

ЩОДО ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩ АНАЛІТИЧНИМ СПОСОБОМ

© Смірнов Є. І., 2011

*Выполнен анализ определения площадей земельных участков по различным формулам.
Сделан вывод, что оценивать точность определения относительных ошибок
необходимо с помощью дифференциального подхода.*

*On the question of determining the area of analytical. The analysis of the determination of areas
of land using different formulas. Concluded that to asses the accuracy of the relative errors
should be differentiated approach.*

Постановка проблеми. Цікаві дослідження наведені у роботі [1], але отримані результати, на наш погляд, вимагають деякого уточнення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для визначення похибки визначення площ ділянок у роботі [1] використану формулу

$$m_s = m_p \sqrt{S} \sqrt{\frac{1+k^2}{2k}}, \quad (1)$$

де m_p – похибка положення пункту вершини; S – площа ділянки; k – коефіцієнт видовження (відношення довжини ділянки до її ширини).

Цю формулу отримано на підставі формули, яку запропонував А. Маслов.

$$\begin{aligned} m_s &= \frac{m_p}{2} \sum \sqrt{(x_{i+1} - x_{i-1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2} = \\ &= \frac{m_p}{2} \sqrt{[DD]_{i-1}^{i+1}}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $[DD]_{i-1}^{i+1}$ – сума діагоналей, які з'єднують вершини $i+1$ і $i-1$.

Слід зазначити, що формула (2) достатньо складна і може бути використана тільки для апостеріорного оцінювання точності, тобто коли визначені всі метричні характеристики ділянки. Але навіть і в цьому випадку методика, що ґрунтується на використанні формули (2), передбачає визначення і опрацювання координат точок.

Спробуємо дещо перетворити вираз (2). Для цього, використовуючи формулу котангенсів, виразимо хорду через сторони багатокутника [2]

$$DD_{i-1}^{i+1} = d_{i-1}^2 + d_{i+1}^2 - 2d_{i-1}d_{i+1} \cos \beta, \quad (3)$$

де d_{i-1} – довжина сторони багатокутника між вершинами $i-1$ та i ; d_{i+1} – довжина сторони багатокутника між вершинами $i+1$ та i ; β_i – кут, утворений сторонами d_{i-1} та d_{i+1} .

Враховуючи вираз (2), запишемо:

$$m_s = \frac{m_p}{\sqrt{2}} \sqrt{[dd] - [d_{i-1}d_{i+1} \cos \alpha_i]}, \quad (4)$$

де $[dd]$ – сума квадратів сторін багатокутника.

Формула (4) зручніша ніж (2), тому що її аргументи – виміряні величини, але користуватись нею доцільно тільки для апостеріорного оцінювання точності.

Порушимо строгість міркувань і припустимо, що земельні ділянки мають будь-яку конфігурацію, але кути при її вершинах близькі до прямих, тоді:

$$m_s = m_p \sqrt{\frac{[dd]}{2}}. \quad (5)$$

Формула, яку ми отримали, доволі проста; щоби оцінити точність визначення площі ділянки, достатньо знати квадрати її сторін.

Аналіз формули (4) показав, що навіть якщо кути при вершинах ділянки становлять 30°, помилка визначення площі не перевищує половини її істинного значення.

Постановка завдання. Повторимо дослідження, які виконали автори [1]. Враховуючи, що автори використовують прямокутні ділянки, оцінимо середню квадратичну похибку положень межового знаку на підставі формули (5). Результат виконаних обчислень наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Допустима похибка положення межового (m_p) пункту за умови похибки обчислення площі $m_s = 1 \text{ м}^2$

S, га	Похибки положення межового пункту, м				
	Коефіцієнт видовження геометричної фігури				
	1	2	3	5	10
0,005	0,100	0,089	0,077	0,062	0,044
0,01	0,071	0,063	0,055	0,044	0,031
0,05	0,032	0,028	0,024	0,020	0,014
0,1	0,022	0,020	0,017	0,014	0,010
0,5	0,010	0,009	0,008	0,006	0,004
1	0,007	0,006	0,005	0,004	0,003
3	0,004	0,004	0,003	0,003	0,002
7	0,003	0,002	0,002	0,002	0,001
10	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001

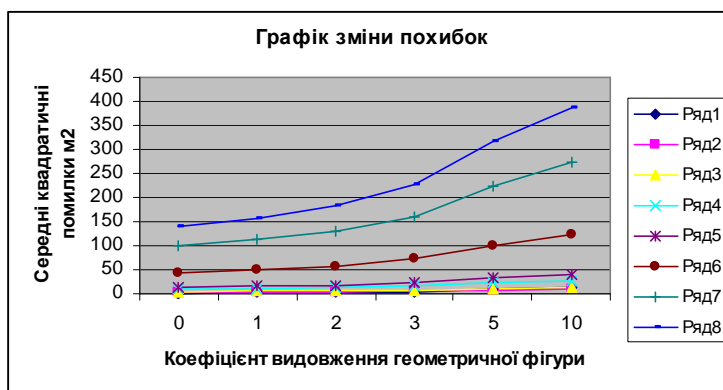
Виклад основного матеріалу. Розбіжність доволі значна, – так, у роботі [1] для ділянок площею 0,5 га положення межових знаків має визначатися з точністю 0,01 м, тоді як за формулою (5) ця точність становить близько 0,04 м. Хоча сама тенденція зміни точності зберігається.

Таблиця 2

Точність аналітичного обчислення площі (S) за координатами пунктів вершин, положення яких визначено з точністю $m_p = 0,10 \text{ м}$

S, га	Похибки аналітичного обчислення площі, яка визначена за формулою (5), м^2				
	Коефіцієнт видовження геометричної фігури				
	1	2	3	5	10
0,01	1,4	1,6	1,8	2,3	3,2
0,05	3,2	3,5	4,1	5,1	7,1
0,1	4,5	5,0	5,8	7,2	10,0
0,5	10,0	11,2	12,9	16,1	22,5
1	14,1	15,8	18,3	22,8	31,8
10	44,7	50,0	57,7	72,1	100,5
50	100,0	111,8	129,1	161,2	224,7
100	141,4	158,1	182,6	228,0	317,8
5000	447,2	500,0	577,4	721,1	1005,0

Розглянемо, як змінюються середні квадратичні похибки залежно від значення площ. Графік залежностей наведено на рисунку.



Зміни середніх квадратичних похибок залежно від значення площі

У землевпорядкуванні прийнято оцінювати помилки визначення площ земельних ділянок через відносні помилки.

Таблиця 3

Відносні помилки обчислення площі (S)

S, га	Відносні похибки обчислення площі				
	Коефіцієнт видовження геометричної фігури				
	1	2	3	5	10
0,01	1:71	1:63	1:55	1:44	1:31
0,05	1:158	1:141	1:122	1:98	1:70
0,1	1:224	1:200	1:173	1:139	1:100
0,5	1:500	1:447	1:387	1:310	1:222
1	1:707	1:632	1:548	1:439	1:315
10	1:2240	1:2000	1:1730	1:1390	1:9950
50	1:5000	1:4470	1:3870	1:3100	1:2220
100	1:7070	1:6320	1:5480	1:4380	1:3150
5000	1:111800	1:100000	1:86603	1:69340	1:49750

Дані цієї таблиці показують, що відносні помилки зростають зі зменшенням площі ділянки. Тому для оцінювання точності визначення площ необхідний диференційний підхід – для ділянок, менших за 0,01 га, відносна помилка повинна бути більшою за 1:30, для ділянок, менших за 0,05 га – 1:70 і так далі.

Висновки. Отже, можна зробити висновок, що формули (5) точніше описують точність визначення площ ділянок, ніж (1). Для оцінювання точності визначення відносних помилок слід застосовувати диференційний підхід.

1. Доскоч А. Точність визначення площ за плоскими прямокутними координатами / А. Доскач, В. Тарнавський, В. Літинський // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Вип. 1 (19), 2010 – С. 107–114. 2. Смірнов Є.І. Необхідна точність складання кадастрових карт / Є.І. Смірнов // Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції «Еколого-економічні проблеми розвитку АПК». – 25–27 вересня 2002. – Львів: ЛДАУ, 2002. – С. 207–213.