

\*І. Тревого, \*\*Є. Ільків, Ю. Ткаченко

\*Національний університет "Львівська політехніка",

\*\*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

## ТОЧНІСТЬ ЦИФРОВОГО НІВЕЛЮВАННЯ З ВРАХУВАННЯМ ДОДАТКОВИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ РЕЙОК

© Тревого І., Ільків Є., Ткаченко Ю., 2011

*Выполнены исследования для оценки влияния изменения положения пяток реек на точность определения превышения на станции при цифровом нивелировании. Доказано, если точность определения величин изменения пяток реек существенно выше, чем точность взятия отсчета на рейке, то точность нивелирования соответствует точности нивелирования при двух горизонтах инструмента, поэтому эти изменения могут служить только для контроля нивелирования на станции.*

*The investigation to assess the impact of change in position heel staffs on the accuracy of determining the excess on the station at digital leveling was performed. It is proved if the accuracy of determining the changes in position heel staffs substantially higher than accurate reading rod accuracy leveling does not change, so these changes can serve only to control the leveling on the station.*

**Постановка та актуальність задачі.** Під час нівелювання із використанням цифрових нівелірів з односторонніми кодовими рейками виникає питання контролю вимірювань на станції. Для цього запропоновано, зокрема, змінювати положення п'яток рейок. У зв'язку з цим виникає питання оцінювання точності такого цифрового нівелювання. Підвищення контрольованості вимірів з оцінкою їх точності має важливе практичне значення під час створення висотних мереж.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Для збільшення контрольованості визначення перевищення на станції пропонують виконувати цифрове нівелювання, змінюючи положення п'яток рейок. У роботі [2] запропоновано під час цифрового нівелювання змінювати положення п'яток рейок, використовуючи двоголові костилі. Змінювати положення п'ятки рейки можна і за допомогою підставки, яка описана в статті [1]. Проте питання впливу цього зміщення на точність нівелювання не розглядається.

**Невирішені проблеми** полягають у тому, що відсутня оцінка впливу визначення зміни положення п'яток рейок на точність цифрового нівелювання.

**Постановка завдання** – оцінити вплив визначення зміни положення п'яток рейок на точність цифрового нівелювання.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо порядок взяття відліків зі зміною положення п'яток рейок на станції цифрового нівелювання (таблиця).

### Програма спостережень зі зміною положення п'яток рейок

Відліки на рейці	
задня	передня
$y_1$ (1)	$y_2$ (2)
$y_4^*$ (4)	$y_3^*$ (3)

У таблиці  $y^*$  – відліки після зміни положення п'яток рейок. Порядок взяття відліків вказано в дужках. Величину зміщення положення п'яток рейок позначимо так:  $y_5$ ,  $y_6$ , відповідно, для задньої і передньої рейок.

На основі наведеної методики можна записати

$$\begin{aligned} h_1 &= y_1 - y_2 \\ h_2 &= y_4^* - y_5 - y_3^* + y_6 \end{aligned} \quad (1)$$

Виникає задача урівнювання багаторазових вимірювань однієї величини. Рівняння поправок мають вигляд

$$V = A \delta h + L, \quad (2)$$

а нормальне рівняння

$$R \delta h + b = 0, \quad (3)$$

де  $R = A^T P_h A$ ,  $b = A^T P_h L$ .

У цьому випадку вектори коефіцієнтів та вільних членів рівнянь поправок мають вигляд

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix}, l_j = h^0 - h_j, h^0 = h_1. \quad (4)$$

Якщо вважати, що всі  $y_i$  незалежні, то коваріаційна матриця  $K_y$  буде діагональною. Позначимо дисперсії для відліків на рейці

$$\sigma_{y_i}^2 = \sigma_0^2, \quad (5)$$

і для величин зміщення п'ятки

$$\sigma^2 = c \sigma_0^2, \quad (6)$$

де  $\sigma_0^2$  – дисперсія помилки одиниці ваги.

Знайдемо матрицю ваг  $P_h$ . Коваріаційна матриця  $K_y$  матиме на головній діагоналі вектор (1,1,1,1,c,c). Відповідно до узагальненої теореми оцінки точності

$$K_h = B K_y B^T, \quad (7)$$

де

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial h_j}{\partial y_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

У результаті для (7) одержимо

$$K_h = \sigma_0^2 Q_h = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2+2c \end{pmatrix}. \quad (8)$$

**Розглянемо два випадки:**

**1) Величина зміщення нулів визначена безпомилково ( $c=0$ ).** Тоді

$$K_h = \sigma_0^2 Q_h = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad (9)$$

$$P_h = Q_h^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Коефіцієнт нормального рівняння дорівнює

$$R = A^T P_h A = (111) P_h \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 1. \quad (11)$$

Вільний член нормального рівняння

$$b = A^T P_h L = (0.5 \ 0.5) \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(l_1 + l_2).$$

Розв'язок нормального рівняння (3)

$$\delta h = -\frac{b}{R} = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 l_j. \quad (12)$$

Урівняне значення перевищення є арифметичною серединою

$$\bar{h} = h^0 + \delta h = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 h_j \quad (13)$$

з вагою

$$P_{\bar{h}} = 1. \quad (14)$$

Тобто теоретично перевищення, визначене за цією методикою, визначається з точністю  $\sigma_0$ , яка відповідає нівелюванню при двох горизонтах.

**2) Величина зміщення нулів визначена рівноточно з відліками  $u_i$ .** Коваріаційна матриця і матриця ваг у цьому разі будуть такими ( $c=1$ ):

$$K_h = \sigma_0^2 Q_h = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix};$$

$$P_h = Q_h^{-1} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Знайдемо коефіцієнт і вільний член нормального рівняння

$$R = A^T P_h A = 0.75; \quad (16)$$

$$b = A^T P_h L = (0.5 \ 0.25) \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} l_1 + \frac{1}{4} l_2. \quad (17)$$

Розв'язок нормального рівняння буде таким:

$$\delta h = -\frac{b}{R} = -\frac{2}{3} l_1 - \frac{1}{3} l_2.$$

Узагальнене середнє вагове становитиме

$$\bar{h} = h^0 - \frac{b}{R} = \frac{2}{3} h_1 + \frac{1}{3} h_2, \quad (18)$$

а його вага

$$P_{\bar{h}} = 0.75. \quad (19)$$

Остання дає таке співвідношення помилки нівелювання за цією методикою з середньою квадратичною помилкою нівелювання без визначення зміни положення п'яток рейок

$$m_{\bar{h}} = \frac{m}{\sqrt{P_{\bar{h}}}} = 1.155m, \quad (20)$$

що означає зниження точності на 15,5%.

**Висновки.** 1. Якщо точність визначення величин зміни положення п'яток рейок істотно (мінімум у три рази) вища, ніж точність взяття відліку на рейці, то точність нівелювання практично збігається з точністю при двох горизонтах нівеліра.

2. Якщо визначення величини зміни положення п'яток рейок є рівноточним порівняно з точністю взяття відліку на рейці, то точність визначення перевищення за методикою зміни п'яток рейок знижується на 15 % порівняно з точністю при двох горизонтах.

3. Якщо точність визначення величини зміни положення п'яток рейок істотно вища, ніж точність взяття відліку на рейці, то зміна положення п'яток рейок може слугувати лише для контролю нівелювання.

1. Ильков Е.Ю. Опыт нивелирования при наблюдении за осадками сооружений // Геодезия и картография. – 1987. – № 7. – С.21–22. 2. Малков А.Г. О контроле измерения превышения цифровыми нивелирами // Геодезия и картография. – 2009. – № 9. – С. 14–15.

Надійшла 25.03.2011р.