

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ГЕОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ СПОСОБОМ “ВПЕРЕД–НАЗАД”

© Перій С.С., 2010

Приведены результаты сравнительных экспериментальных исследований способов геометрического нивелирования из “средины” и “вперед-назад”. Предлагаемый способ позволяет контролировать положение визирного луча в процессе нивелирования и упрощает процесс выбора плеча нивелирования. Показано, что точность способа “вперед-назад” соответствует точности нивелирования из “средины”.

The results of the comparing experimental research of the geometrical leveling from “inside” and “forward-back” leveling methods show that these methods give the possibility to control the position of sighting line during the process of leveling and simplify the choice of leveling shoulder. The experiment shows that the results of “forward-back” leveling method are as accurate as the results of leveling from “inside”.

Постановка проблеми. Сьогодні найточнішим методом визначення перевищення залишається нівелювання горизонтальним променем. Сучасний розвиток науки і техніки, геодезичного приладобудування ставить старі невирішені проблеми геометричного нівелювання на вищий рівень. З появою цифрових нівелірів похибки відлічування, інструментальні та особисті похибки спостерігачів зводяться до дуже малих або повністю відсутні. Найбільший вплив на точність високоточного геометричного нівелювання мають вертикальна рефракція та нестабільність горизонтальності променя нівелювання.

Зв'язок із науковими та практичними завданнями. Прецизійне нівелювання застосовують у багатьох галузях народного господарства для: створення державної висотної геодезичної мережі; забезпечення точного будівництва, монтажу, експлуатації високотехнологічних і унікальних споруд та обладнання; фундаментальних наукових досліджень з визначення рухів земної кори, дрейфу материків, прогнозу землетрусів та інших не менш важливих завдань сьогодення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких вирішується проблема. Інструкція [1] накладає жорсткі обмеження на виконання високоточного нівелювання. Це передусім періоди доби й атмосферні умови, коли дозволено виконувати вимірювання, довжини та нерівність плечей нівелювання, висота візирного променя над землею поверхнею, а також строге дотримання методики нівелювання – за двома парами костилів і виконання нівелювання в зворотному напрямі.

Однією з основних вимог геометричного нівелювання [1] для досягнення високої точності визначення перевищень є застосування способу нівелювання “із середини”, який усуває вплив негоризонтальності променя нівелювання (за умови його стабільності) та частково компенсує дію вертикальної рефракції [2; 3].

Перевищення по лінії АВ під час нівелювання із середини (рис. 1) подамо формулою:

$$h_{AB} = a_A - b_B = a'_A - b'_B + S_{CA} \operatorname{tg}(i_A) - S_{CB} \operatorname{tg}(i_B) + \frac{S_{CA}^2}{2R_3} - \frac{S_{CB}^2}{2R_3} - \frac{k_{CA} S_{CA}^2}{2R_3} + \frac{k_{CB} S_{CB}^2}{2R_3}, \quad (1)$$

де a_A і b_B – правильні відліки в точках K_1 і K_2 за шкалами рейок за умови суміщення променя нівелювання з рівневою поверхнею нівеліра, що встановлений в точці С; a'_A і b'_B – відліки за шкалами рейок, встановлених у точках А і В, спотворені кривиною Землі, кутом нахилу променя візування та вертикальною рефракцією відповідно в точках N_1 і N_2 ; S_{CA} , S_{CB} – горизонтальні віддалі від нівеліра до рейок; k_A , k_B – коефіцієнти вертикальної рефракції за відповідними напрямками А і В, i_A , i_B – кути негоризонтальності візирного променя за відповідними напрямками А і В, R_3 – радіус кривини Землі на території, де здійснюють нівелювання (для наших широт 6384 км).

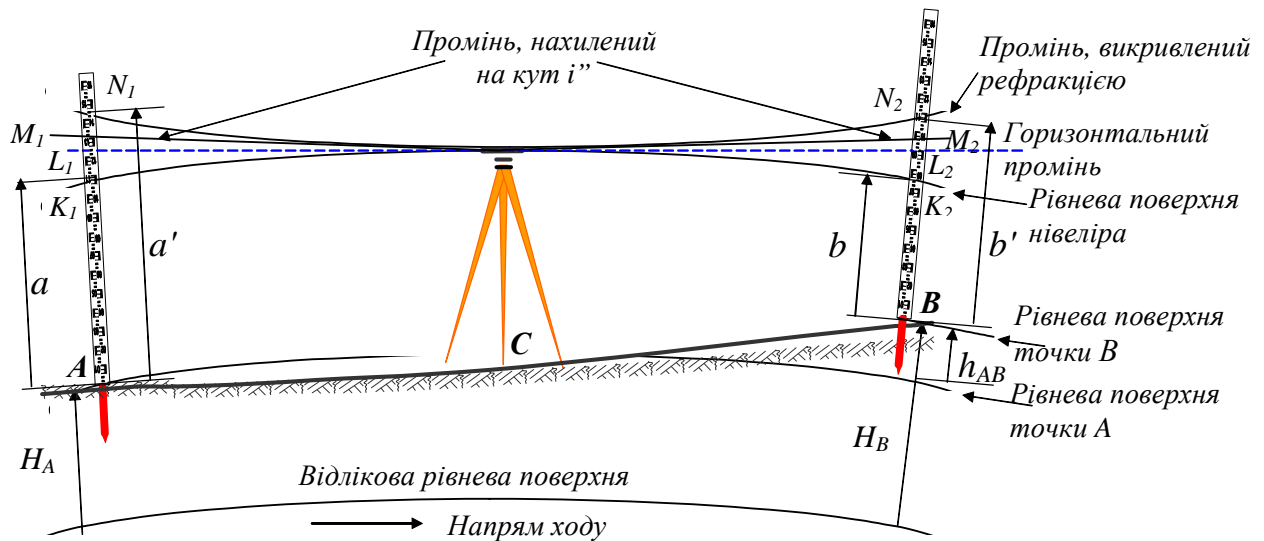


Рис. 1. Нівелювання "із середини"

На рис. 1 показано можливі точки відлічування L_1 і L_2 за умови відсутності вертикальної рефракції і горизонтальності променя візування та точки M_1 і M_2 відповідно за умови додатного кута нахилу (вверх) променя візування та відсутності рефракції.

За умови рівності плечей рівняння (1) перепишемо у вигляді

$$h_{AB} = a'_A - b'_B + (i''_A - i''_B) \frac{S}{\rho''} - \frac{(k_A - k_B) S^2}{2R_3}, \quad (2)$$

де $\rho'' = 206264,8$.

Наведемо дані [6] розрахунку випадкових η_h та систематичних σ_h похибок визначення перевищень точним геометричним нівелюванням (табл. 1).

Таблиця 1

Граничні похибки η_h та σ_h перевищень та допустимі нев'язки точного й прецизійного нівелювання [6]

№	Вид і клас нівелювання	Гранична похибка перевищення		Допустима нев'язка f_h , мм
		η_h , мм	σ_h , мм	
1	Прецизійне нівелювання коротким променем ($S_{\max} = 25$ м)	0,063	0,006	$0,09 \sqrt{n}$
2	Прецизійне нівелювання ($S_{\max} = 50$ м)	0,107	0,008	$0,15 \sqrt{n}$
3	Нівелювання I класу коротким променем ($S_{\max} = 25$ м)	0,092	0,006	$0,13 \sqrt{n}$
4	Нівелювання I класу ($S_{\max} = 50$ м)	0,237	0,008	$0,3 \sqrt{n}$
5	Точне нівелювання II класу ($S_{\max} = 75$ м)	0,631	0,016	$0,9 \sqrt{n}$

Аналізуючи (2), зазначимо, що досягнення точності відлічування 0,01 мм сучасними нівелірами не вирішує проблем високоточного нівелювання, оскільки нестабільність встановлення

променя нівелювання в горизонтальне положення під час нівелювання впливатиме згідно із залежністю $(i_A'' - i_B'') \frac{S}{\rho''}$. Враховуючи, що сучасні нівеліри мають технічні характеристики точності встановлення візирного променя в горизонтальне положення $0,5'' - 0,2''$, і якщо допустити, що $(i_A'' - i_B'')$ дорівнюватиме точності встановлення променя в горизонтальне положення, то для довжини плеча нівелювання – 75 м становить 0,26–0,1 мм. Різниця коефіцієнтів вертикальної рефракції за напрямом на 1 спричинить похибку 0,44 мм.

Невирішені частини загальної проблеми. Недоліком способу нівелювання із “середини” є неконтрольованість стабільності встановлення візирного променя в горизонтальне положення. Зміна його положення за час між спостереженнями на задню і передню рейки безпосередньо входить у похибку визначення перевищення. Багато часу у процесі нівелювання I і II класів витрачається на встановлення рівності плечей (допуск 0,5 і 1 м відповідно) та їхньої довжини (допуск 50 м), особливо на похилих ділянках нівелювання, де накладається ще й обмеження висоти променя над землею поверхнею (0,8 і 0,5 м відповідно) [1].

Постановка завдання. Запропонувати спосіб нівелювання, який дав би змогу контролювати процес вимірювання безпосередньо на станції нівелювання, спростив би вибір плечей й дав би змогу визначати поправки за вплив зовнішніх умов на результати вимірювань, що б сприяло підвищенню точності вимірювань перевищень.

Виклад основного матеріалу дослідження. Розглянемо нівелювання способом “вперед” (рис. 2).

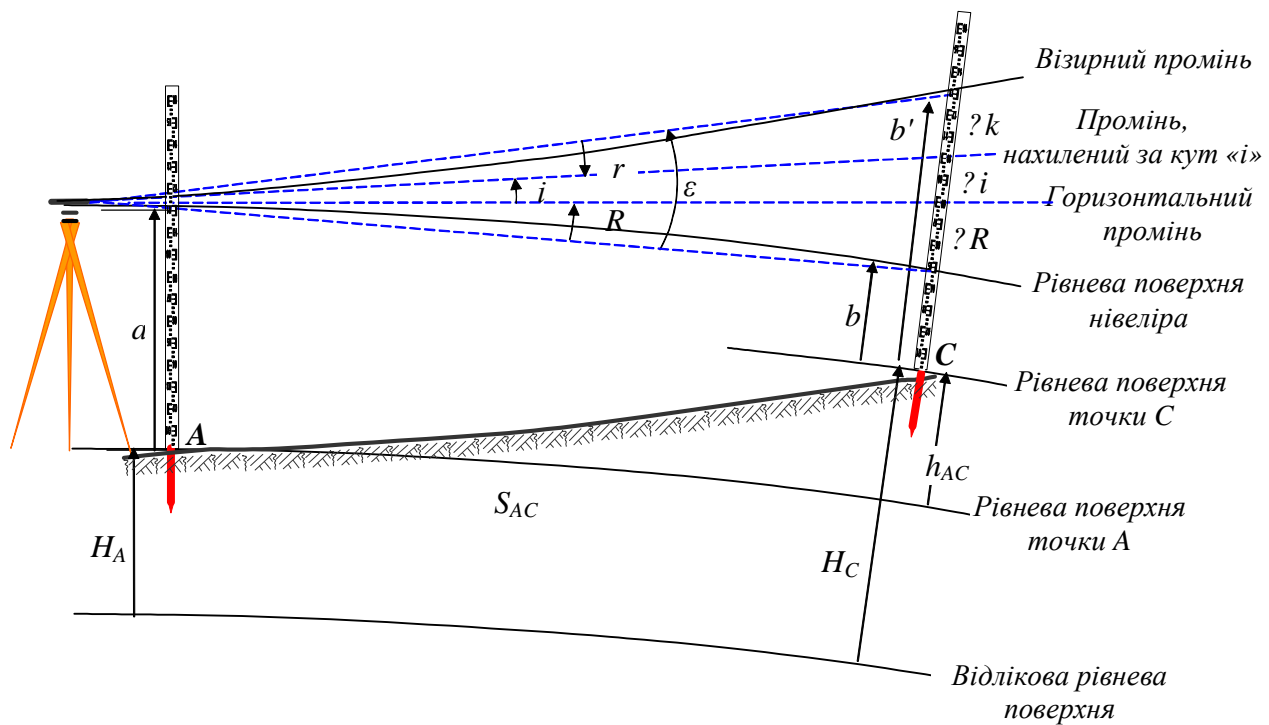


Рис. 2. Нівелювання “вперед”

Перевищення h_{AC} способом “вперед” визначають за формулою:

$$h_{AC} = H_C - H_A = a - b = a - (b' - \Delta R - \Delta i + \Delta r), \quad (3)$$

де a і b – правильні відліки за шкалами рейок за умови суміщення променя нівелювання з рівневою поверхнею нівеліра; b' – відлік шкали рейки, що встановлена в точці В, зміщений від рівневого положення нівеліра на лінійні величини поправки за кривину Землі ΔR (кутова величина – R''), кута негоризонтальності променя візування Δi (кутова величина – i'') та вертикальної рефракції Δr (кутова величина – r'').

Пропонуємо спосіб геометричного нівелювання “вперед–назад”, який передбачає подвійні вимірювання перевищень способом “вперед” з кінців лінії нівелювання (прямо і зворотно) (рис. 3).

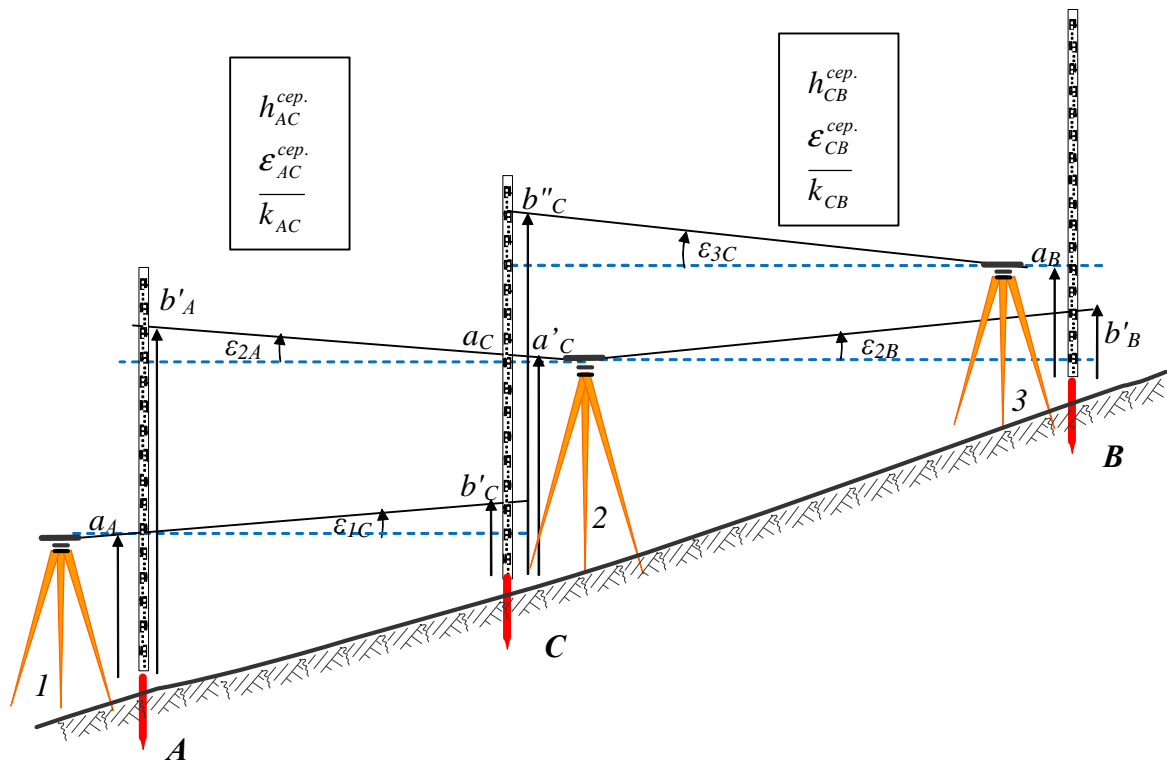


Рис. 3. Спосіб нівелювання “вперед–назад”

Запишемо систему рівнянь визначення прямого і зворотного перевищення.

$$\left. \begin{aligned} h_{AC} &= a_A - b'_C + S_{1C} \operatorname{tg}(i_{1C}) + \frac{S_{1C}^2}{2R_3} - \frac{k_{1C} S_{1C}^2}{2R_3} + \Delta_{\text{периф}} \\ h_{CA} &= a_C - b'_A + S_{2A} \operatorname{tg}(i_{2A}) + \frac{S_{2A}^2}{2R_3} - \frac{k_{2A} S_{2A}^2}{2R_3} + \Delta_{\text{периф}} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

де a_A, a_C – відліки на ближні рейки, що встановлені у відповідних точках А і С; b'_A, b'_C – відліки на віддалені рейки, встановлені в цих самих точках; з умови способу $S_{1C} = S_{2A} = S$ – горизонтальні віддалі між нівеліром і дальніми рейками; $\Delta_{\text{периф}}$ – поправка за перефокусування істотно не впливатиме, оскільки ставиться умова рівності плечей; k_{AB}, k_{BA} – коефіцієнти вертикальної рефракції відповідно вздовж ліній S_{1B} і S_{2A} .

Визначимо середнє перевищення з вимірювань прямого і зворотного перевищення. Враховуючи те, що під час спостережень встановлюють однакові плечі $S_{1C} = S_{2A}$, то середнє значення перевищення по лінії АС відповідно до (3) отримують за формулою:

$$h_{AC}^{\text{сеп.}} = \frac{h_{AC} - h_{CA}}{2} = \frac{a_A - b'_C - a_C + b'_A}{2} + (i_{1C}'' - i_{2A}'') \frac{S}{2\rho''} - (k_{1C} - k_{2A}) \frac{S^2}{4R_3}. \quad (5)$$

Сумісний аналіз формул (2) і (5) вказує на підвищення точності компенсації вертикальної рефракції по лінії.

Диференціюємо формули (2) і (5) та перейдемо до середніх квадратичних похибок:

$$m_{h_{AB} \text{ з середини}}^2 = 2m_{\text{відл}}^2 + 2m_i^2 \left(\frac{S}{\rho''} \right)^2 + 2m_k^2 \left(\frac{S^2}{2R_3} \right)^2, \quad (6)$$

$$m_{h_{AC} \text{ вперед-назад}}^2 = m_{\text{відл}}^2 + 2m_i^2 \left(\frac{S}{2\rho''} \right)^2 + 2m_k^2 \left(\frac{S^2}{4R_3} \right)^2. \quad (7)$$

Враховуючи, що нівелювання по лінії АВ “із середини” складається з двох плечей АС і СВ двостороннього нівелювання “вперед–назад”, то (7) запишеться:

$$m_{h_{AB} \text{ вперед-назад}}^2 = 2m_{\text{відл}}^2 + m_i^2 \left(\frac{S}{\rho''} \right)^2 + m_k^2 \left(\frac{S^2}{2R_3} \right)^2. \quad (8)$$

Аналізуючи точності визначення перевищення способом “із середини” (6) та способом “вперед–назад” (8), зауважимо, що похибки, зумовлені точністю відлічування, однакові для секції нівелювання, а похибки встановлення променя нівелювання в горизонтальне положення і за вертикальну рефракцію, що увійдуть у середнє перевищення в $\sqrt{2}$ раз менші.

Таке підвищення точності, правда, потребуватиме від спостерігача подвоєння кількості станцій нівелювання, але запропонована нами методика спостереження на станції нівелювання дає змогу скоротити час на вибори рівності плечей нівелювання і висоти променя (мінімального відліку за шкалою рейки).

Додавши два рівняння системи (4), отримаємо:

$$h_{AC} + h_{CA} = a_A - b'_C + a_C - b'_A + (i''_{1C} + i''_{2A}) \frac{S}{\rho''} + \frac{S^2}{R_3} - (k_{1C} + k_{2A}) \frac{S^2}{2R_3} = 0. \quad (9)$$

Визначимо сумарний середній кут $\bar{\varepsilon}''$, беручи до уваги середньоінтегральне значення кута рефракції \bar{r}'' , середній кут негоризонтальності променя візування \bar{i}'' та вплив кривини Землі R'' на момент і віддаль спостереження:

$$\bar{\varepsilon}'' = \bar{i}'' + R'' - \bar{r}'' = -\frac{1}{2} (h_{\text{прямо}}^{\text{вим}} + h_{\text{зворот}}^{\text{вим}}) \frac{\rho''}{S} = -\frac{1}{2} (a_A - b'_C + a_C - b'_A) \frac{\rho''}{S} = \bar{i}'' + (1 - \bar{k}) \frac{S \rho''}{2R_3}, \quad (10)$$

де $h_{\text{прямо}}^{\text{вим}}$ і $h_{\text{зворот}}^{\text{вим}}$ – виміряні перевищення по лінії в прямому і зворотному напрямках; \bar{k} – середньоінтегральне значення коефіцієнта вертикальної рефракції.

Значення середнього кута вертикальної рефракції \bar{r}'' можна одержати за умови визначення кута негоризонтальності променя візування \bar{i}'' (у лабораторних умовах):

$$\bar{r}'' = -\bar{\varepsilon}'' + \bar{i}'' + R'' = \frac{1}{2} (h_{\text{прямо}}^{\text{вим}} + h_{\text{зворот}}^{\text{вим}}) \frac{\rho''}{S} + \bar{i}'' + \frac{\rho'' S}{2R_3}, \quad (11)$$

і середньоінтегрального значення коефіцієнта вертикальної рефракції \bar{k} відповідно:

$$\bar{k} = \bar{i}'' \frac{2}{\rho''} \frac{R_3}{S} + (a_A - b'_C + a_B - b'_A) \frac{R_3}{S^2} + 1 = (\bar{i}'' - \bar{\varepsilon}'') \frac{2}{\rho''} \frac{R_3}{S} + 1. \quad (12)$$

Середнє значення кута негоризонтальності променя візування нівеліра \bar{i}'' можна визначити в лабораторних умовах, знаючи вертикальну рефракцію, або в періоди спокійних зображень, коли $\bar{k} \approx 0,14 - 0,16$:

$$\bar{i}'' = \bar{\varepsilon}'' - R'' + \bar{r}'' = -\frac{1}{2}(a_A - b_C' + a_B - b_A') \frac{\rho''}{S} + (\bar{k} - 1) \frac{S\rho''}{2R_3}. \quad (13)$$

Стабільність положення візирного променя в процесі нівелювання можна контролювати за сумарним кутом негоризонтальності променя візування нівеліра і кутом рефракції:

$$\sum (\bar{r}'' - \bar{i}'') = R'' - \bar{\varepsilon}'' = \frac{S\rho''}{2R_3} + \frac{1}{2}(a_A - b_C' + a_B - b_A') \frac{\rho''}{S}. \quad (14)$$

У 2009 р. ми здійснили експериментальні дослідження способу нівелювання “вперед–назад” на території експериментального полігона ЛНАУ з використанням електронного нівеліра DiNi22 та комплексу кодових складуваних рейок.

Способом “вперед–назад” виконували нівелювання з трьох станцій. Віддалі між станціями 1–2 і 2–3 становили по 50 м.

Точне перевищення по лініях А-С і С-В, визначене з нівелювання короткими плечами (6 м), становило відповідно -0,71767 м і -0,75930 м.

Перевищення вимірювали за різних погодних умов: сонячно, перемінно і похмуро. Найнижча точка візування на рейку була 0,7 м, а найвища – 2,3 м. Застосовуючи методику [4; 5] спостережень способом “вперед–назад”, визначали середні перевищення (5) між точками С і А та С і В. Перевищення між точками В і А знаходили як суму із середніх перевищень. Загалом виконано 26 вимірювань перевищень по лінії А-В, що відповідає 2,6 км нівелірного ходу.

Станцію 2 використовували як основну для спостереження методом “із середини” для визначення перевищення між точками В і А, зі сторонами плечей 50 м. Не змінюючи висоти нівеліра, додатково відлічували рейку на короткому плечі – 3 м, встановлену на точці В. Це дало змогу використовувати результати вимірювань на станції 2 і для способу “вперед–назад”. Так ми намагались якнайбільше синхронізувати періоди спостережень двома способами.

Порівнюючи перевищення (табл. 2, 3), визначені способом “із середини” і способом “вперед–назад”, за весь період експериментальних спостережень, зазначимо, що отримані результати практично однакові: середня абсолютна похибка у визначенні перевищення – 0,39 мм, а середнє квадратичне відхилення – 0,29 мм, систематичні накопичення для ходу (2,6 км) становили 10 мм. Це вказує на накопичення похибок систематичного характеру: похибок складуваних рейок, температурного впливу асфальту на костилі, рефракції та інших чинників.

Виконуючи нівелювання способом “вперед–назад”, контролювали положення променя візування нівеліра обчисленням значення сумарного кута негоризонтальності $\bar{\varepsilon}''$ (10). Його середнє значення за весь період спостережень $\bar{\varepsilon}'' = -1,76''$, а середнє квадратичне відхилення від середнього значення – 0,73”.

У 2010 р. на експериментальному полігоні Львівського національного аграрного університету виконані порівняльні дослідження способів геометричного нівелювання “із середини” і “вперед–назад”. Прокладено три нівелірні ходи, що утворили зімкнутий полігон. Оскільки використовували електронний нівелір DiNi 22 і комплект кодових складуваних рейок, то застосовували методику і допуски інструкції [1] для нівелювання III класу. Результати нівелювання наведено в табл. 2 і 3.

Таблиця 2

Результати нівелювання експериментального полігона ЛНАУ способом “із середини”

Хід	Довжина ходу L , м	К-ть станцій, n	Сума перевищень по ходу прямо, $\Sigma h_{\text{прямо}}$ м	Сума перевищень по ходу зворотно, $\Sigma h_{\text{зворотно}}$ м	Різниця перевищень прямо і зворотно, Δh м	Середнє перевищення по ходу, $\Sigma h_{\text{ср}}$ м

PG29-PG25	162,04	5	8,55330	-8,55257	0,00073	8,55293
PG25-PG54	241,79	7	-12,28780	12,28763	-0,00017	-12,28772
PG54-PG29	236,64	4	3,73573	-3,73553	0,00020	3,73563
Σ	640,47	16	0,00123	-0,00047	0,00077	0,00085
					$m = 0,00045$	

Таблиця 3

Результати нівелювання експериментального полігона ЛНАУ способом “вперед–назад”

Хід	Довжина ходу $L, \text{ м}$	К-ть станцій, n	Сума перевищень по ходу прямо, $\Sigma h_{\text{прямо}} \text{ М}$	Сума перевищень по ходу зворотно, $\Sigma h_{\text{зворотно}} \text{ М}$	Різниця перевищень прямо і зворотно, $\Delta h \text{ м}$	Середнє перевищення по ходу, $\Sigma h_{\text{сер}} \text{ М}$
PG29-PG25	162,25	9	8,55255	-8,55245	0,00010	8,55250
PG25-PG54	244,22	12	-12,28823	12,28852	0,00028	-12,28838
PG54-PG29	238,39	8	3,73555	-3,73542	0,00013	3,73548
Σ	644,86	29	-0,00013	0,00065	0,00052	-0,00039
					$m = 0,00010$	

Таблиця 4

Журнал електронного нівелювання способом “вперед–назад” від PG 25 до PG 29

14.09.2010

№ ст.	№ зв'язк. точок	Відліки						Перевищення			Плечі	Накопичення плеч	$\overline{\epsilon''}$	$\overline{r''} - \overline{i''}$		
		задні		середні		передні		вим.	різниця	сер.						
		a	Sa	b	Sb	c	Sc									
1	PG25 11			1,3784	2,73			2,2723	33,40	-0,8939	-0,0005	-0,8937	0,06	0,06	1,55	-1,01
2	PG25 11 12	0,6044	33,34	1,4978	2,81			2,6122	20,66	-0,8934						
	11 12	0,3214	20,50	1,4356	2,82					-1,1144	-0,0002	-1,1143	0,16	0,22	1,00	-0,67
3	11 12 13							2,5365	17,85	-1,1142						
	12 13	0,3360	17,73	1,4368	2,93					-1,1009	-0,0001	-1,1009	0,12	0,34	0,58	-0,29
4	12 13 14							2,6014	19,18	-1,1008						
	13 14	0,3219	19,01	1,4863	2,64					-1,1646	-0,0002	-1,1645	0,17	0,51	1,08	-0,77
5	13 14 15							2,6489	18,96	-1,1644						
	14 15	0,3401	18,91	1,5025	2,85					-1,1626	-0,0002	-1,1625	0,05	0,56	1,09	-0,78
6	14 15 16							2,6221	19,20	-1,1624						
	15 16	0,3273	19,28	1,4468	2,73					-1,1196	-0,0001	-1,1196	-0,08	0,48	0,54	-0,23
7	15 16 17							2,2521	12,37	-1,1195						
	16 17	0,6887	12,46	1,4941	3,00					-0,8053	0,0001	-0,8054	-0,09	0,39	-0,83	1,03
8	16 17 PG 29							2,6859	20,18	-0,8054						
	17 PG 29	0,3598	20,19	1,5515	2,41					-1,1918	-0,0001	-1,1918	-0,01	0,38	0,51	-0,18
9	17 PG 29									-1,1917						
	Σ		161,4					161,8	-17,105	-0,0013	-8,55245	0,38	Сер =	0,69	-0,36	
													$m =$	0,71	0,64	

Виконання нівелювання електронним нівеліром вносить корективи в методику спостережень на станції. Нівелювання способом “із середини” виконували без зміни висоти приладу, але з визначенням довжини плечей та їх накопичення. Приклад електронного нівелювання способом “вперед–назад” показано в табл. 4.

Нівелювання способом “вперед-назад” виконували за такою методикою:

1. Встановлюють нівелір у точці 1 перпендикулярно до лінії нівелювання на віддалі приблизно 3 м (довжина нівелірної рейки). Приводять нівелір у робочий стан.

2. Вибирають зв'язкову точку нівелювання В, використовуючи шашкову шкалу рейки і дотримуючись вимог інструкції (мінімальний відлік рейки 300 мм, максимальний – 2700 і максимальна довжина плеча 75 м). Забивають костиль і встановлюють рейку штрихковою шкалою до нівеліра.

3. Відлічують ближню рейку, що встановлена в точці А (відліки a_A та віддаль від нівеліра до ближньої рейки – S_{1A}).

4. Відлічують передню рейку, що встановлена в точці В (відліки b_B та віддаль від нівеліра до передньої рейки – S_{1B}).

5. Переходять з нівеліром у точку 2 і встановлюють його навпроти рейки в точці В перпендикулярно до лінії нівелювання на віддалі приблизно 3 м (розмір нівелірної рейки). Приводять нівелір у робочий стан.

6. Вибирають зв'язкову точку нівелювання С, використовуючи шашкову шкалу рейки і дотримуючись вимог інструкції (мінімальний відлік рейки 300 мм, максимальний – 2700 і максимальна довжина плеча 75 м). Забивають костиль.

7. Відлічують задню рейку, що встановлена в точці А (відліки b_A та віддаль від нівеліра до ближньої рейки – S_{2A}).

8. Рейкар з точки А переходить і встановлює рейку в точці С.

9. Відлічують ближню рейку, що встановлена в точці В (відліки a_B та віддаль від нівеліра до ближньої рейки – S_{2B}).

10. Відлічують передню рейку, що встановлена в точці С (відліки b_C та віддаль від нівеліра до передньої рейки – S_{2C}).

11. Результати заносять в журнал або польовий комп'ютер. Форма журналу наведена в табл. 4.

12. Виконують контроль нівелювання лінії АВ за накопиченням плечей, різницею перевищень і розміром сумарного кута негоризонтальності променя візування $\overline{\varepsilon}$ ". Відтак переходять до наступної станції і виконують дії, починаючи з п.5.

Висновки. Спосіб геометричного нівелювання “вперед–назад”: 1) відповідає за точністю способу нівелювання “із середини”; 2) дає змогу контролювати нестабільність горизонтального положення візирного променя в процесі нівелювання; 3) мінімізує вплив нестабільності положення візирного променя та вертикальної рефракції по лінії нівелювання.

1. Інструкція по нивелированию I, II, III, IV классов. – М. : Недра, 1990. . – 175 с. 2. Павлів П.В. Проблеми високоточного нивелирования / П.В. Павлів. – Львов : Вища школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1980. – 124 с. 3. Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения / [Островский А.Л., Джуман Б.М., Заблоцкий Ф. Д., Кравцов Н.И.]. – М. : Недра, 1990. – 235 с. 4. Патент. Україна, UA 41429 U? МКП(2009), G01C 5/00. Спосіб геометричного нівелювання “Вперед, назад” / Перій С.С. ; заявник і патентоутримувач Львів. нац. аграр. унів. – № 41429 ; зареєстр. в Держ. реєстрі патентів України на корисні моделі 25.05.2009 ; 6 с. 5. Ващенко В.І. Спосіб геометричного нівелювання з врахуванням вертикальної рефракції та негоризонтальності візирного променя / В.І. Ващенко, С.С. Перій, В. О. Літинський // Сучасні досягнення геодезичної науки і виробництва : Зб. наук. пр. – Л., 2009. – Вип. 1 (17). – С. 116–121. 6. Островський А.Л. Розрахунок очікуваної точності геометричного нівелювання та проектування програми робіт на геодинамічних полігонах / А.Л. Островський., П.Г. Черняга // Геодезія, картографія і аерознімання : міжвідомчий наук.-техн. збірник / Вид. Нац. ун-ту “Львівська політехніка” – Л., 2001. – Вип. 61. – С. 101–107.