

## ДО ПИТАННЯ ОЦІНКИ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ ПЕРЕВИЩЕНЬ МЕТОДОМ GPS

© Грицюк Т.Ю., Третяк К.Р., 2007

*Досліджено вплив тривалості спостережень, довжини вектора та мінімальної висоти супутників над горизонтом для визначення вертикальної складової GPS вимірів. Виведено формулу середньої квадратичної похибки виміряних перевищень методом GPS від мінімального кута висоти супутників над горизонтом, тривалості спостережень та довжини вектора. Виконано детальну оцінку точності отриманого виразу. Порівняно точність визначення перевищень методом геометричного нівелювання та методом GPS.*

*The influence of the time length of observations, vector length and minimum height of the satellites above horizon for the determination of vertical component of GPS measurements was investigated. The GPS method was derived. The accuracy for the determination of the elevation between GPS method and classic leveling was compared.*

**Постановка проблеми:** для визначення вертикальних зміщень інженерних споруд не завжди економічно та технологічно вигідним є застосування геометричного нівелювання. Нині все більше застосовуються GPS методи для визначення як горизонтальних, так і вертикальних зміщень.

На точність GPS вимірів впливають різні фактори, найвагоміші з них:

- тривалість спостережень;
- довжини векторів;
- величина GDOP (параметр, який оцінює геометричну конфігурацію сузір'я супутників);
- тропосферні та іоносферні затримки сигналу.

Останні два фактори значною мірою залежать від мінімальної висоти супутників над горизонтом, від яких приймаються сигнали.

**Постановка завдання:** метою нашої роботи було дослідження впливу трьох факторів для визначення вертикальної складової GPS вимірів: тривалості спостережень –  $t$ , довжини вектора –  $L$  та мінімальної висоти супутників над горизонтом –  $\alpha$ .

Перевищення визначаються в геодезичній системі висот. На практиці ця система висот використовується значно меншою мірою, ніж нормальна система. Однак, коли досліджуються зміни перевищень на об'єктах, то ми можемо використовувати геодезичну систему висот.

**Аналіз виконаних досліджень:** раніше експериментальним методом було отримане рівняння оцінки точності виміряних перевищень методом GPS [2,3]:

$$m_{\Delta h} = (2.59 \pm 0.34)L + (0.50 \pm 0.37)Lt, \quad (1)$$

але ця формула не враховувала впливу мінімальної висоти супутників над горизонтом, також вона була отримана за результатами спостережень 1998 р. У цей час супутникові сигнали спотворювалися селективним доступом (SA-процесом).

Також нами раніше була отримана формула загальної залежності виміряних перевищень від мінімальної висоти супутників над горизонтом, тривалості спостережень та довжини вектора [1]:

$$m_{\Delta h} = \left[ (-0.0025L_{(км)} + 0.0146) \cdot t_{(год)} + 0.15 \right] \alpha_{(град)} + 5_{(мм)} \quad (2)$$

але ця формула не враховувала результати вимірів, виконаних при куті мінімальної висоти супутників над горизонтом в  $5^0$ , також вертикальної складової ексцентриситету фазових центрів антен, і ваг вимірів.

**Виклад основного матеріалу:** Для визначення вертикальних зміщень інженерних споруд за допомогою GPS-технологій є актуальним дослідження впливу тривалості спостережень, довжини вектора та кута мінімальної висоти супутників над горизонтом. Для нашої роботи у мережі Інтернет на WEB-сторінці SOPAC [4] були запозичені обсерваційні і навігаційні файли GPS-спостережень, виконаних на пунктах перманентних станцій з відомими координатами, які утворюють вектори довжинами: 1,8; 2,3; 7 та 10 км (табл.1). Всі перманентні станції розміщені на території США. Результати вимірів охоплювали період 2006 – 2007 років в різний час доби, різні дні та різні пори року.

Результати спостережень опрацьовувались програмним пакетом SKI фірми LEICA (Швейцарія). Для встановлення залежності між точністю визначення перевищень і тривалістю спостережень кожна 10-годинна сесія вимірів була розділена на 7 інтервалів:

- 1 інтервал – 5 хв з початку сесії;
- 2 інтервал – 10 хв з початку сесії;
- 3 інтервал – 20 хв з початку сесії;
- 4 інтервал – 1 год з початку сесії;
- 5 інтервал – 2 год з початку сесії;
- 6 інтервал – 4 год з початку сесії;
- 7 інтервал – 10 год з початку сесії.

Мінімальна висота супутників над горизонтом змінювалась у межах від  $5^0$  до  $25^0$ , з кроком  $5^0$ .

Таблиця 1

**Назви векторів та координати перманентних станцій у системі WGS 84**

№ з/п	Назва пунктів	Наближена довжина вектора, км	Геоцентрична система WGS 84		
			B <sup>0</sup>	L <sup>0</sup>	H(м)
1	MIDA	1.8	35.92	-120.46	570.67
	POMM		35.92	-120.48	597.09
2	CVHS	2.3	34.08	-117.90	119.10
	WCHS		34.06	-117.9	100.10
3	PVRS	7	33.77	-118.32	59.84
	VTIS		33.71	-118.29	59.49
4	CIT1	10	34.14	-118.13	215.33
	GVRS		34.05	-118.11	154.50

За результатами опрацювання спостережень визначено виміряні перевищення і наведена оцінка точності. Отримані результати порівнювались з перевищеннями, отриманими за точними висотами. Ці висоти одержані опрацюванням річних рядів безперервних спостережень. Також вони редуковані на епоху вимірів за рух тектонічних плит.

Оскільки для різних значень мінімальних висот супутників над горизонтом кількість одержаних результатів вимірів була різною (табл. 2–5), то для кожного виміру встановлювалась відповідна вага, яка визначалась з такого виразу:

$$P_i = \frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, \quad (3)$$

де  $k_i$  – кількість опрацьованих вимірів для відповідної мінімальної висоти супутників над горизонтом;  $\sum_{j=1}^n k_j$  – сумарна кількість опрацьованих вимірів;  $n$  – кількість серій (за різних кутів мінімальної висоти супутників над горизонтом).

Таблиця 2

**Кількість отриманих результатів для вектора довжиною 1,8 км**

Інтервал часу	Заг. кількість результатів	Мінімальна висота супутників над горизонтом, $\alpha$				
		5 <sup>0</sup>	10 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	20 <sup>0</sup>	25 <sup>0</sup>
5 хв	53	11	11	11	10	9
10хв	41	12	8	7	7	7
20 хв	49	11	11	10	9	8
1 год	49	11	11	10	10	7
2 год	56	12	12	11	12	9
4 год	48	12	10	9	10	7
10 год	58	12	12	12	12	10

Таблиця 3

**Кількість отриманих результатів для вектора довжиною 2,3 км**

Інтервал часу	Заг. кількість результатів	Мінімальна висота супутників над горизонтом, $\alpha$				
		5 <sup>0</sup>	10 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	20 <sup>0</sup>	25 <sup>0</sup>
5 хв	60	12	12	12	12	12
10хв	60	12	12	12	12	12
20 хв	60	12	12	12	12	12
1 год	60	12	12	12	12	12
2 год	60	12	12	12	12	12
4 год	57	12	12	11	11	11
10 год	54	11	10	11	11	11

Таблиця 4

**Кількість отриманих результатів для вектора довжиною 7 км**

Інтервал часу	Заг. кількість результатів	Мінімальна висота супутників над горизонтом, $\alpha$				
		5 <sup>0</sup>	10 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	20 <sup>0</sup>	25 <sup>0</sup>
5 хв	50	11	10	10	9	10
10хв	48	11	9	9	9	10
20 хв	53	11	11	11	10	10
1 год	52	11	11	11	10	12
2 год	60	12	12	12	12	12
4 год	58	12	11	11	12	12
10 год	59	12	11	12	12	12

Таблиця 5

**Кількість отриманих результатів для вектора довжиною 10 км**

Інтервал часу	Заг. кількість результатів	Мінімальна висота супутників над горизонтом, $\alpha$				
		5 <sup>0</sup>	10 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	20 <sup>0</sup>	25 <sup>0</sup>
5 хв	44	10	10	9	8	7
10хв	43	10	9	9	8	7
20 хв	41	8	9	9	8	7
1 год	44	8	9	9	9	9
2 год	45	9	9	9	9	9
4 год	45	9	9	9	9	9
10 год	46	10	9	9	9	9

За результатами аналізу досліджень нами встановлено, що точність виміряних перевищень є лінійною функцією від мінімальної висоти супутників над горизонтом. Для кожного вектора були складені п'ять лінійних рівнянь, де змінною був кут (град.), мінімальна висота супутників над горизонтом

$$m_{\Delta h} = a_0\alpha + b. \quad (4)$$

Далі було встановлено, що коефіцієнт  $b$  практично не змінюється і становить  $b=5$  мм, визначений з середньою квадратичною похибкою 0,4 мм, а коефіцієнт  $a_0$  є лінійною функцією від тривалості спостережень  $t$ , у результаті  $a_0$  можна записати як

$$a_0 = a_1 t + a_2. \quad (5)$$

Для кожного вектора була складена система з семи рівнянь, які відповідали різній тривалості спостережень. За способом найменших квадратів була розв'язана система рівнянь і визначені коефіцієнти  $a_1$  і  $a_2$ . Коефіцієнт  $a_2$  є практично сталою величиною  $a_2=0,44$  (мм/град) і визначений з точністю  $\pm 0,02$  (мм/град).

Натомість нами встановлено, що коефіцієнт  $a_1$  знов-таки лінійно залежить від довжини вектора, у зв'язку з цим можна записати, що

$$a_1 = a_3 L_{(км)} + a_4. \quad (6)$$

З системи чотирьох рівнянь, які відповідають досліджуваним векторам, за способом найменших квадратів нами встановлені значення цих коефіцієнтів:

$$a_3 = 0,00086 \text{ (мм/км*год.*град)}, \text{ визначений з точністю } \pm 0,000125;$$

$$a_4 = -0,0246 \text{ (мм/ год.*град)}, \text{ визначений з точністю } \pm 0,00782.$$

Відповідно за результатами виконаних досліджень загальна залежність виміряних перевищень від мінімального кута висоти супутників над горизонтом, тривалості спостережень та довжини вектора має такий вигляд:

$$m_{\Delta h} = \left[ \left( 0.00086 L_{(км)} - 0.0246 \right) \cdot t_{(год)} + 0.44 \right] \alpha_{(град)} + 5_{(мм)}; \quad (7)$$

$$\text{де, } 1 < L < 10 \text{ (км)}$$

$$0.1 < t < 10 \text{ (год)}$$

$$5^\circ < \alpha < 25^\circ$$

За отриманою формулою побудовано номограми середньої квадратичної похибки перевищень методом GPS залежно від часу спостережень та довжини вектора при різних кутах  $\alpha$  (див. рис. 1).

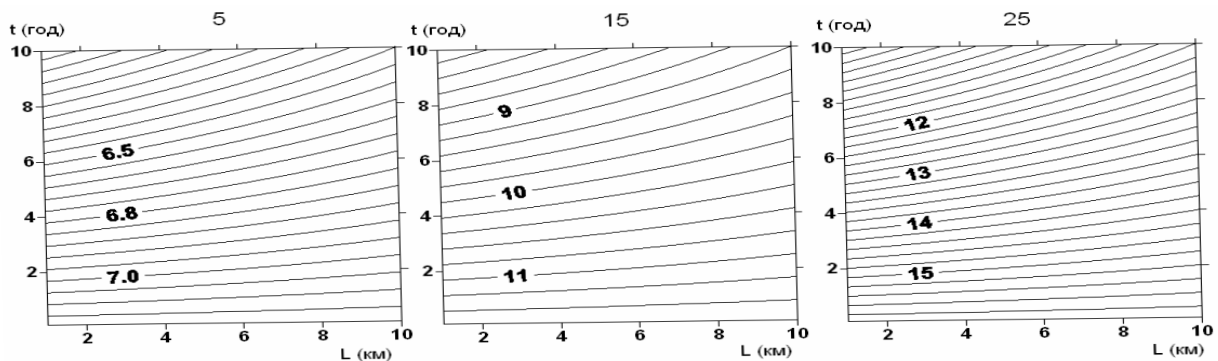


Рис. 1. Номограми розрахунку середньої квадратичної похибки перевищень методом GPS залежно від часу спостережень та довжини вектора для ( $5^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $25^\circ$ ) мінімальної висоти супутників над горизонтом

Диференціюванням виразу (7) отримано вираз для знаходження середньої квадратичної похибки визначення  $m_{\Delta h}$ :

$$m_{m_{\Delta h}} = \sqrt{\left[ \left( 1.6 \cdot 10^{-6} \cdot L^2 + 6.1 \cdot 10^{-5} \right) \cdot t^2 + 0.0004 \right] \cdot \alpha^2 + 0.16} \quad (8)$$

З виразу (8) видно, що середня квадратична похибка визначення  $m_{\Delta h}$  збільшується з тривалістю спостережень  $t$ , довжиною лінії  $L$  та кутом мінімальної висоти супутників над горизонтом  $\alpha$ . За отриманою формулою побудовано номограми розрахунку точності визначення  $m_{\Delta h}$  залежно від часу спостережень та довжини вектора при різних кутах  $\alpha$  (див. рис. 2).

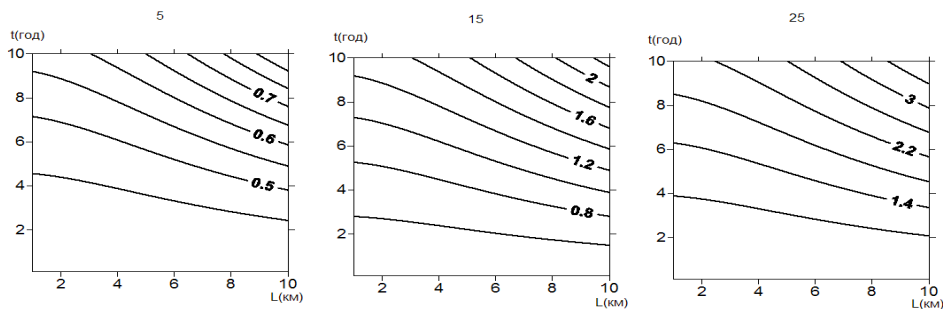


Рис. 2. Номограми розрахунку середньої квадратичної похибки  $m_{\Delta h}$  залежно від часу спостережень та довжини вектора для  $(5^\circ, 15^\circ, 25^\circ)$  мінімальної висоти супутників над горизонтом

Для порівняння середньої квадратичної похибки перевищень методом геометричного нівелювання та методом GPS ми обчислили значення середніх квадратичних похибок для лінії довжиною 10 км.

Середня квадратична похибка геометричного нівелювання обчислюється за таким виразом:

$$m_{\Delta h} = \sqrt{(\eta \cdot \sqrt{L})^2 + (\sigma \cdot L)^2}, \quad (9)$$

де  $\eta$  – випадкова похибка;  $\sigma$  – систематична похибка;  $L$  – довжина ходу, км.

Для нівелювання 2-го класу  $\eta=1,06$  мм;  $\sigma=0,1$  мм; для 3-го  $\eta=1,6$  мм;  $\sigma=0,2$  мм.

На 10 км ходу середня квадратична похибка для нівелювання 2-го класу становить 3,5 мм; 3-го класу – 5,5 мм, а за допомогою супутникових методів – 6,5 мм.

За отриманими результатами ми поки що не можемо замінити геометричне нівелювання 2-го класу супутниковими методами для визначення вертикальних зміщень інженерних споруд. Але при лініях довжиною 10 км ми практично можемо замінити геометричне нівелювання 3-го класу при визначенні вертикальних зміщень, особливо це стосується роботи в складних рельєфних умовах. Однак є два способи підвищення точності визначення перевищень методом GPS.

1. Урахування вертикальної складової ексцентриситету фазового центру антен на частотах  $L_1$  і  $L_2$ .
2. Урахування зміни вертикальної складової ексцентриситету фазового центру антен зі зміною мінімальної висоти супутників над горизонтом

#### Висновки:

1. За результатами досліджень виведено формулу середньої квадратичної похибки виміряних перевищень методом GPS від мінімального кута висоти супутників над горизонтом, тривалості спостережень та довжини вектора. Виконано детальну оцінку точності отриманого виразу.

2. За отриманими результатами ми поки що не можемо замінити геометричне нівелювання 2-го класу супутниковими методами для визначення вертикальних зміщень інженерних споруд. При лініях довжиною 10 км ми практично можемо замінити геометричне нівелювання 3-го класу для визначення вертикальних зміщень.

3. Для підвищення точності визначення вертикальних зміщень методом GPS існують два шляхи з урахуванням:

- 1) вертикальної складової ексцентриситету фазового центра антен на частотах  $L_1$  і  $L_2$ ;
- 2) зміни вертикальної складової ексцентриситету фазового центра антен зі зміною мінімальної висоти супутників над горизонтом.

1. Грицюк Т.Ю., До питання розробки методики моніторингу вертикальних зміщень інженерних споруд ГЕС за допомогою GPS технологій. // Збірник наукових праць XII міжнародного науково-технічного симпозиуму “Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища GPS і GIS-технологій”. – Алушта – 2007. 2. Третяк К.Р., Черепанов Е.І. Експериментальне дослідження точності GPS-системи SR-9500 LEICA // Зб. наук. пр. наук.-техн. конф., присвяченої святу працівників геології, геодезії та картографії. Львів: ДУ “Львівська політехніка”. – 1999. 3. Третяк К.Р., Шушкова Т.М. До питання тривалості GPS-вимірів при побудові державних мереж 1-го та 2-го класів // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2001. – № 61. 4. [www.sopak.ucsd.edu/cgi-bin/dbDataBySite.cgi](http://www.sopak.ucsd.edu/cgi-bin/dbDataBySite.cgi).