр. з використанням моделі гравітаційного поля для техніки видалення-відновлення. Розходження у висотах геоїда не повинні перевищувати 10 см, що відповідає сучасному рівню точності (Seeber, 2003).

Рис. 1 ілюструє не тільки межі вибраного регіону, але й осереднені в часі висоти поверхні моря CorSSH супутникової альтиметричної місії ERS-1 (від червня 1992 до липня 1996), місії ERS-2 (від квітня 1995 до червня 2003), TOPEX/POSEIDON (від вересня 1992 до жовтня 2005), місії GFO (від січня 2000 до лютого 2007), JASON-1 (від січня 2002 до лютого 2007) та місії ENVISAT (від листопада 2002 до березня 2006). Рис. 2 демонструє відфільтровані дані SSH для обчислення висот рівня моря на рівномірній сітці із значеннями SSH_0 , що одержані за альтиметричними вимірами.

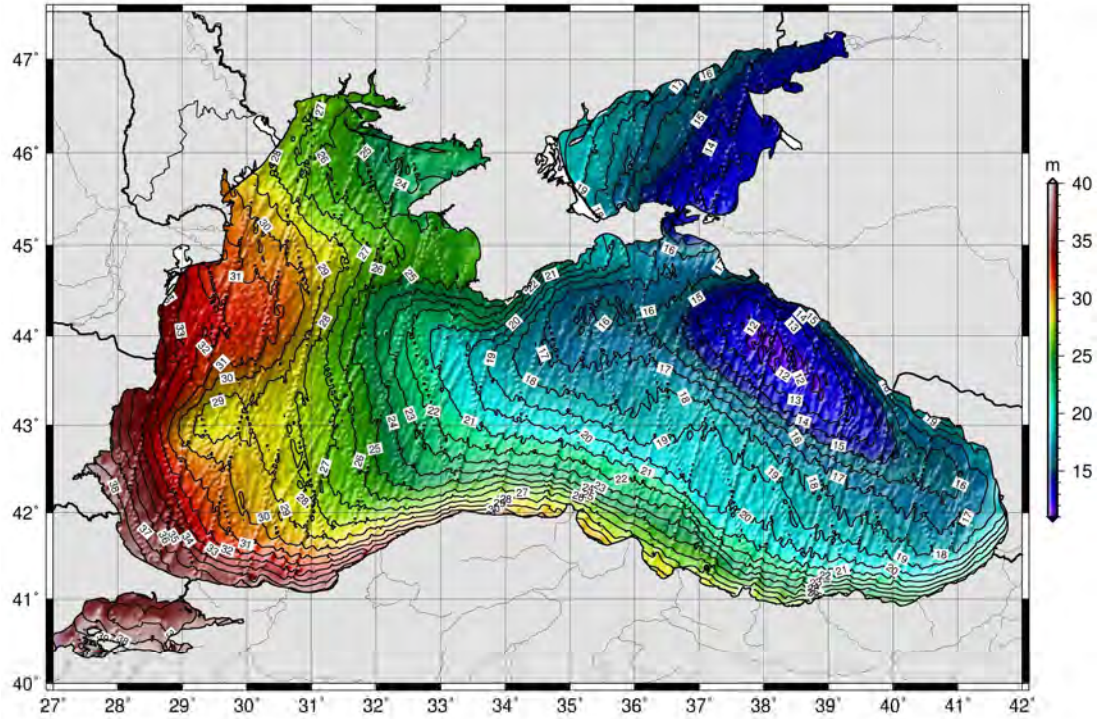


Рис. 1. Осереднені в часі скореговані висоти [м] поверхні моря CorSSH за даними GFO, ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, JASON-1 та ENVISAT в регіоні Чорного моря
Fig. 1. Adjusted and averaged sea surface height [m] CorSSH by GFO, ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, JASON-1 data in the Black Sea

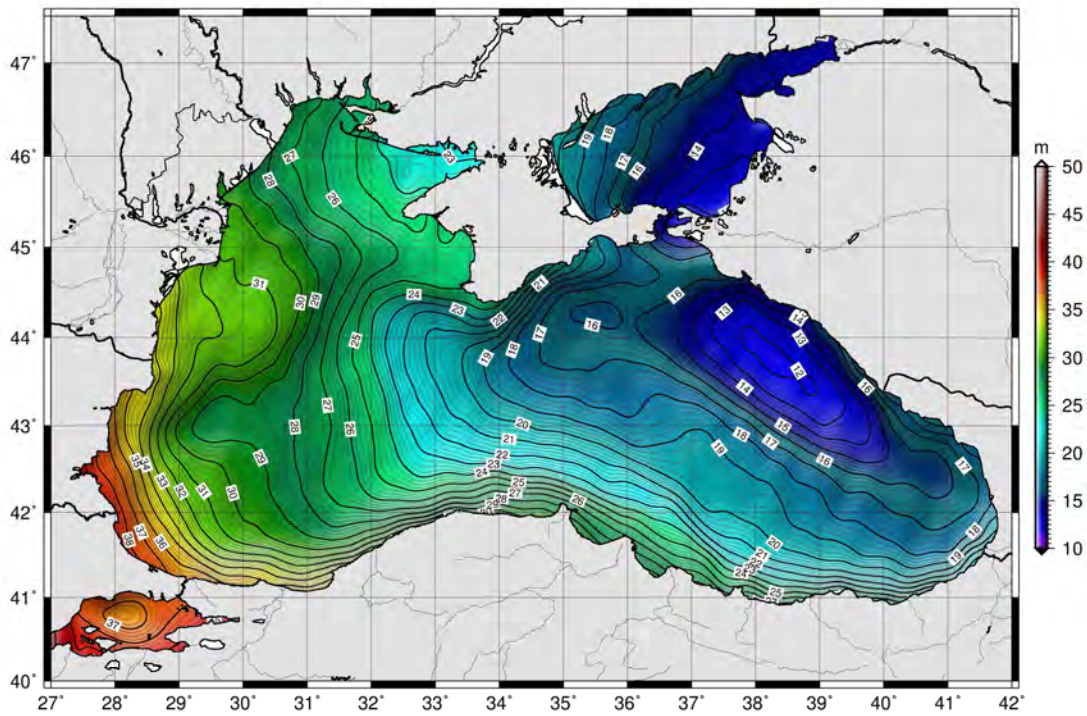


Рис. 2. Високочастотне згладжування висот SSH [м] фільтрацією за Гауссом
Fig. 2. High-frequency smoothing heights SSH [m] filtered by Gauss

Інверсія висот поверхні моря SSH в аномалії сили тяжіння Δg . Інверсія висот поверхні моря або визначення залишкових $\delta\Delta g$ аномалій сили тяжіння за залишковими висотами геоїда $\delta\zeta$ виконується також у межах процедури видалення-відновлення та ґрунтується на оберненій формулі Молоденського і фундаментальному співвідношенні фізичної геодезії, записаному через висоти геоїда



Рис. 3. Послідовність дій у процедурі видалення-відновлення аномалій сили тяжіння

Fig. 3. Procedure of the remove / restore of gravity anomalies

Послідовності дій у процедурі видалення-відновлення для визначення Δg відображена на рис. 3. Додатково до рис. 3 додано процес фільтрації даних SSH з метою високочастотного згладжування остаточних змін у часі, що включають вихідні дані SSH.

Інтеграл Стокса і обернена формула Стокса (формула Молоденського) можуть бути обчислені в спектральній області, як інтеграли типу згортки із застосуванням швидкого перетворення Фур'є (FFT). Згідно з теоремою згортки запишемо рівняння для інверсії функції Δg за даним аномальним потенціалом

$$\Delta g(\vartheta, \lambda, r) = \frac{1}{4\pi R} \iint_{\sigma} T(\vartheta', \lambda', R) \hat{Z}(\psi, r) d\sigma, \quad (17)$$

де ядро $\hat{Z}(\psi, r)$ умовно включає нульові члени нульового та першого степеня

$$\hat{Z}(\psi, r) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(n-1) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} P_n(\cos\psi); \quad (18)$$

$$\hat{Z}(\psi, r) = -R \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{r} \right) U(\psi, r). \quad (19)$$

Залишкові аномалії сили тяжіння, за аналогією з (17), визначаються за допомогою швидкого перетворення Фур'є (FFT), що застосовується до залишкових висот геоїда

$$\delta\Delta g(\vartheta, \lambda, r) = \frac{\gamma}{4\pi R} \iint_{\sigma_0} \delta N(\vartheta', \lambda', R) \hat{Z}(\psi, r) d\sigma$$

$$\delta N = \delta T / \gamma. \quad (20)$$

Ядро $\hat{Z}(\psi, r)$ не має гармоніки нульового степеня і може бути записано у іншій формі:

$$\hat{Z}(\psi, r) = Z(\psi, r) - \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} P_n(\cos\psi)$$

$$Z(\psi, r) = \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \cdot n \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2} P_n(\cos\psi). \quad (21)$$

Оскільки в $Z(\psi, r)$ не існує нульової гармоніки першого степеня, то її інтеграл по сфері рівний нулю, а (17) можна записати в формі оберненої формули Стокса

$$\Delta g(\vartheta, \lambda, r) = -\frac{T(\vartheta, \lambda, r)}{r} + \frac{1}{4\pi R} \cdot \iint_{\sigma} [T(\vartheta', \lambda', R) - T(\vartheta, \lambda, r)] Z(\psi, r) d\sigma. \quad (22)$$

Тобто, для залишкових висот геоїда δN , заданих на рівномірній сітці з кроком ΔB по широті ($B_l = B_1, B_2, \dots, B_K$) і ΔL по довготі, ($L_k = L_1, L_2, \dots, L_M$) інтеграл (20) можна написати в числовій формі через зручнішу робочу формулу для 2D перетворення Фур'є

$$\delta\Delta g(\vartheta, \lambda) = \frac{\gamma}{4\pi R}. \quad (23)$$

$$\cdot \sum_{i=0}^{K-1} \left(\sum_{j=0}^{M-1} \delta N(B'_{ij}, L'_{ij}) \cdot \cos B_j \cdot \hat{Z}(B_l - B_j, L_k - L_j, \bar{B}) \Delta L \right) \Delta B,$$

де \bar{B} – середня широта області σ_0 інверсії аномалій сили тяжіння. Застосовуючи двовимірне швидке перетворення Фур'є 2D FFT, яке реалізовано у комплексі програм Generic Mapping Tools (GMT) (Wessel, Smith, 2004), представимо рівняння в операторній формі (Sideris, 2005):

$$\delta\Delta g(B_l, L_k) = \frac{\gamma}{4\pi R} \mathbf{F}^{-1} \cdot \left\{ \mathbf{F}[\delta N(B_l, L_k) \cos B_l] \mathbf{F}[\hat{Z}(B_l, L_k, \bar{B})] \right\}, \quad (24)$$

де F – оператор прямого 2D перетворення Фур'є з просторової в частотну область; F^{-1} – оператор оберненого 2D перетворення Фур'є. Рівняння (24) дає можливість обчислити поле аномалій сили тяжіння у сферичній апроксимації одночасно в усіх точках ґрід, використовуючи для цього двовимірний 2D FFT метод швидкого перетворення Фур'є.

Побудова геоїда на основі процедури видалення – відновлення. Відзначимо, що побудова квазігеоїда скерована на апроксимації аномального потенціалу в рамках процедури видалення – відновлення і полягає у видаленні з вимірів добре відомої частини поля сили тяжіння перед апроксимацією залишкової частини у формі дискретно заданої функції, та його відновленні у висотах квазігеоїда після процесу наближення функцій. Отже, згідно з відновленням аномалії висоти в досліджуваному регіоні можна виконати за допомогою простого виразу

$$\zeta = \zeta_M + \zeta_T + \delta\zeta, \quad (25)$$

де ζ – аномалія висоти; ζ_M – внесок глобальної моделі гравітаційного потенціалу Землі з високим ступенем роздільної здатності; ζ_T – ефект топографічних мас у висоти квазігеоїда; $\delta\zeta$ – висоти залишкового квазігеоїда.

Співвідношення (25) традиційно пов'язане з таким рівнянням

$$\Delta g = \Delta g_M + \Delta g_T + \delta\Delta g, \quad (26)$$

де Δg – аномалії сили тяжіння; Δg_M – внесок тієї самої моделі геопотенціалу з високим ступенем роздільної здатності; Δg_T – ефект топографічних мас в аномалії сили тяжіння; $\delta\Delta g$ – залишкові аномалії сили тяжіння.

Зрозуміло, якщо $(\zeta_M, \Delta g_M)$ і $(\zeta_T, \Delta g_T)$ обчислені за допомогою однієї і тієї ж моделі геопотенціалу та топографії, відповідно, є можливою процедура видалення:

$$\delta\zeta = \zeta - (\zeta_M + \zeta_T); \quad (27)$$

$$\delta\Delta g = \Delta g - (\Delta g_M + \Delta g_T). \quad (28)$$

Для подальшої обробки даних сучасними методами, як вихідна інформація, використовується саме залишкове поле аномалій (28).

Отже, після обчислення (28) наступним кроком є пряме використання одного з методів апроксимації $\delta\zeta$ залишкових висот, застосовуючи як виміри аномалії $\delta\Delta g$. На основі обчислених значень ζ_M і ζ_T відновлюються висоти квазігеоїда на вибраній множині точок, що відображено на рис. 4 у формі послідовності дій у процедурі видалення-відновлення.

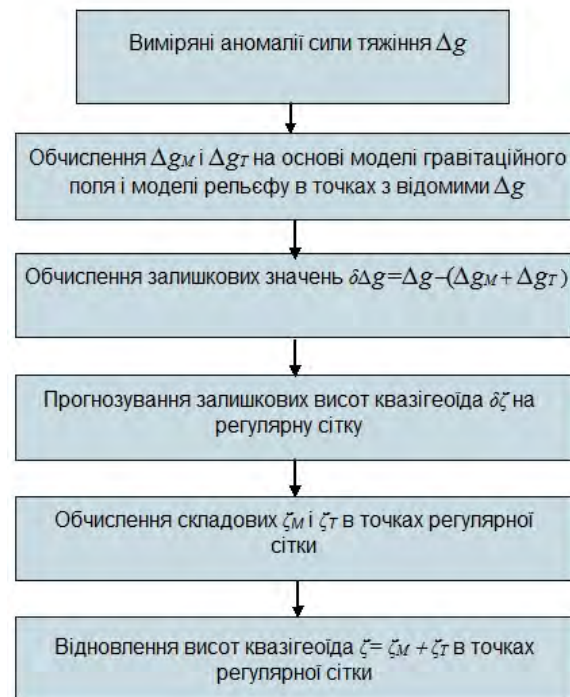


Рис. 4. Послідовність дій у процедурі видалення-відновлення
Fig. 4. Procedure of the remove/restore

Якщо гравіметричний геоїд будується для поверхні σ всієї Землі, наприклад, методом середньої квадратичної колокації (Moritz, 1989) або варіаційним методом фізичної геодезії, то за певного вибору нормального поля можна застосовувати таку умову:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\sigma} \Delta g d\sigma = M\{\Delta g\} = 0, \quad (29)$$

де символ M – оператор осереднення по поверхні сферичної Землі.

Відзначимо, що виконання умови (29) відповідає нульовим сферичним гармонікам у розкладі збурювального потенціалу T в ряд за сферичними функціями. В результаті умова

$$M\{T\} = 0 \quad (30)$$

має виконуватись для аномального потенціалу T . Умови (29) і (30), на жаль, не виконуються априорі саме в регіональних та локальних випадках, що і є головною причиною застосування в цьому разі процедури видалення-відновлення.

Класичний підхід застосування формули Стокса розглядають тепер як сучасний метод обчислення висот квазігеоїда в першому наближенні Молоденського за даними аномалій сили тяжіння Δg у межах процедури видалення-відновлення:

$$\delta\zeta(P) = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \iint_{\sigma_0} (\delta\Delta g_F) S(\psi) d\sigma, \quad (31)$$

де σ_0 відповідає інтегруванню по області вибраного регіону робіт, $\delta\Delta g_F$ – залишкова аномалія сили тяжіння Фая, яка формується за допомогою суми аномалії у вільному повітрі Δg та поправки за рельєф; $\delta\Delta g_F$ – залишкова висота квазігеоїда; R – середній радіус Землі; $\bar{\gamma}$ – середнє значення сили тяжіння; $d\sigma$ – елемент сферичної поверхні; ψ – сферична відстань від біжучої точки P до $d\sigma$; $S(\psi)$ – функція Стокса:

$$S(\psi) = \operatorname{cosec}(\psi/2) + 1 - 5 \cos \psi - 6 \sin(\psi/2) - 3 \cos \psi \ln[(\sin(\psi/2) + \sin^2(\psi/2))]. \quad (32)$$

Згадаємо тепер, що формула (31) передбачає необхідність обчислення поправки за рельєф в аномалії у вільному повітрі для визначення аномалій Фая як вихідної інформації для побудови квазігеоїда в першому наближенні Молоденського. Однак така поправка не є необхідною у визначенні геоїда на морських акваторіях. Тому на першому етапі обчислюємо у заданих вузлах інтегрування внесок у $\Delta g = \Delta g_F$ аномалій сили тяжіння моделі геопотенціалу, за рахунок чого операція видалення (28) трансформується до виразу

$$\delta\Delta g = \Delta g_F - \Delta g_M. \quad (33)$$

На другому етапі застосовуємо залишки $\delta\Delta g$ у формулі (31) для знаходження компоненти $\delta\zeta$ шляхом застосування швидкого перетворення Фур'є (FFT) у межах процедури “видалення-відновлення” – спочатку з величин Δg_F видаляється внесок глобальної моделі гравітаційного поля Землі і обчислюються значення залишкових аномалій $\delta\Delta g_F$ сили

тяжіння. Потім за відомими $\delta\Delta g_F$ методом FFT визначаються залишкові висоти квазігеоїда $\delta\zeta$. Після обчислення $\delta\zeta$ в цих точках відновлюються висоти квазігеоїда ζ за допомогою тієї ж моделі гравітаційного поля. Усі співвідношення описно в (Schwarz et al., 1990; Sideris, 2005; Марченко, Янчук, 2008), тому для функції Стокса формула Молоденського запишеться з $B_l = B_1, B_2, \dots, B_N$:

$$\begin{aligned} \sin^2(\psi/2) &\approx \sin^2(B_p - B)/2 + \\ &+ \sin^2(L_p - L)/2 (\cos^2 \bar{B} - \sin^2(B_p - B)/2). \end{aligned} \quad (34)$$

Крім того, враховуючи можливість використання планової апроксимації функції Стокса або її запису з наближенням, замість обчислення залишкових висот квазігеоїда в просторовій області їх можна знайти шляхом переходу в частотну область використанням як одновимірного 1D, так і двовимірного 2D перетворення Фур'є FFT. Застосовуючи двовимірне швидке перетворення Фур'є 2D FFT, яке реалізовано у комплексі програм Generic Mapping Tools (GMT) (Wessel, Smith, 2004) представимо в операторній формі (Sideris, 2005):

$$\delta\zeta(B_l, L_k) = \frac{R}{4\pi\bar{\gamma}} \mathbf{F}^{-1} \times$$

$$\times \{ \mathbf{F}[\delta\Delta g(B_i, L_k) \cos B_i] \mathbf{F}[S(B_i, L_k, \bar{B})] \}. \quad (35)$$

Отже, після обчислення залишкових висот квазігеоїда на основі (35) та операції “відновлення” $\zeta = \zeta_M + \delta\zeta$ отримуємо шукані висоти квазігеоїда.

Побудова статичної моделі SSH₀ висот поверхні моря. Простий аналіз рис. 1 показує, що простого осереднення недостатньо за рахунок присутності в даних CorSSH таких компонент, які є змінними у часі. Оскільки осереднення виконується у просторі/часі, то точність моделей різних редукацій з 1992 по 2007 рр. явно міняється і може не відповідати сучасним вимогам. З подальших досліджень буде видно, що в такому випадку причиною розбіжностей є використання осереднених висот топографії океану, які наближено дорівнюють висотам геоїда і можуть мати постійні відхилення. Тому в наступному розділі ми переходимо до високочастотної фільтрації даних SSH, побудови згладженої поверхні SSH, побудови поля аномалій сили тяжіння, побудови регіонального гравіметричного геоїда та регіо-

нальної моделі стаціонарної частини топографії океану відносно поверхні цього гравіметричного геоїда.

Як уже зазначено вище, систематичний вплив різних течій на осереднені дані мареографів не дає змоги виконати просту перевірку одержаної моделі поверхні геоїда на незалежних даних про середні висоти рівня океану. Найдоцільнішим підходом у такій ситуації є побудова моделі стаціонарної частини SST_0 топографії океану та вивчення залежних від часу SST_0 її компонент. Такий підхід призводить до необхідності розв'язування низки додаткових задач, а саме: побудови поля Δg (рис. 5) за фільтрованими SSH_0 методом швидкого перетворення Фур'є (в рамках процедури "видалення-відновлення"), що дає змогу суттєво зменшити вплив систематичних ефектів, які присутні в даних SSH_0 на рис. 6; побудови гравіметричного квазігеоїда (рис. 6) в рамках процедури "видалення-відновлення" (методом швидкого перетворення Фур'є).

Після приведення гравіметричного квазігеоїда до середньої припливної системи можна отримати висоти топографії моря (рис. 8) для досліджуваного регіону на основі

$$SST = CorSSH - N_{MTS}, \quad (36)$$

де $CorSSH$ є значеннями висот рівня моря, одержаних із альтиметричних вимірів у системі

MTS ; SST – ("сирі") висоти поверхні моря відносно поверхні геоїда, які обтяжені похибками, що залежать від часу за рахунок неточності моделювання різних ефектів, що залежать від часу (Andersen, Knudsen, 2004).

Рис. 8 ілюструє наявність у сирих значеннях SST високочастотних залишків різних редукцій, які залежать від часу. Цей факт призводить до необхідності проведення фільтрації сирих даних SST , обчислених лише на основі виразу (36), одним із відомих методів. Фільтрація даних може бути виконана, наприклад, застосуванням фільтра Гаусса, який характеризується відмежуванням високочастотних шумів із сигналу, представленого на рис. 2, 7 і є одним з найпопулярніших методів фільтрації. При цьому центральний елемент має найбільше значення і відповідає піку нормального розподілу Гаусса. В межах вибраного вікна фільтрації значення решти елементів зменшуються в міру віддалення від центрального елемента згідно з добре відомим нормальним законом. Відзначимо, що незалежно від вибору одного з методів фільтрації в результаті буде отримана модель стаціонарної частини SST_0 топографії океану, яка дає змогу провести як незалежну перевірку геоїда, так і якість самої моделі SST_0 на вибраних футштоках.

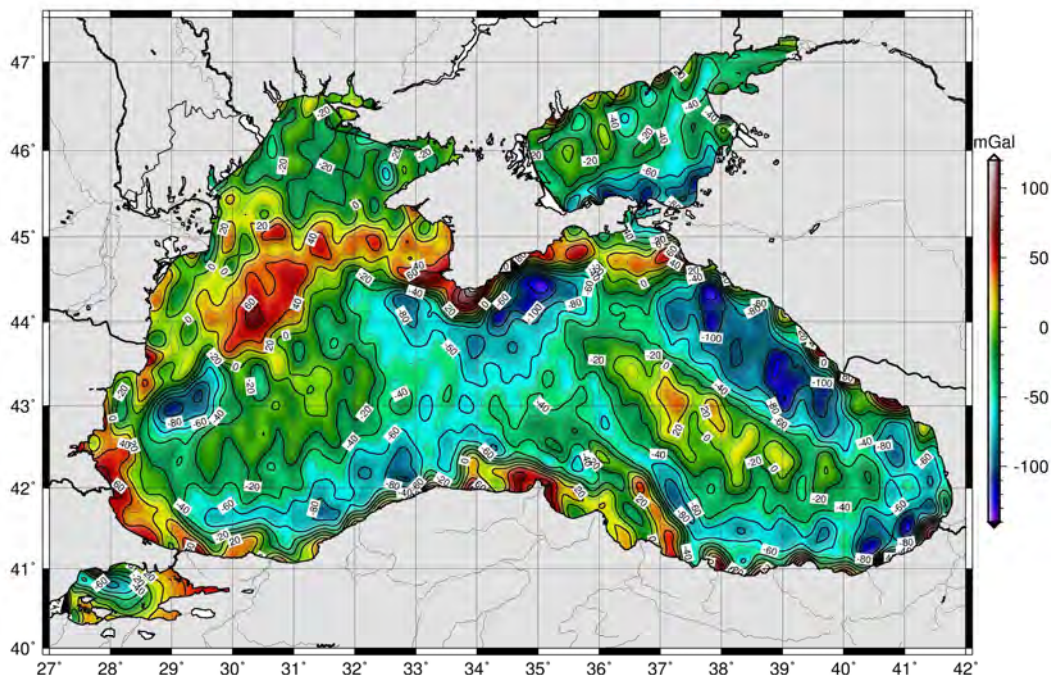


Рис. 5. Визначення аномалії сили тяжіння [мГал] за альтиметричними даними на регіон Чорного моря
 Fig. 5. Determination of gravity anomalies [mGal] for altimetric data for the Black Sea region

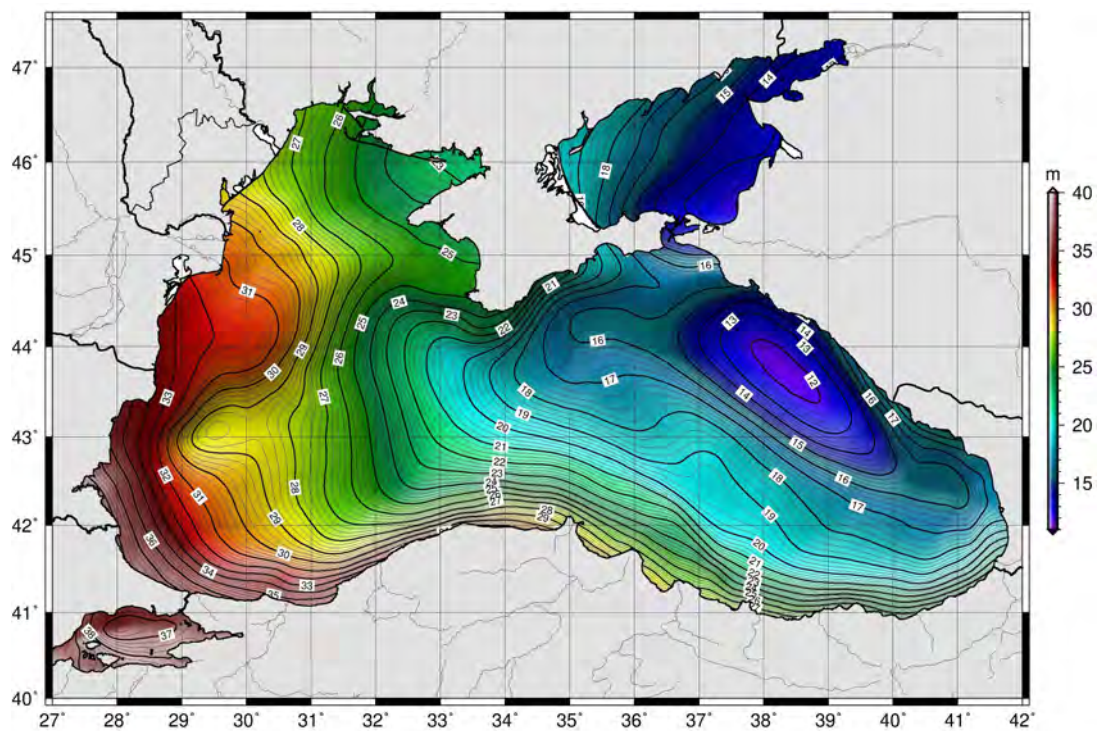


Рис. 6. Висоти геоїда [м] на регіон Чорного моря побудовані за даними Δg (рис. 8)
 Fig. 6. Geoid heights [m] on the Black Sea constructed by Δg data

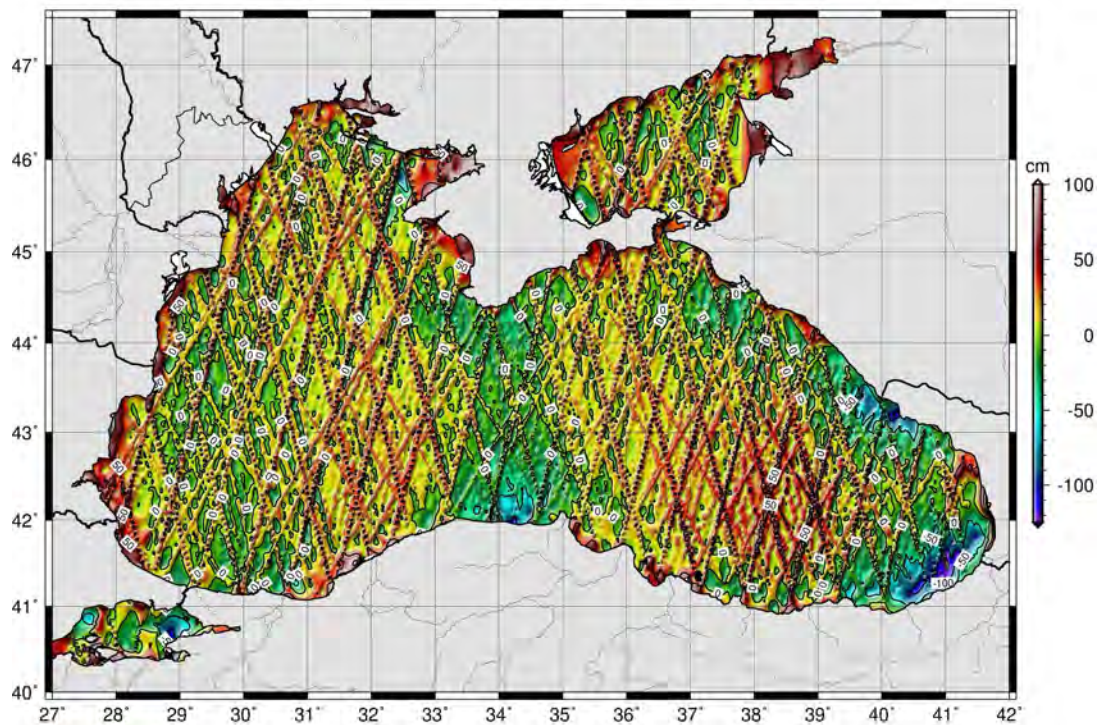


Рис. 7. Висоти [см] топографії моря $SST=(CorSSH-N)$ на регіон Чорного моря
 Fig. 7. Heights [cm] topography of the sea $SST=(CorSSH-N)$ in the Black Sea region

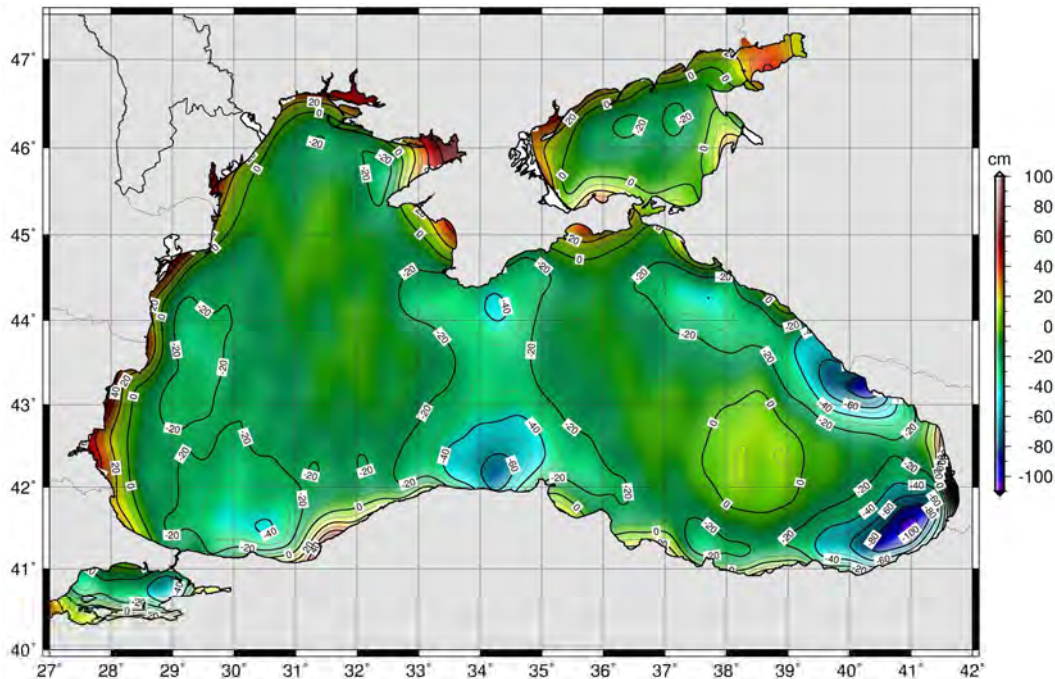


Рис. 8. Модель висот [см] топографії моря SST₀ на регіон Чорного моря
 Fig. 8. Model heights [cm] topography of the sea SST₀ in the Black Sea region

Оскільки нижче буде застосована фільтрація за Гауссом, то детальніше зупинимось саме на фільтрі Гаусса. За обробки сигналів основою даного фільтру є біжуче вікно, що ґрунтується на функції Гаусса (на значенні стандартного відхилення σ). Математично фільтр Гаусса змінює вхідний сигнал згортокою із функцією нормального розподілу. Така фільтрація приймається для видалення високочастотних шумів.

Оскільки рівномірна сітка висот CorSSH являє собою функцію двох змінних, то в нашому випадку будемо застосовувати відповідний двовимірний ізотропний варіант (колова симетрія по азимуту) одновимірної фільтрації. В цьому випадку Гауссіан може бути представлений у такій формі:

$$G(x, y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2 + y^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (37)$$

Прикладом реалізації різних методів фільтрації функції двох змінних є відомий програмний комплекс GMT (Wessel, Smith, 2004), розроблений для прикладних задач наук про Землю, зокрема – для опрацювання даних альтиметрії.

Результати

Отже, на основі проведених досліджень хаотично заданих альтиметричних вимірів на

першому етапі застосовується фільтр Гаусса для фільтрації даних SSH та їх осереднення в часі, які потрапляють у кожну вибрану трапецію, а на останньому етапі використовується високочастотна фільтрація даних SST (рис. 7), і в результаті отримана модель стаціонарної топографії моря SST₀ над геоїдом на регіон, на основі моделі гравітаційного поля Землі за даними GOCE (Марченко, Марченко, 2014), що вивчається (рис. 8).

Наукова новизна і практична значущість

Амплітуда висот геоїда, побудованого за даними CorSSH, відносно загальноземного еліпсоїда GRS80, не перевищує значень ± 100 м. Інша ситуація спостерігається у океанографії, де найбільш цінними даними стають відхилення рівня океану від геоїда, які отримали назву висот топографії моря SST (Sea Surface Topography) з амплітудою ± 2 м.

Висновки

Отже, високоточне розв'язування основної задачі геодезії на акваторіях шляхом використання даних супутникової альтиметрії, а саме – визначення стаціонарної топографії Світового океану відносно геоїда базується на таких завданнях:

- фільтрація даних SSH для обчислення висот рівня моря на рівномірній сітці із значеннями SSH_0 , що одержані за альтиметричними вимірами;
- побудова поля Δg за фільтрованими SSH_0 методом швидкого перетворення Фур'є (у межах процедури “видалення–відновлення”), що дає змогу суттєво зменшити вплив систематичних ефектів, які присутні в даних SSH_0 ;
- побудова гравіметричного квазігеоїда в рамках процедури “видалення–відновлення”;
- високочастотна фільтрація даних SST для обчислення моделі стаціонарної топографії моря SST_0 над геоїдом на регіон, що вивчається.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Марченко О. М. Дослідження гравітаційного поля, топографії океану та рухів земної кори в регіоні Антарктики / О. М. Марченко, К. Р. Третяк, А. Я. Кульчицький, Ю. І. Голубінка, Д. О. Марченко, Н. П. Третяк. – Львів: Вид-во Львівської політехніки, 2012. – 308 с.
- Марченко О. М. Про побудову моделей гравітаційного поля Землі за даними GOCE / О. М. Марченко, Д. О. Марченко, О. М. Лопушанський // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів, 2014. – Вип. 79. – С. 74–81.
- Marchenko A., Tretyak K., Lopyshansky A., Pavliv T. Recent dynamic ocean topography models and their comparison. “Infrastructure and ecology of rural areas”, Polish Academy of Science – Krakow Branch, Commission of Technical Rural Infrastructure, No 11, 2010. – P. 151–158.
- Andersen O. B., Knudsen P. The DNSC08MDT Mean Dynamic Topography, (DTU-SPACE), Danish National Space Center.
- Heiskanen W. A., Moritz H. Physical Geodesy. W. H. Freeman, San Francisco. – 364 p.
- Marchenko A. N. Parameterization of the Earth's Gravity Field: Point and Line Singularities. Published by Lviv Astronomical and Geodetic Society. Lviv, Ukraine, 1998. – 210 p.
- McCarthy D., Petit G. (2004) IERS Conventions (2003), IERS Technical Note No. 32, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, 2004
- Rio M.-H., P. Schaeffer, et al. The estimation of the ocean Mean Dynamic Topography through the combination of altimetric data, in-situ measurements and GRACE geoid: From global to regional studies. Proceedings of the GOCINA international workshop, Luxembourg.
- Rio, M-H, P. Schaeffer, G. Moreaux, J-M Lemoine, E. Bronner (2009) A new Mean Dynamic Topography computed over the global ocean from GRACE data, altimetry and in-situ measurements. Paper presented at OceanObs09 symposium, 21–25 September 2009, Venice.
- Seeber G. Satellite Geodesy 2nd completely revised and extended edition. Walter de Gruyter. – Berlin–New York, 2003. – 589 p.
- Sideris M. G. Geoid determination by FFT techniques // International School for the Determination and Use of the Geoid. – Budapest University of Technology and Economics, 2005. – 64 p.
- Wessel P., Smith W.H.F. The Generic Mapping Tools (GMT, Version 4). Technical Reference and Cookbook, Honolulu, HI and Silver Spring, MD, January 2004. – 123 p.

А. Н. МАРЧЕНКО¹, А. Н. ЛОПУШАНСЬКИЙ²

¹Кафедра высшей геодезии и астрономии, Национальный университет “Львовская политехника”, ул. С. Бандеры, 12, Львов, Украина, 79013

²Кафедра геодезии, Национальный университет “Львовская политехника”, ул. С. Бандеры, 12, Львов, Украина, 79013, тел.: +380632968800, ел. пошта: mister.sa.lo@gmail.com

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОИДА, ПОЛЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ И ТОПОГРАФИИ ЧЕРНОГО МОРЯ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВОЙ АЛЬТИМЕТРИИ

Цель. Цель работы заключается в разработке методики решения основной задачи геодезии на акваториях путем использования данных спутниковой альтиметрии, а именно – определение стационарной топографии Мирового океана относительно геоида. Метод спутниковой альтиметрии как относительно новый подход высокоточного спутниковой съемки, который обеспечивает различные области наук о Земле наиболее полной информации о состоянии океана и его изменения во времени, которая используется, в частности, в научных исследованиях геодезии, океанографии и климатологии. Модели динамической топографии океана базируются главным образом на данных альтиметрии. **Методика.** Методика базируется на инверсии высот поверхности моря или определения окончательных аномалий силы тяжести за окончательными высотами

геоида виконується також в рамках процедури видалення-оновлення і ґрунтується на зворотної формулі Молоденського і фундаментальному співвідношенню фізическої геодезії, записанному через висоти геоида. С появлением спутникових технологій поверхність Мирового океана картографується з рівнем точності в 1-5 см з допомогою дуже простого методу, який базується на альтиметричних вимірюваннях різних спутникових мисій. Вимірювання відстані від бортового спутникового альтиметра до океаніческої поверхності і визначення його положення в просторі на основі SLR, GNSS, або DORIS технологій відкриває можливість вирахування висот SSH (Sea Surface Heights) поверхності океана над прийнятим референс-елліпсоїдом. При попередній обробці даних SSH за рахунок введення поправок за вплив середовища і різних геофізических факторів до вихідної інформації, які залежать від часу, в результаті чого вираховуються скорректировані висоти рівня океана CorSSH. Серед останніх особливо слід виділити найбільш впливові поправки, пов'язані з приточним ефектом Сонця і Луни. Ці ефекти діляться на дві частини: океаніческій прилив і приток твердої Землі. Океаніческій прилив представляє собою відхилення миттєвої океаніческої поверхності відносно її середнього значення. Середньої поверхністю може бути, наприклад, поверхність, визначена за даними спостережень мареографа. Поправка за приливи твердої Землі пов'язана головним чином з класическими деформаціями еластичної Землі і включає прямий і косвенний ефекти. Невозмущена поверхність океана була названа геоїдом або основною рівневою поверхністю і є однією з найбільш важливих референсних поверхностей в науках про Землю. При цьому в 1983 при вивченні геоида не брали до уваги жодні ефекти, пов'язані з приливами. В 1983 згідно з резолюцією ІАГ поверхність геоида стали будувати з урахуванням косвенного притока твердої Землі. **Практическій значимість.** Амплітуда висот геоида, побудованого за даними CorSSH відносно загальноземного еліпсоїда GRS80, не перевищує значень ± 100 м. Інша ситуація спостерігається в океанографії, де найбільш цінними даними стають відхилення рівня океана від геоида, які отримали назву висот топографії моря SST (Sea Surface Topography) з амплітудою ± 2 м. **Результати.** За останні два роки основні моделі гравітаційного поля Землі побудовані за даними спутника GOCE, як правило до 250 степенів \ порядок. На основі цих моделей GOCE, використовуючи процедуру видалення-восстановлення, в роботі розглянуті і вирішені задачі побудови висот SSH по фільтруєму, поля висот аномалій сили тяжесі, побудови гравіметричесеского квазігеоида і вирахування стаціонарної моделі топографії моря.

Ключеві слова: альтиметрія; поле сили тяжесі; гравітаційне поле; GOCE, квазігеоїд.

A. N. MARCHENKO¹, A. N. LOPUSHANSKY²

¹ Department of Higher Geodesy and Astronomy, Lviv Polytechnic National University, S. Bandera str., 12, Lviv, Ukraine, 79013

² Department geodesy, Lviv Polytechnic National University, S. Bandera str., 12, Lviv, Ukraine, 79013, tel.: +380632968800, e-mail: mister.sa.lo@gmail.com

DETERMINATION OF THE GEOID – GRAVITY FIELD AND TOPOGRAPHY OF THE BLACK SEA ACCORDING TO THE SATELLITE ALTIMETRY DATA

Objectives. The method of satellite altimetry as a relatively new approach to precise satellite surveying, which provides the different Earth sciences by a most complete information about the state of the ocean and its changes over time. In particular this method uses in scientific researches of geodesy, oceanography and climatology. The models of ocean dynamic topography are based on the altimetry data also. **Methodology.** With the modern of satellite technology the oceans surface is mapped with a very simple approach, which are based on altimetric satellite measurements of different missions with the level of accuracy 1–5 cm. Distance measuring from altimetry satellite to the ocean surface and determining its position in the space based on SLR, GNSS, or DORIS technologies open the possibility of calculating the Sea Surface Heights passed over the ocean surface reference ellipsoid. Heights of the ocean CorSSH are estimated based on the previous SSH data processing. Which are governed by different corrections for the environment and the impact of various geophysical factors to initial dependent time information. These corrections the most impact is caused by the tidal effect of the Sun and the Moon. Tidel effects consist to from two parts: the ocean tide and the tide of the solid Earth. The ocean tide is an instant deviation of the ocean surface relative to its average value. The middle surface, for example, can be the surface which is defined according to observations of a tide gauge. Undisturbed ocean surface was named the geoid or primary level surface and is one of the most important referential surfaces in geosciences. In 1983 according to the resolution of IAG the geoid surface was

construct taking into account indirect tides of the solid Earth. **The practical significance.** The amplitudes of the geoid heights have obtain using to CorSSH as with respect to GRS80 system are not more than ± 100 m. Another situation occurs in the oceanography, where the most valuable data are ocean surface deviations from geoid with the amplitude of ± 2 m this data are called Sea Surface Topography (SST). **Results.** Thus, this paper focuses on the problem of construction filtered heights SSH, field heights gravity anomalies, construction and calculation gravimetric quasigeoid, calculation of the stationary model of the sea topography (SST). In all cases the procedure of remove/restore was adopted based on the atellite-only GOCE gravitational field up to degree \ order 250.

Keywords: altimetry; field of gravity; gravitational field; GOCE; quasigeoid.

REFERENCES

- Marchenko O. M., Tretyak K. R., Kul'chyts'kyy A. Ya., Holubinka Yu. I., Marchenko D. O., Tretyak N. P. Doslidzhennya hravitatsiynoho polya, topohrafiyi okeanu ta rukhiv zemnoyi kory v rehioni Antarktyky [Research gravitational field, ocean topography and crustal movements in the region of Antarctica]. L'viv: Vydavnytstvo L'vivs'koyi politekhniki, 2012, P.308.
- O. M. Marchenko, D. O. Marchenko O. M. Lopushans'kyy. Pro pobudovu modeley hravitatsiynoho polya Zemli za danymy GOCE. [On the construction of the models of Earth's gravity field from GOCE data]. Heodeziya, kartohrafiya i aefotoznimannya. issue. 79, 2014, pp. 74–81
- Marchenko A., Tretyak K., Lopyshansky A., Pavliv T. Recent dynamic ocean topography models and their comparison. "Infrastructure and ecology of rural areas", Polish Academy of Science – Krakow Branch, Commission of Technical Rural Infrastructure, No. 11, 2010, pp. 151–158
- Andersen O. B., Knudsen P. The DNSC08MDT Mean Dynamic Topography, (DTU-SPACE), Danish National Space Center
- Heiskanen W. A., Moritz H. Physical Geodesy. W.H. Freeman, San Francisco, 364 p.
- Marchenko A. N. Parameterization of the Earth's Gravity Field: Point and Line Singularities. Published by Lviv Astronomical and Geodetic Society. Lviv, Ukraine, 1998, 210 p.
- McCarthy D., Petit G. IERS Conventions (2003), IERS Technical Note No. 32, Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, Frankfurt am Main, 2004
- Rio M.-H., P. Schaeffer, et al. The estimation of the ocean Mean Dynamic Topography through the combination of altimetric data, in-situ measurements and GRACE geoid: From global to regional studies. Proceedings of the GOCINA international workshop, Luxembourg
- Rio, M-H, P. Schaeffer, G. Moreaux, J-M Lemoine, E. Bronner A new Mean Dynamic Topography computed over the global ocean from GRACE data, altimetry and in-situ measurements . Paper presented at OceanObs09 symposium, 21-25 September 2009, Venice
- Seeber G. Satellite Geodesy 2nd completely revised and extended edition. Walter de Gruyter, Berlin New York, 2003, 589 p.
- Sideris M. G. Geoid determination by FFT techniques. International School for the Determination and Use of the Geoid. Budapest University of Technology and Economics, 2005, 64 p.
- Wessel P., Smith W.H.F. The Generic Mapping Tools (GMT, Version 4). Technical Reference and Cookbook, Honolulu, HI and Silver Spring, MD, January 2004, 123 p

Надійшла 20.04.2015 р.