

**ПОРІВНЯЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ВИЗНАЧЕННЯ  
ВИСОТ КВАЗІГЕОЇДА ТЕРИТОРІЇ УКРАЇНИ  
З ВИКОРИСТАННЯМ МОДЕЛЕЙ ГЕОЇДА / КВАЗІГЕОЇДА  
ТА ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ**

© Двудіт П.Д., Голубінка Ю.І., 2009

*Рассмотрена точность определения высот квазигеоида для территории Украины на основе сравнения различных моделей геоида/ квазигеоида и гравитационного поля Земли.*

*In this article is considered the question of accuracy of quasigeoid heights determination for the territory of Ukraine using comparison of different models: geoid / quasigeoid and Earth's gravity field models.*

**Вступ.** Нині існують різні моделі геоїда / квазігеоїда / та гравітаційного поля Землі, за якими обчислюють висоти квазігеоїда, гравіметричні складові відхилень прямовисних ліній та інші деривати. Для обчислення моделей використовують два підходи. У першому використовують наземні гравіметричні дані та інтеграл Стокса. У другому варіанті використовують моделі геопотенціалу.

Першу геопотенціальну модель порядку  $n=8$ , визначену за наземними гравіметричними даними, опрацював Жонголович в 1956 році [2, 7]. Друга модель була визначена за супутниковими даними у 1966 році у Смітстонському інституті. Ці моделі давали можливість обчислювати висоти квазігеоїда з точністю  $\pm 10$  м. Від цього часу спостерігається значний прогрес щодо точності моделей геопотенціалу.

Починаючи з 1978 року, опрацьовано і опубліковано багато моделей гравітаційного поля до ступеня і порядку 180 і вище, а в 1985 році опубліковано модель OSU 80 E / F, яка була визначена до ступеня і порядку 360.

Модель EGM 96 порядку  $n=360$  опублікована у 1996 році. Вона містить покращені гравіметричні дані, аномалії з ERS-1 і з GEOSAT, обширні супутникові дані – включаючи нові дані з SLR, GPS, NASA і TDRSS, систему DORIS, US Navy TRANET Doppler систему – та прямі відстані з TOPEX/POSEIDON, ERS-1 і GEOSAT. Ця модель має ступінь розкладу до 360 порядку (тобто в загальному більше 65000 значень) і відповідає представленню гравітаційного поля з осередненням за площею в трапеції розміром в  $30^\circ$  і характеризується точністю в межах ( 19 – 53 ) см.

Модель EIGEN-CG01C була побудована на основі супутникових гравіметричних даних з місії CHAMP і GRACE, а також наземних гравіметричних та альтиметричних даних (сітка  $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ ). Був застосований спеціальний комбінований метод розв'язку, щоб зберегти високу точність інформації, яка передається із супутника в низькочастотну групу, і сформувані гладкий перехід до високочастотної інформації, отриманої з наземних даних. Порядок розкладу сферичних гармонійних коефіцієнтів цієї моделі становить 360, тобто роздільна здатність моделі 100 км. З цієї моделі можна отримати глобальний геоїд і глобальні гравітаційні аномалії у вільному повітрі. Ця висока точність нової гравітаційної моделі і глобальної моделі геоїда дозволяє геодезістам, картографам, астрономам разом пов'язувати різні дані навколо Землі, визначати орбіти близьких супутників Землі, з високою точністю управляти супутниками, точніше вивчати внутрішню будову Землі. Океанологи можуть використовувати цю гравіметричну модель для вивчення глобального кругообігу океанів.

У 2008 році опублікована модель EGM 08 ступеня  $n=2190$ . Під час створення цієї моделі використовували такі дані: наземні дані аномалій сили ваги (сітка  $5' \times 5'$ ), астрономо-геодезичні відхилення прямовисних ліній, альтиметричні дані з TOPEX, супутникові гравіметричні дані з місії

GRACE, висоти з GPS-нівелювання, модель океанів ECCO. Коефіцієнти моделі подані у двох версіях: враховуючи так звану нульову модель припливів і звільнений від всяких припливів. Тут додатково залучена програма, що дає можливість обчислення висот квазігеоїда та інших дериват гравітаційного поля. Однак для того, щоб нею можна було скористатися, необхідно мати багато інформації з фізичної геодезії. Але цих труднощів можна уникнути, бо автори моделі для всієї земної кулі обчислили висоти квазігеоїда у вузлах сітки  $1' \times 1'$  і  $2,5' \times 2,5'$  з відповідними інтерполяційними програмами. Крім цього, ця програма дає змогу з глобальної сітки виділити ці дані для конкретного регіону (району).

У 1997 р. був побудований Європейський гравіметричний квазігеоїд EGG97 в обчислювальному центрі МАГ, який ґрунтувався на глобальній геопотенціальній моделі EGM96. Вихідні дані про аномалії сили ваги та рельєф попередньо були трансформовані до таких референцних систем: WGS84 (горизонтальна координатна система), IGSN71 (гравіметрична система), UELN (висотна система відносно Амстердамського футштока), GRS80 (формула для нормальної сили ваги). Модель квазігеоїда EGG97 базується на наземних гравіметричних даних і аномаліях сили ваги, отриманих з супутникової альтиметрії ERS-1 до 1997 року. Модель EGG97 була створена у вигляді сітки  $10' \times 15'$  і покрила територію від  $25^\circ$  до  $77^\circ$  по широті і від  $35^\circ$  до  $67.4^\circ$  по довготі, кількість пунктів сітки становить приблизно 12,8 мільйона. Висоти квазігеоїда з моделі EGG97 визначаються з похибкою 1 – 5 см на 10 км, 1 – 2 на 100 км та 5 – 20 см на 1000 км за умови, що регіон має добре покриття та надійну вхідну інформацію.

**Постановка проблеми.** Головним завданням планетарної моделі гравітаційного поля Землі в геодезії є точне визначення висот квазігеоїда. Для виконання цього завдання в Європі та в США розробляють і публікують моделі гравітаційного поля Землі, які отримують із аналізу орбіт штучних супутників Землі, із наземних гравіметричних вимірювань та за даними супутникової альтиметрії. А це дозволяє строго узгоджувати детальні гравіметричні дані з планетарними і регіональними характеристиками, отриманими за супутниковими орбітальними даними. Це особливо є важливим під час використання гравіметричних висот квазігеоїда з метою встановлення єдиної системи висот для всієї Землі.

**Зв'язок з важливими науковими і практичними завданнями.** Важливим напрямком в геодезії є розроблення високоточних моделей гравітаційного поля Землі на основі використання цифрових карт рельєфу і аномалій прискорення падіння та відповідного створення детальних цифрових моделей висот квазігеоїда високої роздільної здатності повинно відповідати точності визначення нормальних висот пунктів Державної геодезичної і нівелірної мереж та планово-висотного забезпечення картографування території України.

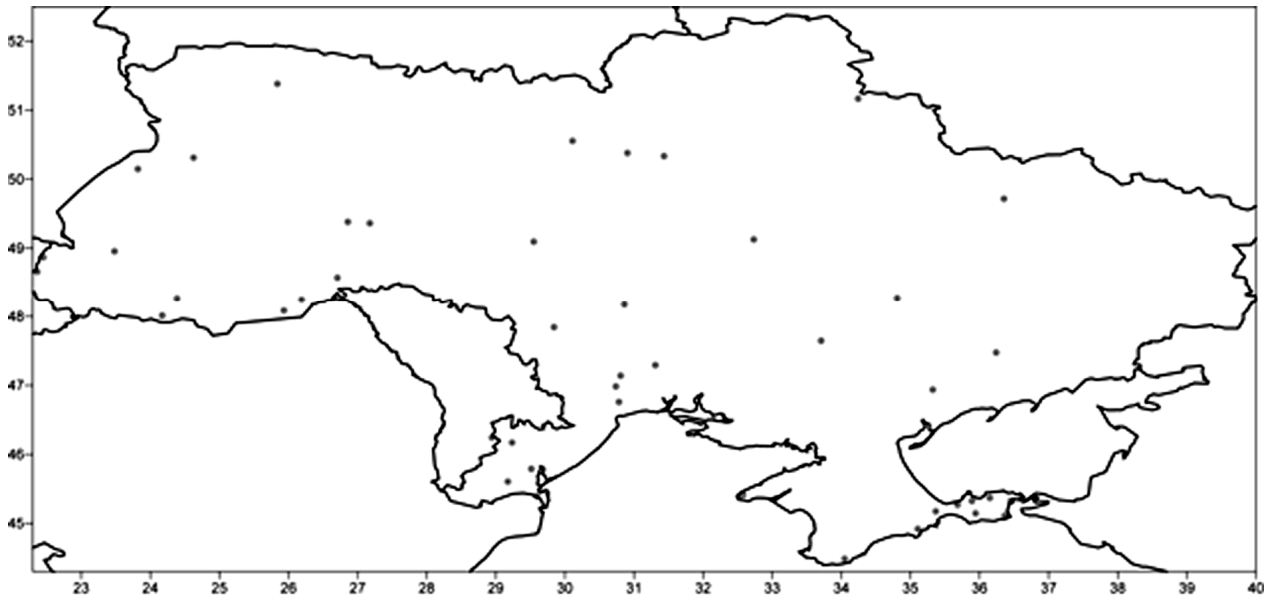
Вагомим внеском в об'єднання національних висотних систем є створення Європейської вертикальної мережі GPS (EUVN) з метою визначення Європейського геоїда і підготовки створення Європейської вертикальної кінематичної мережі. Безумовно, розвиток цих напрямів вимагає поповнення банку наземних гравіметричних даних, а також отримання сучасних моделей геоїда / квазігеоїда і гравітаційного поля Землі з сантиметровою точністю.

**Аналіз досліджень та публікацій.** Проблемі визначення точності висот квазігеоїда присвячено багато робіт, авторами яких є відомі зарубіжні і вітчизняні вчені [1, 6, 7, 8, 9, 10].

**Невирішені частини загальної проблеми** полягають в тому, що існуючі моделі геоїда/квазігеоїда та гравітаційного поля Землі не забезпечують сантиметрової точності визначення висот квазігеоїда.

**Постановка завдання.** Конкретною метою нашого дослідження є спроба попереднього оптимального пошуку моделей геоїда / квазігеоїда та гравітаційного поля Землі, за даними яких можна було б зробити висновок щодо точності обчислення висот квазігеоїда на територію України. Цієї мети досягали на основі порівнювання різних моделей геоїда / квазігеоїда та гравітаційного поля Землі та даними GPS-нівелювання пунктів першого і другого класів Державної геодезичної мережі України.

**Виклад основного матеріалу досліджень.** З метою визначення точності висот квазігеоїда для території України були використані наступні моделі геоїда / квазігеоїда та гравітаційного поля Землі EGM 96, EIGEN-CG01C, EGG97 і EGM 08 та виконані порівняння їх з аналогічними висотами квазігеоїда, отриманими із GPS-нівелювання для території України. На рис. 1 наведена схема розташування пунктів геодезичної мережі першого і другого класів України, для яких були відомі із GPS-нівелювання висоти квазігеоїда. На рис. 2 показані також величини висот квазігеоїда, які визначають за сучасною моделлю геопотенціалу EGM08.



*Рис. 1. Схема розташування пунктів геодезичної мережі I і II класів України*

Зауважимо, що для вказаних пунктів геодезичної мережі обчислено висоти квазігеоїда для всіх наведених моделей. Для моделі EGM 08 були обчислені висоти квазігеоїда, використовуючи коефіцієнти геопотенціалу і інтерпольовані значення висот квазігеоїда згідно зі згаданою раніше програмою. Згодом були обчислені для вказаних пунктів різниці між модельними значеннями висот квазігеоїда за даними моделей геоїда та гравітаційного поля Землі і відповідними значеннями висот квазігеоїда за даними GPS-нівелювання, які наведені в табл. 1.

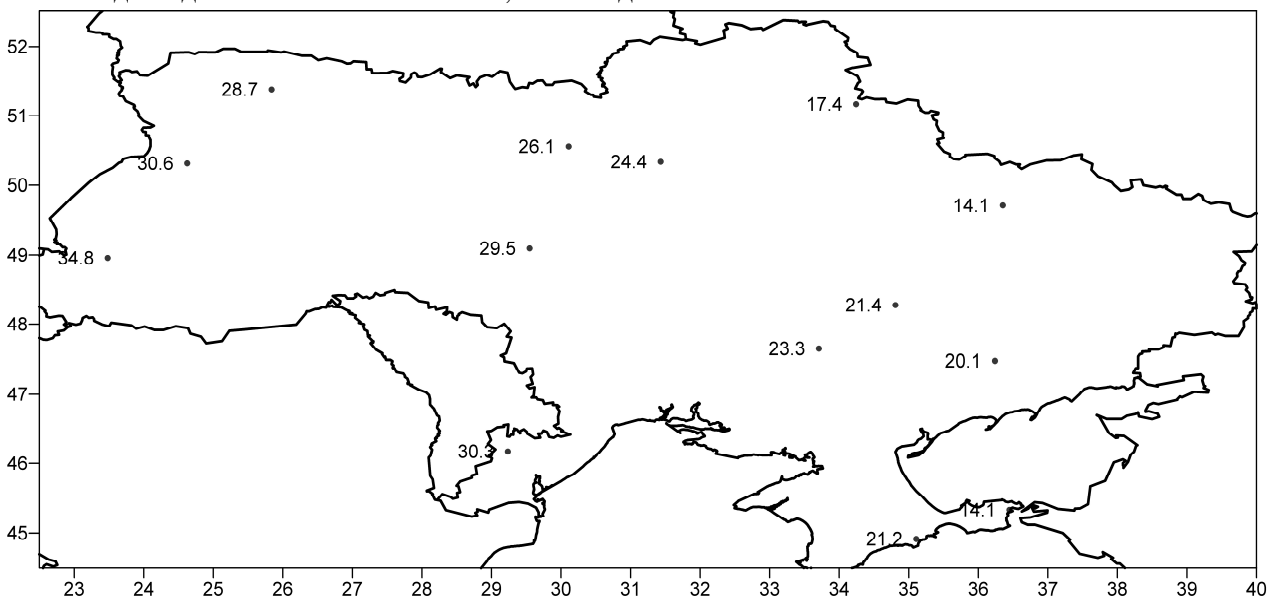


Рис. 2. Висоти квазігеоїда, які визначають за моделлю EGM08 для території України.

Таблиця 1

**Різниці між модельними даними висот квазігеоїда  
та відповідними значеннями з GPS нівелювання**

№ з/п	$\zeta_{\text{вим.}} - \zeta_{\text{EGM08}}$ (обчислене), см	$\zeta_{\text{вим.}} - \zeta_{\text{EGM08}}$ (по сітці), см	$\zeta_{\text{вим.}} -$ $\zeta_{\text{EGM96}}$ , см	$\zeta_{\text{вим.}} -$ $\zeta_{\text{EIGEN-CG01C}}$ , см	$\zeta_{\text{вим.}} - \zeta_{\text{EGG97}}$ , см
1	2	3	4	5	6
1	-6,8	-6,7	-71,7	-23,8	-26,6
2	3,4	2,1	-34,5	10,0	-23,8
3	2,3	2,1	6,1	6,5	-0,2
4	9,6	8,9	21,5	22,8	-1,4
5	21,4	21,5	-61,4	19,8	-55,5
6	2,5	2,8	-46,4	-23,1	11,4
7	3,1	1,3	12,1	2,2	-13,6
8	9,5	9,0	41,6	-2,8	1,6
9	17,9	16,2	40,6	1,6	3,4
10	-0,3	-0,9	5,8	-4,4	-14,7
11	-9,1	-10,6	-79,1	-41,5	-1,6
12	-8,0	-7,9	-65,7	-26,1	6,2
13	7,6	6,4	-41,2	-25,9	1,9
14	-2,5	-1,8	-0,8	4,7	-2,4
15	7,4	8,0	-12,8	27,9	-15,5
16	4,1	4,1	45,3	18,2	-9,0
17	-8,4	-9,7	-34,7	-59,9	-35,1
18	-8,4	-8,8	-44,7	-20,8	-24,0
19	9,6	10,3	-80,9	-25,9	-19,3
20	2,3	0,8	-64,2	-7,0	-17,4
21	0,7	1,6	1,2	16,5	-10,9
22	0,2	-0,1	-5,8	14,5	-10,0
23	6,3	5,0	-86,2	-30,1	-26,8
24	0,1	-0,4	0,4	-0,4	-6,7
25	-0,3	0,1	8,9	6,4	-13,5
26	-3,7	-3,5	2,7	19,0	-18,9
27	-2,3	-2,5	-36,9	27,1	-13,7

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6
28	0,0	-0,4	-28,4	38,0	-14,3
29	-3,8	-4,8	-51,9	-5,8	-26,3
30	-1,2	-2,9	-42,9	-14,3	-31,5
31	-2,1	-0,4	-64,7	-21,1	3,5
32	0,8	-7,0	-40,0	-4,9	-4,5
33	5,4	4,9	-15,2	9,0	-4,1
34	6,1	7,0	27,4	30,0	11,2
35	19,2	20,6	-61,3	16,7	-64,2
36	22,6	23,9	-62,9	8,2	-35,7
37	20,1	19,6	-81,5	8,7	-48,1
38	18,4	19,4	-55,7	27,7	-13,5
39	20,1	18,3	-70,9	15,2	-52,7
40	15,7	14,5	-74,8	12,9	8,3
41	21,0	22,2	-77,3	13,9	-22,1

42	3,8	12,3	7,5	81,8	88,7
43	-2,7	-1,4	-32,4	-16,3	-27,3
44	-6,1	-5,8	33,6	20,2	-9,6
45	3,1	2,6	-61,4	-15,6	-8,4

Далі був обчислений процентний вклад пунктів окремих відхилень кожної моделі від висот квазігеоїда із GPS-нівелювання залежно від точності визначення (рис. 3–6).

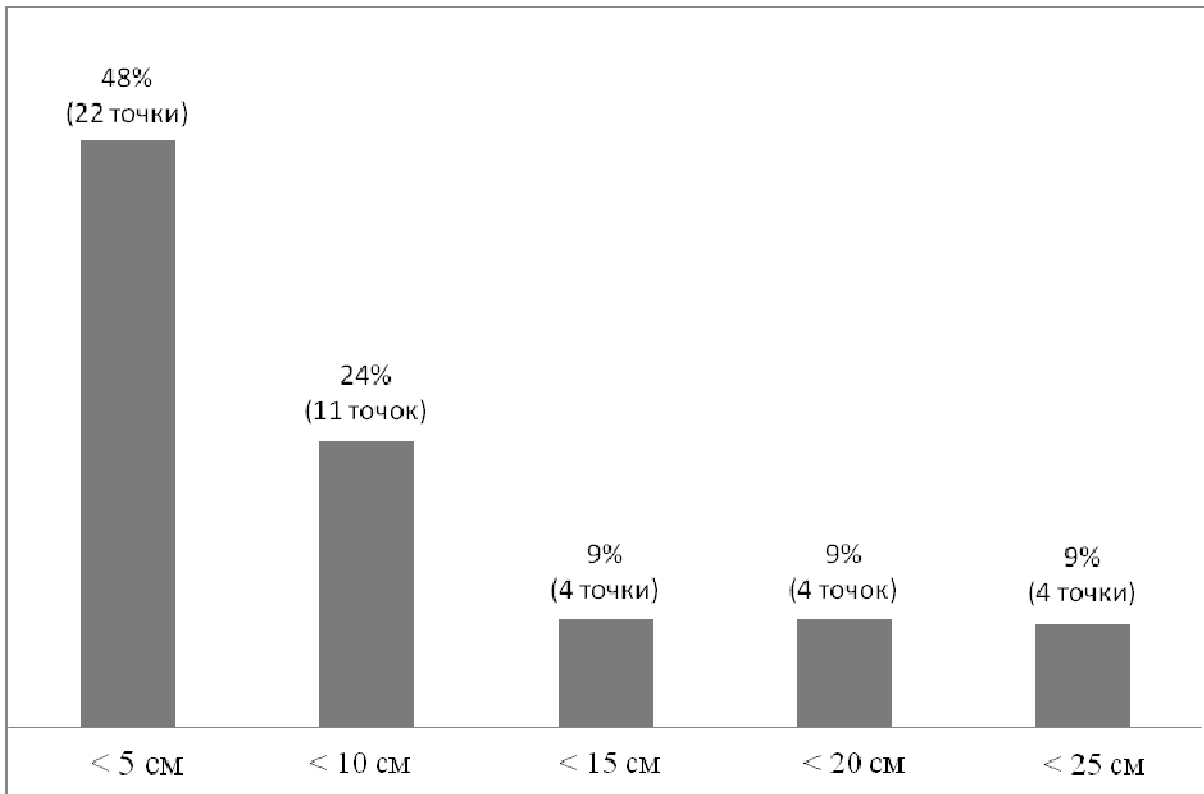


Рис. 3. Процентний вклад пунктів окремих відхилень моделі EGM 08 від висот квазігеоїда із GPS-нівелювання

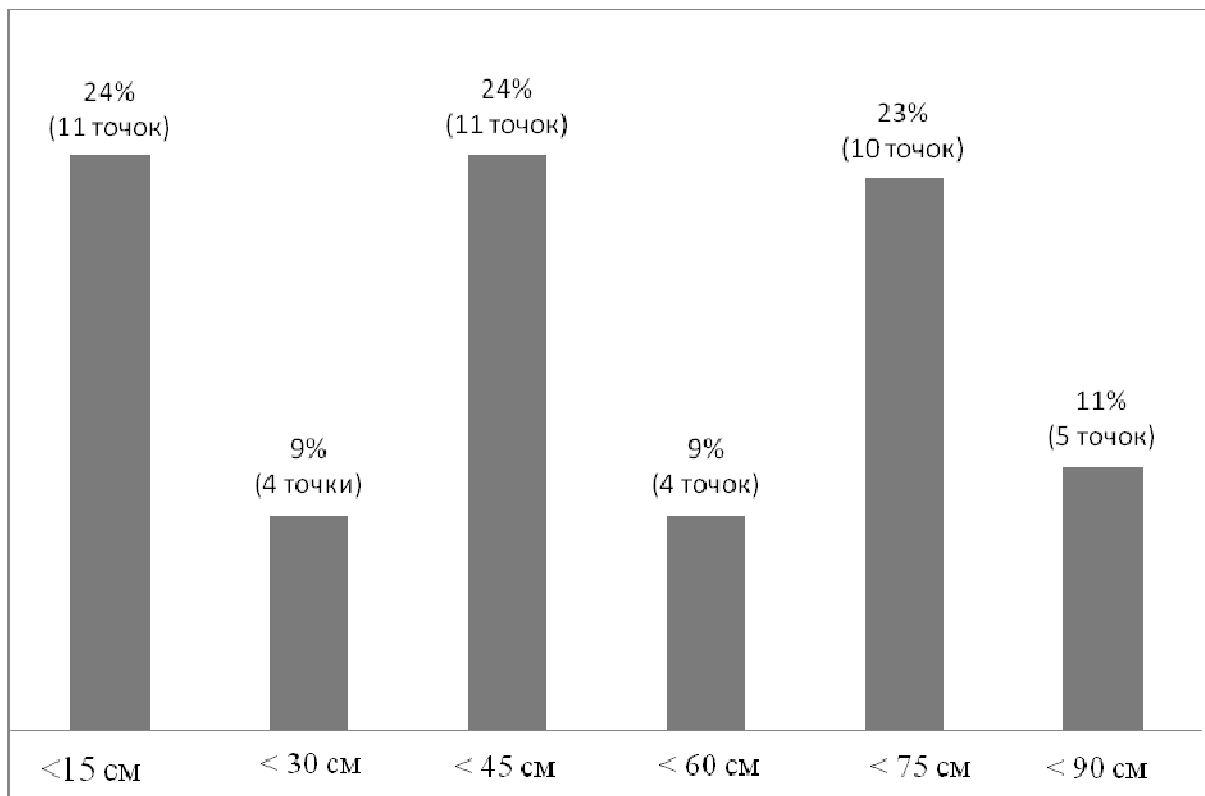


Рис. 4. Процентний вклад пунктів окремих відхилень моделі EGM 96 від висот квазігеоїда із GPS-нівелювання

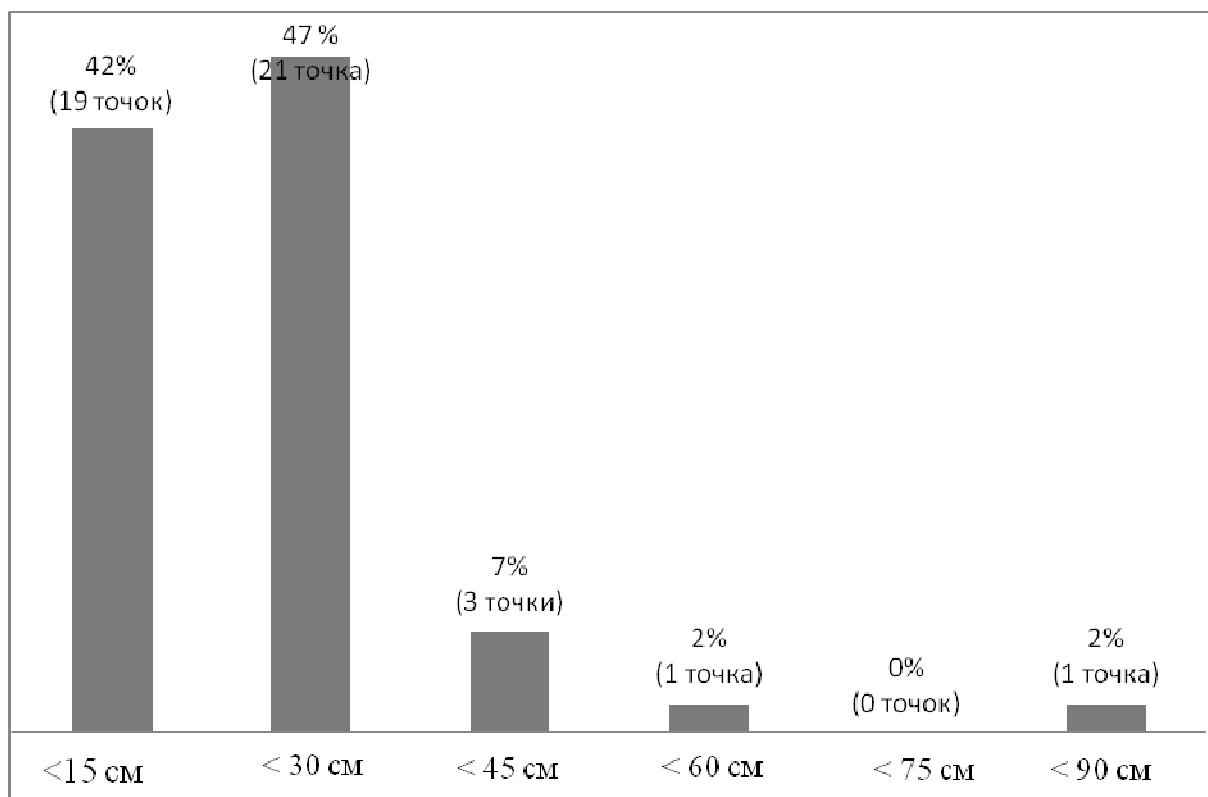


Рис. 5. Процентний вклад пунктів окремих відхилень моделі EIGEN-CGO1C від висот квазігеоїда із GPS-нівелювання

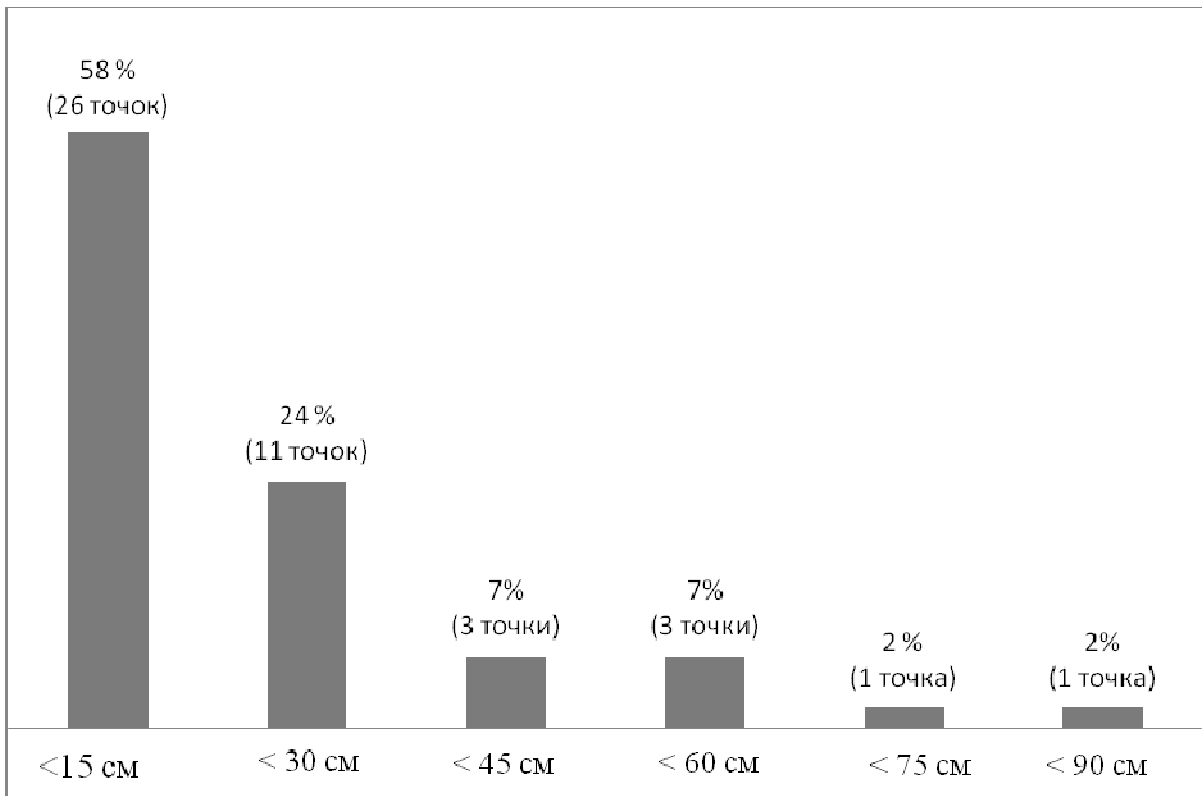


Рис. 6. Процентний вклад пунктів окремих відхилень моделі EGG 97 від висот квазігеоїда із GPS-нівелювання

У табл. 2–6 наведено статистичні дані окремих різниць. Сучасна глобальна модель геоїда EGM 08 дає найкращу точність, яку ми і очікували, порівняно з існуючими іншими моделями. На наш погляд, цей результат потрібно вважати попереднім, оскільки необхідно мати більшу кількість пунктів GPS-нівелювання, щоб можна було б впевнено судити про точність обчислення висот квазігеоїда.

Таблиця 2

**Статистичні дані різниць  $\zeta_{\text{вим.}} - \zeta_{\text{EGM08}}$  (по сітці), см**

Мінімальне відхилення	-10,6
Максимальне відхилення	23,9
Середнє відхилення	4,220
Стандартне відхилення	9,431

Таблиця 3

**Статистичні дані різниць  $\zeta_{\text{вим.}} - \zeta_{\text{EGM08}}$  (обчислене), см**

Мінімальне відхилення	-9,1
Максимальне відхилення	22,6
Середнє відхилення	4,413
Стандартне відхилення	9,062

Таблиця 4

**Статистичні дані різниць  $\zeta_{\text{вим.}} - \zeta_{\text{EGM96}}$ , см**

Мінімальне відхилення	-86,2
Максимальне відхилення	45,3
Середнє відхилення	-29,640
Стандартне відхилення	38,800

Статистичні дані різниць  $\zeta_{\text{вим.}} - \zeta_{\text{EIGEN-CG01C}}$ , см

Мінімальне відхилення	-59,9
Максимальне відхилення	81,8
Середнє відхилення	2,440
Стандартне відхилення	24,270

Таблиця 6

Статистичні дані різниць  $\zeta_{\text{вим.}} - \zeta_{\text{EGG97}}$ , см

Мінімальне відхилення	-64,2
Максимальне відхилення	88,7
Середнє відхилення	-13,040
Стандартне відхилення	23,300

**Висновки.** Результати виконаних досліджень показали, що глобальна геоїдальна модель EGM 08 є найкращою з розглянутих моделей геопотенціалу для території України. Точність висот квазігеоїда можна характеризувати на рівні  $\pm 10$  см. Очевидно, що це підтверджує результати досліджень [3, 4, 5] і можна очікувати таких самих точностей у країнах Європи, США і Канади, де є достатня велика кількість наземних гравіметричних вимірювань. У подальшому наукові дослідження повинні бути спрямовані на пошук нових моделей геопотенціалу і квазігеоїда.

1. Волчко П., Дзуліт П., Савчук С. Висоти геоїда і складові відхилень прямовисних ліній території України за даними планетарної моделі гравітаційного поля Землі EGM 96 // Зб. наук. пр. “Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва”. – Львів, 2000. – С.53–55. 2. Дзуліт П.Д. Фізична геодезія. – 2008. – 256 с. 3. Дзуліт П.Д., Голубінка Ю.І. Визначення фігури квазігеоїда з використанням формули Неймана-Коха // Зб. наук. праць. “Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва”. – Львів, 2005. – С. 54–59. 4. Дзуліт П.Д., Голубінка Ю.І. Досвід визначення висот квазігеоїда комбінованим методом // Зб. наук. праць. “Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва”. – Львів, 2008. – С. 49–54. 5. Дзуліт П.Д., Заєць О.С., Голубінка Ю.І. Обчислення характеристик гравітаційного поля Землі за даними гравіметричних і GPS – вимірів // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – Львів, 2007. – № 68. – С.124–132. 6. Марченко О.М., Кучер О.В., Ренкевич О.В. Результати побудови квазігеоїда для регіону України (УКГ 2006) // Вісник геодезії та картографії. – К., 2007. – № 2. – С.7–13. 7. Марченко А.Н., Монин И.И. Построение квазигеоида на регион республики Молдова. Уточненное решение MOLDGEO2004A // Геодезія, картографія и аерофотознімання. – Львів, 2004. – № 65. – С.56–63. 8. Łyszkowicz A. EGM 08 globalna supergeoida // Geodeta: magazyn geoinformacyjny. – 2009. – № 6. – S. 12–14. 9. Krynski. Precyzyjne modelowanie quasigeoidu na obszarze Polski – wyniki i ocena dokladnosci. – 2007. – IGIG, Seria monograficzna. – nr. 13. 10. Pasżus R., Osada E., Olejnik S. Geoida niwelacyjna 2001 // Geodeta: magazyn geoinformacyjny. – №5(84). – S. 10–17.