

МОДЕЛЬ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ МІСЯЦЯ, ОДЕРЖАНА ЗА АНОМАЛІЯМИ У ВІЛЬНОМУ ПОВІТРІ

© Зазуляк П.М., Нікулішин В.І., 2011

*Рассмотрен способ вычисления модели селенопотенциала
 по данным аномалий в свободном воздухе.*

*In this paper the method of computing model selenopotentialu according
 to the anomalies in free air.*

Постановка проблеми. Гравітаційне поле дає змогу вивчати внутрішню структуру та еволюцію планетарного тіла. До 2001 року за даними різних місій до Місяця створено понад 40 моделей селенопотенціалу різних степенів та порядків. Запуск японського КА SELENE(Кагуя) у 2007 році дав змогу отримати дані з віддаленого боку Місяця з використання супутника-ретранслятора.

Виклад основного матеріалу. Значним недоліком попередніх моделей є відсутність даних прямих спостережень зворотного боку Місяця. Із Землі ми можемо спостерігати тільки 59 % поверхні Місяця. Вперше вдалось отримати прямі спостереження зворотного боку Місяця супутником, запущеним у межах місії SELENE (Кагуя) 14 вересня 2007 року з космічного центру Танегасіма (Японія). SELENE складався з трьох супутників: головний супутник, який знаходився на полярній орбіті з середньою висотою 100 км над поверхнею Місяця, і два субсупутники, які знаходились на полярній еліптичній орбіті на висоті від 129 до 792 км (Vstar) і на висоті від 120 до 2395 км (Rstar).

Rstar виконував роль супутника-ретранслятора для 4-шляхових (4-way) доплерівських спостережень. Це дало змогу спостерігати зворотний бік Місяця. Протягом місії стандартні 2-шляхові(2-way) дані (віддалемірні і доплерівські) збиралися з трьох супутників, доповнюючись 4-шляховими(4-way) даними, коли це було можливо.

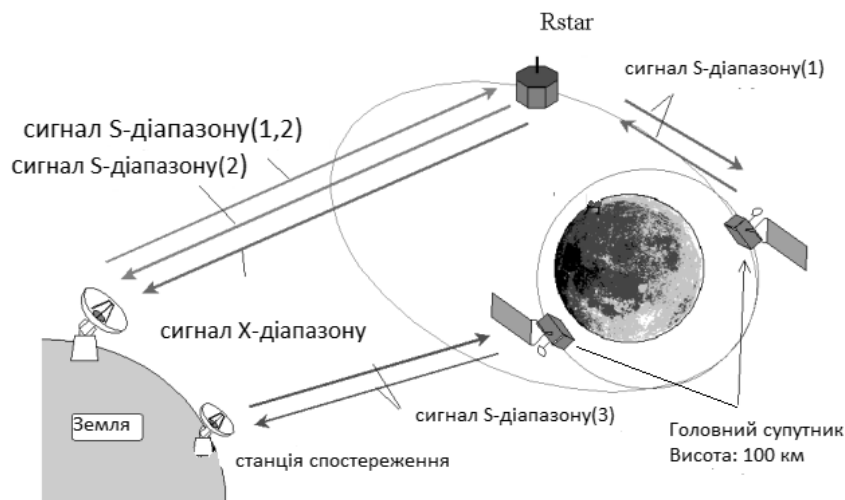


Рис. 1. Принцип роботи 2-х шляхових (віддалемірних та доплерівських) та 4-шляхових доплерівських спостережень [3,5]

Як доповнення до 4-шляхових спостережень, SELENE зібрав ще один тип орбітальних даних, які ще до цього широко не застосовувались для обчислення моделей гравітаційного поля планет: однопроменеві диференціальні РЗНБ (Радіоінтерферометрія з наддовгою базою) спостереження між двома субсупутниками (Rstar та Vstar) та двома наземними станціями(так звана VRAD місія). РЗНБ вимірювання використовувалось для визначення орбіти супутника ретранслятора. Положення супутника протягом цілої місії SELENE визначалася з перекривань орбіт двох субсупутників

SELENE, які брали участь у РЗНБ спостереженні, що покращило точність визначення координат супутника на порядок. Сигнали S і X-діапазону, які передаються з штучних радіоджерел обох супутників, приймаються одночасно наземною станцією. Бортові радіоджерела передають чотири сигнали: три сигнали S-діапазону ($f_{s1}=2212$ МГц, $f_{s2}=2218$ МГц, і $f_{s3}=2287$ МГц) та один сигнал X-діапазону ($f_x=8456$ МГц) (рис. 1). Таку кількість несучих хвиль підбрано спеціально для вирішення багатозначності, яка виникає при фазовому методі вимірювання.

Першою моделлю гравітаційного поля, отриманою з місії SELENE, була модель (автори Намікі та ін., 2009) 90-го порядку, побудована за 4-шляховими доплерівськими вимірами, зібраними протягом перших п'яти місяців. Матцумото та ін. (2010) опублікували оновлену модель SGM100h – сотого степеня та порядку, гармонічні коефіцієнти якої обчислені за 4-шляховими доплерівськими даними, які були отримані протягом всієї місії. Завдяки тому, що вимірювання проводилися для зворотного боку Місяця, коефіцієнти цієї моделі до 70-го степеня та порядку можна визначати без апріорних обмежень. Ця модель чітко розділяє кільцеві структури, пов'язані з басейнами на протилежному боці [5]. Дані, які використовували для побудови моделі SGM100h, наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Дані, які використовували для побудови моделі SGM100h
(Д – доплерівські, В – віддалемірні [3])

	Супутник	Тип даних	К-ть
Зворотний бік	SELENE, 4-way	Д	67786
	SELENE, Основний	Д	3573542
	–	В	62438
	SELENE, Rstar	Д	159269
	–	В	150470
	SELENE, Vstar	Д	42852
	–	В	35,386
Видимий бік	Lunar, Orbiter I-V	Д	6,301,236
	Apollo 15,16	Д	
	Clementine	Д	
	–	В	
	Lunar Prospector Nominal mission	Д,В	
	SMART-1	Д	

На сайті місії SELENE [6] було опубліковано значення аномалії у вільному повітрі, які покривають поверхню Місяця одноградусною сіткою, загальна кількість яких становить 64800 (360x180). Ці значення можуть бути використані для побудови моделі селенопотенціалу. Аномалії сили тяжіння подамо виразом (1)

$$\Delta g = - \frac{GM_{\text{с}}}{\rho^2} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{\rho} \right)^n \sum_{m=0}^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin(\phi)). \quad (1)$$

де $GM_{\text{с}}$ – селеноцентрична гравітаційна стала; C_{nm} , S_{nm} – гармонічні коефіцієнти; R – середній радіус Місяця; ϕ – широта; λ – довгота; P_{nm} – приєднані функції Лежандра [2]. На основі рівняння (1) формуємо систему рівнянь, в якій C_{nm} та S_{nm} – невідомі, а Δg – стовпець вільних членів. Коефіцієнти при невідомих записуються в матрицю A , кількість рядків в якій становить 64800, а кількість стовпців залежить від ступеня та порядку n та m . Вираз для обчислення стовпця невідомих V у матричному вигляді має вигляд

$$V = -(A^T P_0 A)^{-1} A^T P_0 \Delta g, \quad (2)$$

де P_0 – коваріаційна матриця помилок вихідних величин $\Delta g[1]$.

$$P_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{\Delta g_1}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{\Delta g_2}^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_{\Delta g_{N-1}}^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_{\Delta g_N}^2} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

Помилки аномалій у вільному повітрі $m_{\Delta g}$, використані в цій роботі, наведено в табл. 2 [5].

Таблиця 2

№ п/п	Широта, φ°	$m_{\Delta g}$, мГал
1	0-30	15
2	30-60	32
3	60-90	43

Таблиця 3

n	m	Обчислена модель				LP100K(Lunar Prospector)			
		C_{nm}	S_{nm}	σC_{nm}	σS_{nm}	C_{nm}	S_{nm}	σC_{nm}	σS_{nm}
2	0	-9.0789E-05	0.0000E+00	2.1616E-07	0.0000E+00	-9.0874E-05	0.0000E+00	5.3192E-09	0.0000E+00
2	1	1.5678E-07	-5.9520E-08	2.2990E-07	2.5149E-07	8.3831E-09	7.7065E-09	4.2915E-09	3.4972E-09
2	2	3.4611E-05	6.8444E-08	2.1217E-07	1.9307E-07	3.4626E-05	1.1422E-08	3.6509E-09	3.1773E-09
3	0	-3.2198E-06	0.0000E+00	1.1327E-07	0.0000E+00	-3.1794E-06	0.0000E+00	6.1087E-09	0.0000E+00
3	1	2.6247E-05	5.3803E-06	1.1782E-07	1.1782E-07	2.6349E-05	5.4670E-06	6.4988E-09	4.5963E-09
3	2	1.4121E-05	4.9465E-06	1.2385E-07	1.2381E-07	1.4199E-05	4.8823E-06	6.5587E-09	5.7659E-09
3	3	1.2196E-05	-1.7300E-06	1.0660E-07	1.0798E-07	1.2285E-05	-1.7661E-06	4.5773E-09	4.7039E-09
4	0	3.1633E-06	0.0000E+00	7.3615E-08	0.0000E+00	3.2151E-06	0.0000E+00	6.1604E-09	0.0000E+00
4	1	-6.0128E-06	1.6681E-06	7.9187E-08	7.9765E-08	-6.0133E-06	1.6317E-06	7.8731E-09	4.8258E-09
4	2	-7.0143E-06	-6.7485E-06	8.1268E-08	8.1119E-08	-7.1067E-06	-6.7657E-06	8.8066E-09	8.6251E-09
4	3	-1.3123E-06	-1.3465E-05	8.0665E-08	8.1148E-08	-1.3676E-06	-1.3420E-05	8.3509E-09	8.3655E-09
4	4	-6.0309E-06	3.9284E-06	7.0665E-08	6.9625E-08	-6.0334E-06	3.9422E-06	6.4127E-09	5.7409E-09

У результаті обчислень було отримано модель 90-го порядку, коефіцієнти якої до четвертого порядку наведено у табл. 3. Для порівняння в цій самій табл. наведено коефіцієнти моделі LP100K(Lunar Prospector)[4].

З використанням одержаної моделі обчислено значення аномалій в сітці $1^\circ \times 1^\circ$ за співвідношенням (1) та знайдено різниці вихідних даних, які отримані з сайту місії SELENE та обчислених значень аномалій v . Значення середньоквадратичної помилки, обчислене за формулою Бесселя

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}, \text{ дорівнює } 0,3 \text{ мГал для моделі 90-го порядку.}$$

На рис. 2 показано зміни порядкових дисперсій

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum_{m=0}^n (\overline{C}_{nm}^2 + \overline{S}_{nm}^2)}{2n+1}} \quad (4)$$

для отриманої моделі гравітаційного поля до 90-го порядку, а також емпіричний закон зміни, встановлений для гравітаційного потенціалу Місяця [4]

$$\sigma_n = \frac{\beta \cdot 10^{-4}}{n^2} = \frac{1.2 \cdot 10^{-4}}{n^2}. \quad (5)$$

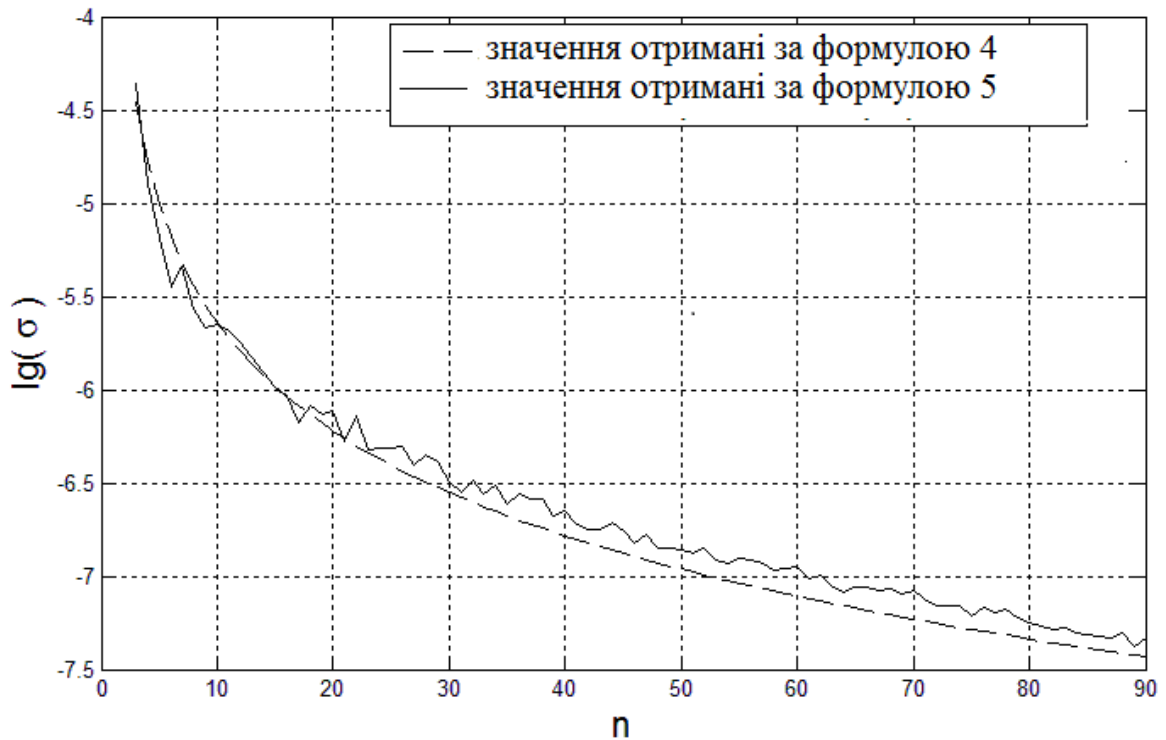


Рис. 2. Зміна порядкових дисперсій σ_n для отриманої моделі та емпіричне значення

Також для отриманої моделі та моделі LP100K обчислено моменти інерції Місяця за формулою

$$\frac{C}{M R_c^2} = \frac{2C_{22} - C_{20}}{\beta} - C_{20} - 2C_{22}. \quad (6)$$

$$\frac{C}{M R_c^2} (\text{обчислена модель}) = 0,3933$$

$$\frac{C}{M R_c^2} (\text{LP100K(Lunar Prospector)}) = 0,3935$$

На рис. 3 показано аномалії у вільному повітрі для зворотного боку Місяця, отримані для побудованої моделі.

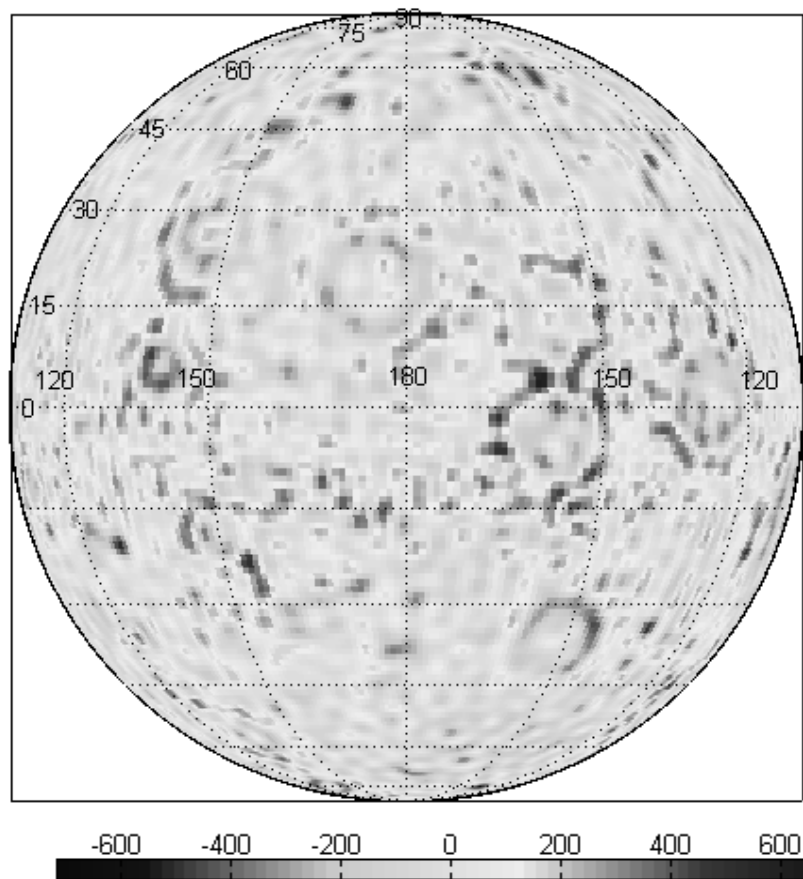


Рис. 3. Аномалії у вільному повітрі знайдені за отриманою моделлю

Висновки. Завдяки використано субсупутників за методом радіоінтерферометрії з наддовгою базою у місії SELENE(Kaguya) вдалось отримати моделі гравітаційного поля, які чітко розділяють кільцеві структури, пов'язані з басейнами на протилежному боці.

З рис. 2 видно, що графік порядкових дисперсій обчисленої моделі збігається з графіком, побудованим за емпіричною функцією.

Отримані моменти інерції узгоджуються з результатами, отриманими іншими авторами [4].

1. Гопкінс Дж. *Анализ методов расчета моделей гравитационного поля Земли из комбинации наземных и спутниковых данных / Использование искусственных спутников для геодезии.* – М.: Мир, 1975. – С. 139–148.
2. Сагитов М.У. *Лунная гравиметрия // Наука.* – 1979. – С. 433.
3. An improved lunar gravity field model from SELENE and historical tracking data: Revealing the farside gravity features: *journal of geophysical research [Електронний ресурс] / K. Matsumoto, S. Goossens, Y. Ishihara, Q. Liu, F. Kikuchi, T. Iwata, N. Namiki, H. Hanada, H. Noda, N. Kawano, // Journal of geophysical research.* – 2010. – № 1. – 115. – Режим доступу до журн. : <http://www.agu.org/pubs/crossref/2010/2009JE003499.shtml>.
4. Konopliv A.S., Binder A.B., Hood L.L., Kucinskas A.B., Sjogren W.L. and Williams J.G. *Improved gravity field of the Moon from lunar prospector // Science.* – 1998. – 281. – P.1476–1480.
5. Lunar gravity field determination using SELENE same-beam differential VLBI tracking data: *SpringerLink [Електронний ресурс] / S. Goossens K. Matsumoto, Q. Liu, F. Kikuchi, K. Sato, H. Hanada, Y. Ishihara, H.Noda, N. Kawano, N. Namiki, T.Iwata, F. G. Lemoine, D.D.Rowlands ,Y. Harada, M. Chen // Journal of Geodesy.* – 2010. – №4. – 205–208. – Режим доступу до журн. : <http://www.springerlink.com/content/n2p6437361xh4244/>
6. Japan Aerospace Exploration Agency. Kaguya(SELENE). http://www.SELENE.jaxa.jp/en/science/RSAT/G_Anom_Map4_public_e.htm