

УДК 622.245.1

Ю. П. СТАРОДУБ<sup>1</sup>, О. В. КЕНДЗЕРА<sup>2</sup>, Б. Є. КУПЛЬОВСЬКИЙ<sup>3\*</sup>, Т. Б. БРИЧ<sup>3</sup>,  
В. І. ПРОКОПИШИН<sup>3</sup>, О. П. ОЛЕЩУК<sup>3</sup>, Є. І. ОЛЕЩУК<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, вул. Клепарівська 35, Львів, Україна, 79000

<sup>2</sup> Відділ сейсмічної безпеки, Інститут геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України, пр-т. Академіка Палладіна, 32, Київ, Україна, 03680

<sup>3\*</sup> Відділ сейсмічності Карпатського регіону, Інститут геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України, вул. Ярославенка 27, Львів, Україна, 79011, тел. +38(032)2706100, E-mail: tb@mail.lviv.ua

**МОДЕЛЮВАННЯ ПРУЖНО-ДИНАМІЧНИХ ЕФЕКТІВ ЗЕМНОЇ КОРИ  
ПІД АТОМНИМИ ЕЛЕКТРОСТАНЦІЯМИ  
(НА ПРИКЛАДІ ЧОРНОБИЛЬСЬКОЇ АЕС)**

**Мета.** Метою роботи є створення методики моделювання сейсмічних хвильових полів для широкого класу вертикально- і горизонтально-неоднорідних шаруватих середовищ. Моделювання дасть змогу точніше оцінити характеристики осадових товщ під час дослідження передаточних характеристик середовища під інженерними спорудами. **Методика.** Моделювання в області інженерної сейсміки потребує використовувати широкий частотний діапазон (у межах частот від 0 до 200 Гц) для дослідження всіх можливих впливів на інженерні споруди. Для розв'язання прямої задачі необхідно використовувати математичні методи моделювання, які дають змогу враховувати різні види і форми неоднорідностей, а також враховувати складну будову осадового шару. Дослідження проводилося через розв'язання прямої динамічної задачі сейсміки методом скінчених елементів. Цей метод математичного моделювання дає можливість проводити розрахунки для моделей, які є складні за своєю будовою. Під час розв'язання прямої динамічної задачі сейсміки вказаним методом коливання середовища розраховуються для кожного моменту часу, тому не втрачається можливість врахування різних обмінних ефектів всередині моделі, а також розраховуємо моделі з різною складною геометричною будовою середовища та різноманітними включеннями. Для моделювання використовувалися наявні двомірні моделі середовища. Під час завдання сигналу у вигляді, близькому до дельта-імпульсу, отримано відклик середовища у повному можливому діапазоні частот коливання моделі, без додаткового оброблення вихідних результатів. **Результати.** Створений програмний пакет для математичного моделювання сейсмічного хвильового поля. Результатом моделювання є отримане поле переміщень, швидкостей переміщень, прискорення, а також відповідні частотні характеристики для цієї моделі. **Наукова новизна.** Отриманий у результаті досліджень програмний пакет дає змогу в інтерактивному режимі досліджувати динамічні характеристики і резонансні частоти осадового шару. **Практична значущість.** У результаті досліджень отримане хвильове поле і частотна характеристика осадового шару під інженерною спорудою. Аналіз частотних характеристик середовища дає можливість отримати резонансні частоти, які потрібно враховувати при проектуванні великих інженерних конструкцій.

*Ключові слова:* моделювання, хвильове поле, пряма задача сейсміки, метод скінчених елементів, модель структури, атомна електростанція.

**Вступ**

Сейсмічна безпека є об'єктивною характеристикою ділянки території, яка описує рівень загрози виникнення на ній сильних землетрусів і залежить від природних умов ділянки: відстані до вогнищевих зон, параметрів максимальних землетрусів, здатних реалізуватися в цих зонах, їх повторюваності в часі, місцевих ґрунтових умов, рельєфу, наявності розломних тектонічних структур, спектрального складу коливань тощо. Знання параметрів сейсмічної безпеки необхідне для ефективно організації сейсмічного захисту усіма державними органами, суб'єктами господарювання, власниками будинків і споруд [Кендзера О. В., 2015].

Сейсмічний ризик для населення і економіки країни визначається рівнем природної сейсмічної

безпеки території та уразливістю до сейсмічних впливів об'єктів, розташованих на її території. Парадокс полягає у тому, що на територіях з порівняно низьким рівнем природної сейсмічної безпеки, до яких належить платформна частина території України, більшість споруд проектують не сейсмостійкими, внаслідок чого вони є незахищеними (сейсмічно уразливими) від нечастих, але потенційно можливих, сейсмічних впливів. З іншого боку, через низьку повторюваність землетрусів, на таких територіях є мало реальних даних про поведінку ґрунтів в основі споруд у разі можливих місцевих землетрусів. Як наслідок, сейсмічний ризик слабо сейсмічних територій і встановлених на них техногенно- і екологічнонебезпечних об'єктів є достатньо високим [Старостенко В. І., 2006].

Під час проектування сейсмостійких споруд виникає необхідність оцінити вплив ґрунтових умов на майданчику для запобігання збігу власних резонансних частот конструкції з резонансними частотами ґрунтів. Під резонансними властивостями ґрунтів розуміють їхню здатність до суттєвого підсилення сейсмічних коливань на певних частотах [Кендзера О. В., 2010].

У цій роботі дослідження проводяться з використанням методу скінчених елементів – числового методу знаходження розв'язків інтегральних і диференціальних рівнянь.

Без спеціального програмного забезпечення розв'язання такої геофізичної задачі стає неможливим. Для таких робіт використовують спеціальне програмне забезпечення, таке як Comsol Multiphysics, MatLab, MD Nastran Linear Structures Package. Науковці Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України розробили програму FEM (Finite Element Method), за допомогою якої розв'язання цієї задачі значно спростилося.

### Мета

Метою роботи є створення методики моделювання сейсмічних хвильових полів для широкого класу вертикально- і горизонтально-неоднорідних шаруватих середовищ. Моделювання дасть змогу точніше оцінити характеристики осадових товщ під час дослідження передаточних характеристик середовища під інженерними спорудами.

### Методика

Для моделювання в області інженерної сейсміки потрібно використовувати широкий частотний діапазон (у межах частот від 0 до 200 Гц) для дослідження всіх можливих впливів на інженерні споруди.

Під час розв'язання прямої задачі необхідно використовувати математичні методи моделювання, які дають змогу враховувати різні види і форми неоднорідностей, а також враховувати складну будову осадового шару. В нас час загальноприйнятими вважаються два методи розрахунку шаруватих середовищ: матричний метод та метод скінчених елементів. У матричному методі середовище апроксимується ідеально пружними або поглинаючими горизонтально-шаруватими моделями [Стародуб Ю. П., 1995].

Дослідження проводилося шляхом розв'язання прямої динамічної задачі сейсміки методом скінчених елементів (МСЕ). Цей метод математичного моделювання дає змогу проводити розрахунки для моделей, які є складні за своєю будовою. Під час розв'язання прямої динамічної задачі сейсміки цим методом коливання середовища розраховуються як одне ціле для кожного моменту часу, тому не втрачається можливість врахування різних обмінних ефектів всередині моделі, а також ми можемо розрахо-

увати моделі з різною складною геометричною будовою середовища та різноманітними вклученнями.

У разі задання сигналу у вигляді, близькому до дельта-імпульсу, ми отримуємо відклик середовища у повному можливому діапазоні частот коливання моделі, без додаткового оброблення вихідних результатів [Вербицький С. Т., 2011].

**Основи розв'язання динамічної задачі теорії пружності методом скінчених елементів для моделювання хвильового поля у складно-будованих середовищах.** Для моделювання хвильових полів у гірських породах складної структури розв'язуємо динамічну задачу теорії пружності, враховуючи нелінійні явища.

Суть МСЕ полягає в апроксимації неперервних величин кусково-неперервними функціями на скінченній кількості підобластей-елементів. Цими функціями можуть бути поліноми, що їх визначають для кожного елемента зокрема. Порядок полінома залежить від форми елемента і кількості вузлів в елементі.

Використовуючи метод переміщень у МСЕ вектор переміщень  $\mathbf{u}$  апроксимуємо на кожному скінченному елементі через значення переміщень  $\mathbf{U}$  у вузлах елемента – в матричному записі

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}^{(e)} \mathbf{U}, \quad (1)$$

де  $\mathbf{N}^{(e)}$  – матриця функцій форми.

Залежність між деформаціями і переміщеннями для елемента (e) можемо записати

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}^{(e)} \mathbf{U}, \quad (2)$$

де  $\mathbf{B}^{(e)}$  – диференціальний оператор [Тимошенко С. П., 1975; Ільющин А. А., 1978; Седов Л. И., 1984].

Закон Гука запишемо у вигляді

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}^{(e)} \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3)$$

де  $\mathbf{D}^{(e)}$  – матриця пружних характеристик елемента (e).

Введемо позначення для матриці жорсткості:

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^E \int_{V^{(e)}} \mathbf{B}^{(e)T} \mathbf{D}^{(e)} \mathbf{B}^{(e)} dv, \quad (4)$$

і вектора навантаження:

$$\mathbf{f} = \sum_{e=1}^E \mathbf{f}^{(e)}, \quad (5)$$

де  $\mathbf{f}^{(e)} = \int_{V^{(e)}} \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{F} dv + \int_{S^{(e)}} \mathbf{N}^{(e)T} \mathbf{P}_2 ds + \mathbf{P}_1$  – сума прикладених ззовні тисків, поверхневих і точкових зусиль.  $\mathbf{F}$  – вектор об'ємних сил,  $\mathbf{P}_2$  – вектор поверхневих сил і  $\mathbf{P}_1$  – вектор зосереджених у вузлах сил. (e) – номер розглядуваного елемента, E – загальна кількість елементів, на які розбито модель,  $V^{(e)}$ ,  $S^{(e)}$ , – об'єм і площа конкретного од-

ного розглядуваного елемента. В результаті отримаємо скінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно вектора переміщень у вузлах розбиття  $U$ , яка в матричному представленні має вид:

$$K U = f . \quad (6)$$

На основі принципу д'Аламбера інерційні і дисипативні сили розподілені по об'єму, отже можуть розглядатися як частина об'ємних сил [Бате К., 1982]. Взяти до уваги інерційні сили в елементарному об'ємі  $\rho \ddot{U}$ , де  $\rho$  – густина тіла і дисипативну силу  $c \dot{U}$ , де  $c$  – коефіцієнт загасання в одиниці об'єму, який визначається експериментально; дискретизацію моделі на скінченну кількість елементів і лінійну апроксимацію  $u$  (1), для інерційної і дисипативної компонент об'ємної сили у правій частині рівності (5) маємо

$$f_i = M \ddot{U} , \quad (7)$$

де 
$$M = \sum_{e=1}^E \int_{V^{(e)}} \rho_e N^{(e)T} N^{(e)} dv ,$$

$$f_d = C \dot{U} , \quad (8)$$

де 
$$C = \sum_{e=1}^E \int_{V^{(e)}} c_e N^{(e)T} N^{(e)} dv ,$$

де інерційна  $f_i$  і дисипативна  $f_d$  сили напрямлені проти руху, через що мають протилежний знак. Після перенесення  $f_i$ ,  $f_d$  з рівностей (7), (8) у ліву частину рівняння (6) отримуємо рівняння руху у матричній формі:

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + K U = f , \quad (9)$$

де  $f = f_c + f_p$  – сума концентрованих сил (джерел) і поверхневих сил на границях неоднорідних шарів, залежних від часу. Рівняння (9) є математичним виразом другого закону Ньютона. Матриця  $C$  враховує загасання. Її можна визначити як суму:  $C = \alpha M + \beta K$ , по Релею, де коефіцієнти  $\alpha$  і  $\beta$  визначаються в залежності від експериментальних даних [Bathe K.-J., 1982].

Доповнимо систему звичайних диференціальних рівнянь (9) початковими умовами, в яких задаються значення переміщень і швидкостей переміщень у початковий момент часу у вузлах розбиття – уже дискретизованими:

$$U_{t=0} = U_0 , \quad \dot{U}_{t=0} = \dot{S}_0 . \quad (10)$$

Маємо постановку динамічної задачі для МСЕ. [David V. Hutton, 2004; Singiresu S. Rao, 2004; Zhangxin Chen, 2005] Для розв'язання системи (9)–(10) можна застосовувати різні підходи, такі як метод розкладу по власних формах або ітераційні методи такі як методи центральних різниць, Хоболта, Ньюмарка або  $\Theta$ -метод Вілсона [Zienkiewicz O. C., 2005] або розроблені і апро-

бовані авторами ітераційні схеми [Брич Т. Б., 2010; Купльовський Б. Є., 2010].

Використовуючи описану методику, створено програму розв'язання прямої динамічної задачі сейсміки з використанням методу скінчених елементів, яка використовується для проведення математичних розрахунків та інтерпретації вхідних даних і результатів моделювання сейсмічного хвильового поля FEM [Брич Т. Б., 2010; Купльовський Б. Є., 2010].

Опишемо інтерфейс користувача програми FEM.

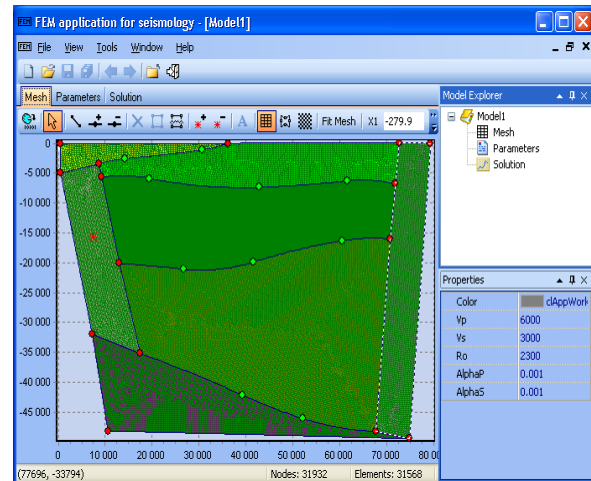


Рис. 1. Вікно головного меню інтерфейсу програми

Fig. 1. The window main menu GUI

На рис. 1 зображено Вікно головного меню інтерфейсу програми моделювання хвильового поля методом скінчених елементів. Области з різними фізичними властивостями відрізняються кольорами. Світлі вузли (зелені) визначають області розбиття; темні вузли (червоні) – характерні точки, визначають границі областей. Области можуть характеризуватись унікальними властивостями. Джерело коливань позначене зірочкою (червоним кольором). Приймачі розміщені на денній границі рівномірно з кроком розбиття моделі. Штрихованою білою лінією виділяється область, властивості якої змінюються.

При запуску програми відкривається вікно головного меню інтерфейсу (рис. 1). У головному вікні розміщені кнопки управління, назва яких і дії, які вони виконують – характерні для офісних програм “Windows” обробки текстів і малюнків.

Існують два методи побудови моделей: просте розбиття (“Simple Mesh”) і покращене розбиття (“Smart Mesh”). З метою початкового ознайомлення з методом опишемо метод “Smart Mesh” – метод простіший і швидший.

*Метод “Smart Mesh”. Побудова нової моделі.*

1. Запускаємо модуль “Fem.exe”. У закладці “File” вибираємо рядок “New Ctrl+N”. Вибираємо тип моделі “Smart”, натискаємо “OK”. Від-

кривається поле побудови нової моделі з розмірами по замовчуванню 1000×1000 метрів. Лінійні розміри можна встановлювати (змінювати) у текстових віконцях X1, X2, Y1, Y2 (розміри можуть розширюватися відносно заданих за замовчуванням синім кольором). Якщо є можливість задати рисунок-підкладку, по якій будується модель, її можна задати у закладці “Back Image” у растрових графічних форматах .bmp, .tif, .jpg. Після натискання закладки “Back Image” заповнюємо вікно “Mesh Back Image”, де встановлюємо лінійні розміри моделі та шлях до рисунка-підкладки.

2. Оконтурюємо сегментами границі зон моделі, для яких задаватимемо фізичні параметри: натискаємо кнопку “Add segment” (третя зліва), за натиснутої лівої кнопки миші проводимо пряму лінію, яка приблизно оконтурює границю зони. За необхідності форму лінії додатково змінюємо за допомогою кнопки “Add Node” – до кривої контура на рисунку-підкладці: за натиснутої лівої кнопки миші ставимо точку на лінію і деформуємо попередньо нанесену пряму лінію до контура границі зони. Контур проводимо від першого сегменту до останнього сегменту, замикаючи контур навколо зони. Під час об’єднання сегментів вузлові зелені точки міняють колір на червоний після відпускання лівої кнопки миші (за незбігу вузлів їх підводять один на один з допомогою мишки, крайня точка сегмента не може з’єднуватися з лінією, лише з іншою крайньою (вузловою) точкою сегмента). Вузловими називають крайні точки сегмента.

Не можна проводити сегмент по сегменту (спільний сегмент для двох зон проводиться один раз), сегменти не можуть перетинатися. Неправильно проведений (лишній) сегмент можна видалити за допомогою кнопки “Delete Segments”. Неправильно задані (лишні) вузлові точки можна видалити за допомогою кнопки “Delete Node”. Неправильно обрану дію (обрану кнопку) можна відмінити за допомогою кнопки “Cancel Action”.

Такими діями оконтурюємо всі зони.

3. Будуємо зони моделі. Утримуючи клавішу “Ctrl”, лівою кнопкою миші по черзі відмічаємо всі сегменти зони. Коли контур замикається, стає активною кнопка “Create Region”. Натиснувши кнопку “Create Region”, утворюємо зону.

Неправильно задану зону можна знищити кнопкою “Disband Region” або видаленням одного з сегментів зони – зробити активним сегмент і натиснути кнопку “Delete Segments” (видалення сегмента приводить до знищення зон, границями якого є цей сегмент).

Аналогічно утворюємо всі інші зони.

4. Задаємо фізичні характеристики зон моделі. Спочатку натискаємо закладку “View” → “Properties Window” (якщо її немає на екрані). Виділяємо зону, клацнувши по ній мишкою – границі

активної зони стають виділеними штриховою лінією. У вікні “Properties” з’являються фізичні та візуальні властивості зони задані за замовчуванням: колір, Color; швидкості поздовжніх і поперечних хвиль,  $V_p$ ,  $V_s$ ; густина,  $R_0$ ; коефіцієнти загасання поздовжніх і поперечних хвиль  $\text{AlphaP}$ ,  $\text{AlphaS}$  (у версії програми коефіцієнти загасання задані постійними і дуже малими). Значення Color, як і інші параметри вікна “Properties”, задається в правому стовпчику вікна. Color вибирається, клацнувши мишкою в спадаючому меню.  $V_p$ ,  $V_s$ ,  $R_0$  вводяться з клавіатури (слід натиснути кнопку “Enter” після кожного введеного фізичного параметра).

Зауважимо, для зручності задання параметрів, які написані на рисунку-підкладці, зони можна зробити прозорими за допомогою кнопки “Transparent regions”.

5. Задаємо густину сітки розбиття моделі на скінчені елементи та крайові умови задачі.

Для задання густини розбиття на кожному сегменті, виділивши (клацнувши по ньому) попередньо, у вікні “Properties” задаємо параметр сітки розбиття “MeshDensity”: густину точок (кількість точок на одиницю довжини, яку можна змінювати) сегмента. Властивість “MeshDensity” задаємо для кожного сегменту моделі.

Крайові умови задачі передбачають фіксування моделі в просторі і задання граничних умов. Тому горизонтальні і вертикальні границі закріплюємо, що передбачає задання нульовими горизонтальних і вертикальних переміщень на бокових або нижній границях. Верхня (денна) границя моделі – вільна від напружень.

Крайові умови містять початкові умови, які задаються, як джерело коливань. Джерело в програмі можемо задавати лінійним або точковим.

Лінійне джерело задається на сегменті шляхом задання напружень або переміщень для заданого інтервалу часу. Виділяємо сегмент, клацнувши по ньому мишкою, у вікні “Properties” задаємо вертикальне або горизонтальне напруження ( $\text{SigmaY}$ ,  $\text{SigmaX}$  відповідно), або вертикальне або горизонтальне переміщення ( $UY$ ,  $UX$  відповідно). Час дії джерела задається від часу  $\text{TimeFrom}$  до часу  $\text{TimeTo}$ .

Точкове джерело задається за допомогою кнопки “Add Source”. Параметри точкового джерела задаються, після виділення джерела, клацнувши по ньому мишкою, у вікні “Properties” аналогічно, як для лінійного джерела.

Помилково задане лінійне або точкове джерело можна змінити шляхом зміни параметрів джерела. Точкове джерело можна знищити кнопкою “Delete Source”, лінійне – шляхом обнуління його параметрів.

6. Встановлюємо приймачі коливань на моделі. Для задання приймачів на будь-якій границі моделі необхідно виділити потрібний сегмент (чи декілька сегментів) і у вікні “Properties” у рядку

“Include Sensors” меню, що розгортається, виберемо значення “True”.

Помилково виставлені приймачі можна збрати: занулити параметр “Include Sensors” або задати значення “False”.

7. Модель зберігаємо в папці .../BIN/MODELS/.../\*.fem. (файл з розширенням .fem). Ім'я файла – задається латинськими літерами довільно. Для кожної моделі необхідно створити окрему папку (для збереження результатів розрахунків).

8. Будуємо сітку розбиття моделі на скінчені елементи. Натискаємо кнопку “Build Mesh”, програма будує сітку. Залежно від розміру моделі, процесора, оперативної пам'яті побудова сітки може тривати декілька хвилин. За недостатнього об'єму оперативної пам'яті може виникнути ситуація “Stack overflow” – за цієї кількості елементів модель не може побудуватись. Щоб побудувати модель необхідно зменшувати густину елементів на сегментах – “MeshDensity” до прийняттого значення.

Показувати або ховати сітку, вузли розбиття можна, натискаючи кнопки “Show Mesh”, “Show Nodes”. За густого розбиття сітки є можливість переглянути вибрану частину області, збільшену в декілька разів, виділяючи координати відповідної області.

9. Задасмо параметри часової обчислювальної схеми у закладці “Parameters”. У вікні “Iteration process” задасмо такі параметри: Teta0, Teta – параметри ітераційної часової процедури. Для задач сейсміки – Teta0 =4,7 Teta =5,2 (теорія отримання Teta0, Teta описана в [Zienkiewicz O. C., 2005]). Time Delta – крок по часу ітераційної схеми, Time From, Time To – час початку і кінця розрахунку сейсмічних трас.

*Розрахунок хвильового поля*

Переходимо на закладку “Solution”. Для старту розрахунку запускаємо файл “Solve.bat” натиснувши на кнопку “Solve”. Файл Solve.bat формує файли вхідних даних F1.dat, F2.dat, F3.dat, F4.dat пакета програм FEM.exe. Solve.bat по черзі запускає файли S, D, VV пакета FEM.exe, які проводять розрахунок. Технічні дані розрахунку виводяться у вікні дисплея, проміжні і тимчасові файли записуються у папку ...tmp/. Вихідні дані зберігаються у файлі ...tmp/U.vaw.

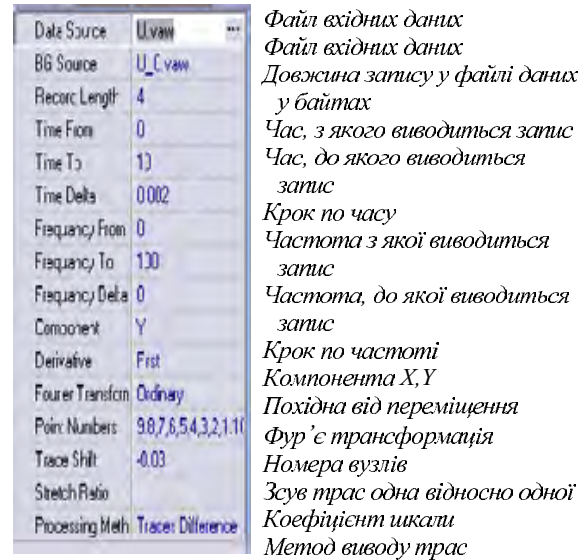
Залежно від розміру та часової тривалості модельного хвильового поля час рахунку може змінюватись від декількох годин до декількох діб.

*Візуалізація та оброблення розрахунку хвильового поля*

Мультидокументний інтерфейс програми дає змогу одночасно працювати з декількома різними моделями. Для переключення між відкритими моделями можна використати розміщену в головному вікні навігаційну панель або скористатися пунктом головного меню (див. рис. 1). На панелі, розміщеній внизу екрана під зображенням області,

показуються властивості елемента або вузла розбиття, над яким знаходиться курсор миші.

*Перегляд результатів.* Після здійснення обчислень інтерфейс дає змогу графічно подати результати для вибраних вузлів розбиття. Є можливість переглянути три типи графіків: сейсмограми, спектри та фази (рис. 2).

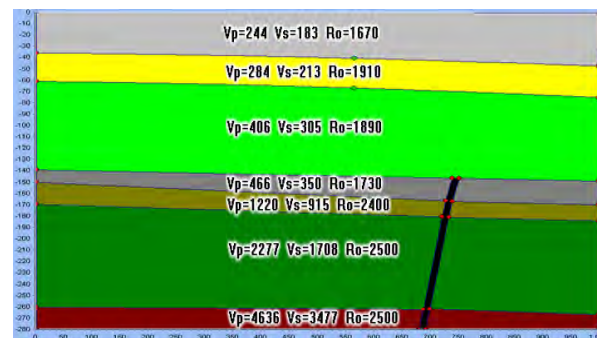


**Рис. 2.** Діалогове вікно програми  
*Fig. 2. Dialog program*

Для вибраної компоненти переміщення можна проглянути траси сейсмограм (швидкості переміщення), можливо також подивитись графіки для переміщення або другої похідної компонент швидкості переміщення. Для кожного з типів графіків можна змінити діапазон представлення результатів – часовий і частотний для сейсмограм і спектрів відповідно.

**Результати**

Використовуючи розроблену методику та створений програмний пакет, проведено моделювання хвильового поля для сейсмічного перерізу земної кори під Чорнобильською атомною електростанцією (рис. 3)



**Рис. 3.** Модель середовища  
*Fig. 3. Model environment*

На рис. 3 показано розріз земної кори під Чорнобильською атомною електростанцією. Горизонтальні та вертикальні розміри моделі становлять 1000 м та 290 м відповідно. Швидкості поширення поздовжніх  $V_p$  і поперечних  $V_s$  сейсмічних хвиль у розмірності м/с, а також густина середовища у розмірності  $\text{кг/м}^3$  наведені на малюнку для кожного шару відповідно. Характеристики середовища і будова моделі були взяті з відомих джерел [Старостенко В. І., 2006]. Крок сітки розбиття для моделі задавався достатньо малим 4 м, що, своєю чергою, збільшує час розрахунку переміщень для цієї моделі, але дає змогу врахувати всі хвилі, які виникають у цьому середовищі. Як показали автори у попередніх роботах використання великого кроку розбиття сітки моделі для МСЕ може привести до неврахування високочастотного діапазону [Брич Т. Б., 2010; Купльовський Б. Є., 2010]. Приймачі вихідного сигналу розміщувалися на денній поверхні по горизонталі з кроком 4 м. Сигнал задавався як плоска хвиля, яка приходить з глибини. Величина сигналу задавалась достатньо великою з тривалістю по часу в один крок ітераційної часової схеми, що давало змогу розглядати сигнал як квазі-дельта-імпульс. Завдання вхідного сигналу у вигляді дельта-імпульсу дає змогу отримати відклик середовища у всьому спектральному діапазоні, який існує для цієї моделі, оскільки спектр цього імпульсу практично не відфільтровує ніякі частоти середовища. Переміщення на денній поверхні реєструвалися у відносних одиницях.

На рис. 4а і рис. 4б показано теоретичну сейсмограму залежності вертикальної (x) і горизонтальної (y) компоненти швидкості переміщення (в.о.) від часу (с) розрахована на денній поверхні вздовж профілю для сейсмічного розрізу.

На рис. 5а і рис. 5б показана теоретична сейсмограма залежності вертикальної (x) і горизонтальної (y) компоненти прискорення (в.о.) від часу (с.) розрахована на денній поверхні вздовж профілю для сейсмічного розрізу.

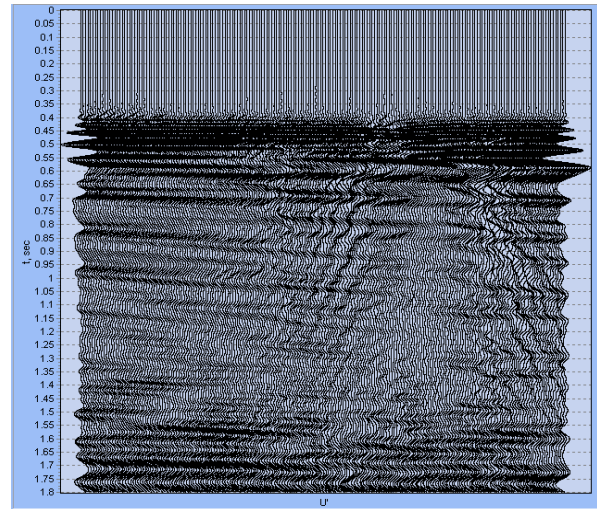
На рис. 6а і 6б показано спектр передаточних функцій вертикальної (x) і горизонтальної (y) компоненти швидкості переміщення для моделі сейсмічного розрізу.

На рис. 7а і 7б показано спектр передаточних функцій вертикальної (x) і горизонтальної (y) компоненти прискорення для моделі сейсмічного розрізу.

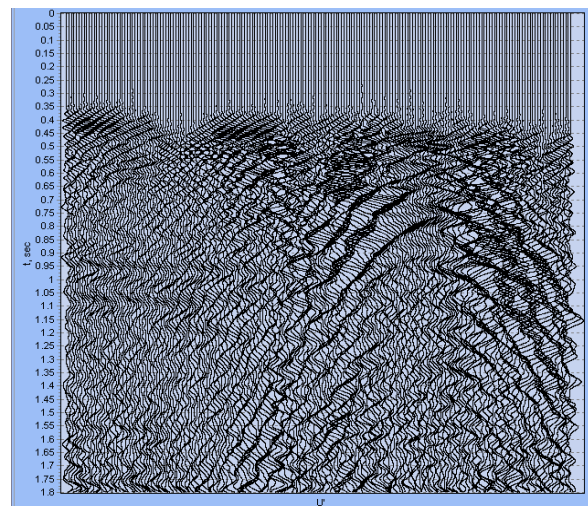
Спектри коливань розраховувались для кожної траси окремо і на графіки наведено їх для кожної окремої траси загального хвильового поля.

### **Наукова новизна і практична значущість**

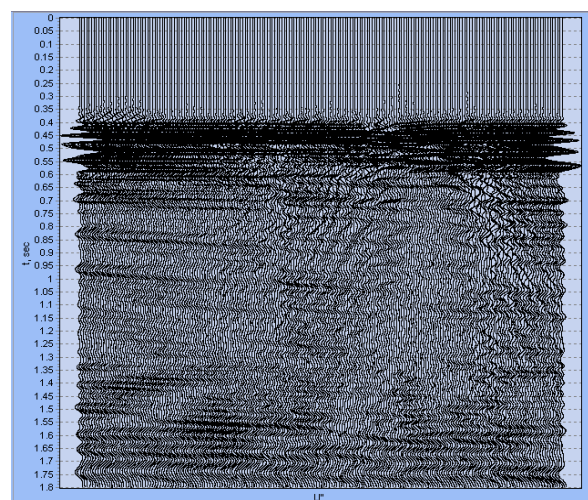
Відомо що найбільш руйнівний вплив на конструкції на поверхні землі несуть горизонтальні компоненти коливань ґрунтів. Як видно із графіків спектра горизонтальних компонент піки амплітуди лежать в області 10 і 20 Гц для швид-



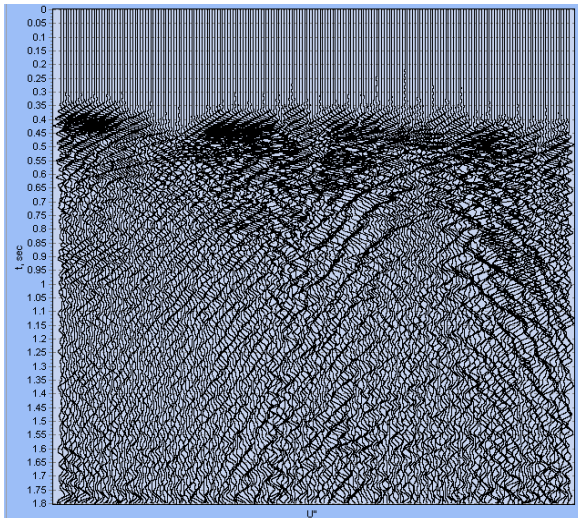
**Рис. 4а.** X компонента швидкості переміщення  
*Fig. 4a. X component of velocity*



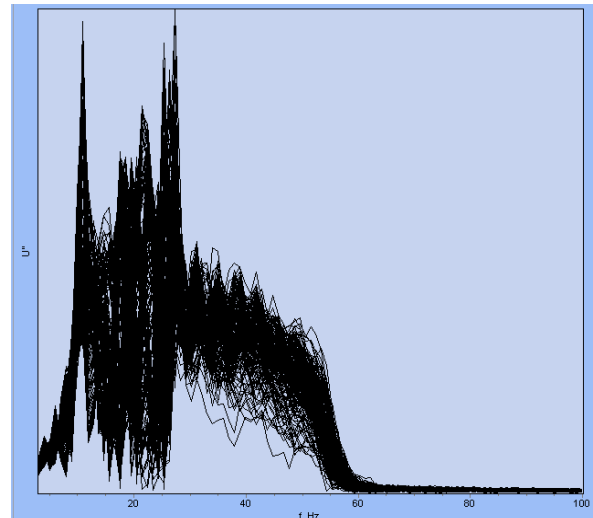
**Рис. 4б.** Y компонента швидкості переміщення  
*Fig. 4b. Y component of velocity*



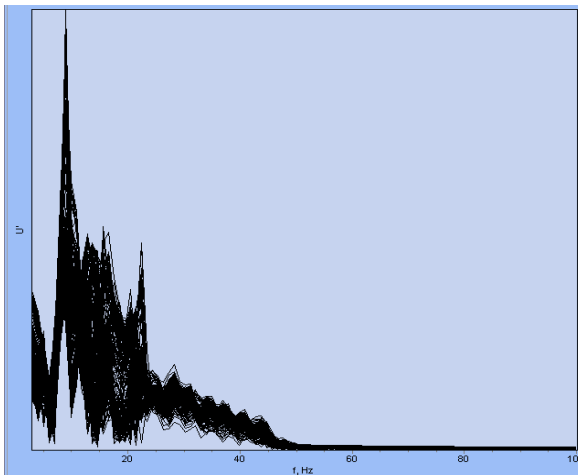
**Рис. 5а.** X компонента прискорення  
*Fig. 5a. X component of acceleration*



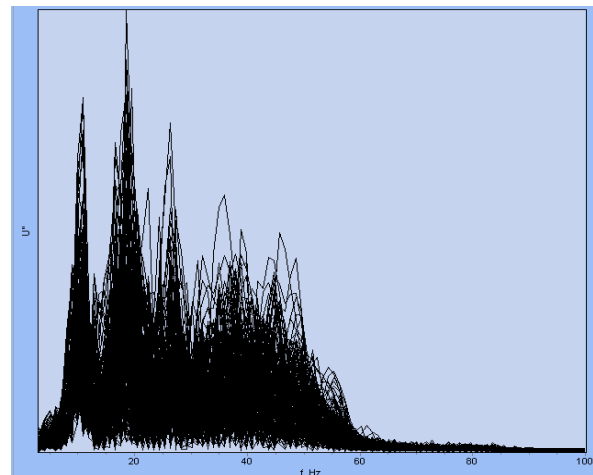
**Рис. 5б.** Y компонента прискорення  
*Fig. 5b. Y component of acceleration*



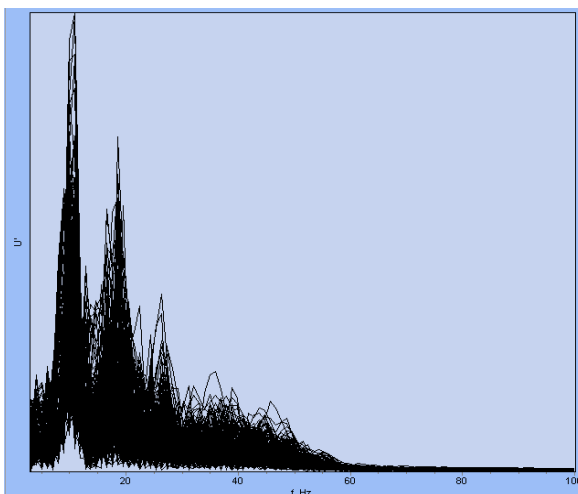
**Рис. 7а.** Спектр x компоненти прискорення  
*Fig. 7a. The range of x acceleration components*



**Рис. 6а.** Спектр x компоненти швидкості переміщення  
*Fig. 6a. The range of x velocity components*



**Рис. 7б.** Спектр y компоненти прискорення  
*Fig. 7b. The range of y acceleration components*



**Рис. 6б.** Спектр y компоненти швидкості переміщення  
*Fig. 6b. The range of y velocity components*

кості переміщення, і 10, 20, 25 Гц для прискорення, ще спостерігається підняття амплітуд в області 40 Гц для прискорення. Знання резонансних характеристик осадового шару із знанням загальної сейсмічності цього регіону дають змогу створити рекомендації для сейсмостійкого будівництва, зокрема не допустити прямого співвідношення резонансних частот ґрунтів з власними резонансними частотами конструкцій.

#### **Висновки**

Розроблений програмний пакет дає змогу в інтерактивному режимі досліджувати динамічні характеристики і резонансні частоти осадового шару.

У результаті досліджень отримане хвильове поле і частотна характеристика осадового шару під інженерною спорудою.

Аналіз частотних характеристик середовища дозволяє отримати резонансні частоти, які потрібно враховувати під час проектування великих інженерних конструкцій.

### Література

- Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон. – М. : Стройиздат, 1982. – 448 с.
- Брич Т.Б. Математичне моделювання впливу процесу поглиблення нафтогазової свердловини на напружено-деформований стан гірського масиву / Т.Б. Брич // Вісник Львівського університету. Серія фізична – 2010. – №. 45. – С. 135–141.
- Вербицький С.Т. Метод Накамури та метод скінчених елементів при дослідженні АЧХС. / С.Т. Вербицький, Т.Б. Брич, Н.І. Рожок, Б.Є. Купльовський // “Геодинаміка”. – 2011. – № 2(11). – С. 38–40.
- Ильюшин А. А. Механика сплошной среды / А. А. Ильюшин. – М. : Издательство Московского университета, 1978. – 288 с.
- Кендзера О. В. Сейсмічна небезпека і захист від землетрусів (практичне впровадження розробок Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна НАН України) / О.В. Кендзера // Вісник Національної академії наук України. – 2015. – № 2. – С. 44–57. – Режим доступу : [http://nbuv.gov.ua/j-pdf/vnanu\\_2015\\_2\\_10.pdf](http://nbuv.gov.ua/j-pdf/vnanu_2015_2_10.pdf).
- Кендзера О. Врахування амплітудно-частотних характеристик ґрунтової товщі при сейсмічному мікрорайонуванні будівельного майданчика в м. Одесі / О. Кендзера, Ю. Семенова // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія Геологія. – 2010. – № 2(49). – С. 10–13.
- Купльовський Б.Є. Моделювання хвильового поля для складних сейсмічних розрізів / Б.Є. Купльовський // Вісник Львівського університету. Серія фізична – 2010. – №. 45. – С. 141–150.
- Седов Л. И. Механика сплошной среды : в 2-х т. / Л. И. Седов. – М. : Наука, 1984. – 560 с.
- Стародуб Ю. П. Комбінований матрично-скінчено-елементний метод для вивчення поширення хвильових полів у неоднорідних середовищах / Ю. П. Стародуб, Т. Б. Брич // Матеріали науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, наукових працівників і аспірантів Української академії друкарства. – 1995. – С. 132.
- Старостенко В. І. Сейсмологічні дослідження для Чорнобильської АЕС / В.І Старостенко, О. В. Кендзера, В. Д. Омельченко, С. Т. Вербицький, Ю. Т. Вербицький, Т. А. Амашукелі, Ю. В. Лісовий, Н. І. Рожок // Національна академія наук України – Чорнобилью : зб. наук. пр. / НАН України. Національна бібліотека України ім. В. І. Вернадського; редкол. : О. С. Онищенко (гол.) та ін. – К., 2006. – Режим доступу : <http://www.nbuv.gov.ua/books/2006/chemobyl/svi.pdf>.
- Тимошенко С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М. : Наука, 1975. – 576 с.
- Bathe K.-J., Finite element procedures in engineering analysis. / K.-J. Bathe. – New Jersey, 1982, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, – 738 p.
- David V. Hutton, Fundamentals of Finite Element Analysis / David V. Hutton. – New York, 2004, McGraw-Hill, 495 P.
- Singiresu S. Rao, The Finite Element Method in Engineering. – 4 ed. / Singiresu S. Rao. – Miami, 2004, Elsevier Science & Technology Books, 664 p.
- Zienkiewicz O. C., The Finite Element Method for solid and structural mechanics. Six edition. Vol. 1–3 / O. C. Zienkiewicz., R. L.Taylor // Oxford, 2005, Elsevier Butterworth-Heinemann. – 632 p.
- Zhangxin Chen, Finite Element Methods and Their Applications / Zhangxin Chen. – Berlin, 2005, Springer, 411 p.



Ю. П. СТАРОДУБ<sup>1</sup>, А. В. КЕНДЗЕРА<sup>2</sup>, Б. Е. КУПЛЕВСКИЙ<sup>3\*</sup>, Т. Б. БРЫЧ<sup>3</sup>, В. И. ПРОКОПЫШЫН<sup>3</sup>,  
О. П. ОЛЕЩУК<sup>3</sup>, Е. И. ОЛЕЩУК<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности, ул. Клепаровская 35, Львов, Украина, 79000

<sup>2</sup> Отдел сейсмической опасности, Институт геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины, пр-т. Академика Палладина, 32, Киев, Украина, 03680

<sup>3\*</sup> Отдел сейсмичности Карпатского региона, Институт геофизики им. С. И. Субботина НАН Украины, ул. Ярославенка 27, Львов, Украина, 79011, тел. +38(032)2706100, E-mail: tb@mail.lviv.ua

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГО-ДИНАМИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ ЗЕМНОЙ КОРЫ ПОД АТОМНЫМИ ЭЛЕКТРОСТАНЦИЯМИ(НА ПРИМЕРЕ ЧЕРНОБЫЛЬСКОЙ АЭС)

**Цель.** Целью работы является создание методики моделирования сейсмических волновых полей для широкого класса вертикально- и горизонтально-неоднородных слоистых сред. Моделирование позволит более точно оценить характеристики осадочных толщ при исследовании передаточных характеристик среды под инженерными сооружениями. **Методика.** При моделировании в области инженерной сейсмологии нужно использовать широкий частотный диапазон (в пределах частот от 0 до 200 Гц) для исследования всех возможных воздействий на инженерные сооружения. При решении прямой задачи необходимо использовать математические методы моделирования позволяющие учитывать различные виды и формы неоднородностей, а также учитывать сложное строение осадочного слоя. Исследования проводились путем решения прямой динамической задачи сейсмологии методом конечных элементов. Данный метод математического моделирования позволяет проводить расчеты для сложных по своему строению моделей. При решении прямой динамической задачи сейсмологии этим методом колебания среды рассчитываются как одно целое для каждого момента времени, поэтому не теряется возможность учета различных обменных эффектов внутри модели, а также мы можем рассчитывать модели разной сложности геометрического строения среды и различными включениями. Для моделирования использовались существующие двумерные модели среды. При задании сигнала в виде близком к дельта импульса мы получаем отклик среды в полном возможном диапазоне частот колебания модели, без дополнительной обработки исходных результатов. **Результаты.** Созданный программный пакет для математического моделирования сейсмического волнового поля. Результатом моделирования является полученное поле перемещений, скоростей перемещений, ускорений а также соответствующие частотные характеристики для данной модели. **Научная новизна.** Полученный в результате исследований программный пакет позволяет в интерактивном режиме исследовать динамические характеристики и резонансные частоты осадочного слоя. **Практическая значимость.** В результате исследований получено волновое поле и частотная характеристика осадочного слоя под инженерным сооружением. Анализ частотных характеристик среды позволяет получить резонансные частоты, которые нужно учитывать при проектировании крупных инженерных конструкций.

*Ключевые слова:* моделирование, волновое поле, прямая задача сейсмологии, метод конечных элементов, модель структуры, атомная электростанция, упруго-динамический эффект.

Yu. P. STARODUB<sup>1</sup>, O. V. KENDZERA<sup>2</sup>, B. Ye. KUPLOVSKYI<sup>3\*</sup>, T. B. BRYCH<sup>3</sup>, V. I. PROKOPYSHYN<sup>3</sup>,  
O. P. OLESHCHUK<sup>3</sup>, Ye. I. OLESHCHUK<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Lviv state university of life safety, 35 Kleparivska street, Lviv, Ukraine, 79000

<sup>2</sup> Department Seismic hazard of Subbotin Institute of Geophysics of NAS of Ukraine, 32 Academician Palladin Ave., Kyiv, Ukraine, 03680

<sup>3\*</sup> Department of Carpathian Region's Seismicity of Subbotin Institute of Geophysics of NAS of Ukraine, 27 Yaroslavenka street, Lviv, Ukraine, 79011, tel. +38 (032) 2706100, e-mail: tb@mail.lviv.ua

## MODELING ELASTIC-DYNAMIC EFFECTS OF THE CRUST UNDER NUCLEAR POWER PLANT (ON THE EXAMPLE OF CHORNOBYL NPP)

**Purpose.** The aim of study is to create the method of seismic wave fields modeling for a broad class of vertically and horizontally inhomogeneous layered media. Simulation will make it possible to more precisely assess the characteristics of sedimentary strata in the study of the transmission characteristics of the environment under the engineering structures. **Methodology.** At modeling in engineering seismology should be used a wide frequency range (from 0 to 200 Hz) to study all possible effects on engineering structures. While solving the direct problem need to use mathematical modeling techniques that allow taking into account the different types and forms of inhomogeneities, as well as the complex structure of the sedimentary layer. The research was conducted by solving the direct dynamic problem of seismic with finite element method. This method of mathematical modeling allows calculations for models which are complicated in their structure. When solving

the direct dynamic problem of seismicity with this method, wave propagation are calculated for each time point, so do not lose the ability to consider different exchange effects inside the model and also we can calculate models with different complex geometric structure and various inclusions. For simulations were used existing two-dimensional models. When setting signal as close to the  $\delta$ -impulse, we get the response in full possible frequency range of model without additional processing output results. **Results.** The software package for mathematical modeling of seismic wave field was created. A result of modeling are obtained field of displacements, velocities of displacement, acceleration, as well as appropriate frequency characteristics for this model. **Originality.** The software package obtained allows investigating dynamic characteristics and resonance frequencies of the sedimentary layer in interactive mode. **Practical significance.** Based on the results of research, the wave field and the frequency response of the sedimentary layer under the engineering structure were obtained. Analysis of frequency characteristics of environment provides a resonant frequency to be considered in the design of large engineering structures.

*Key words:* modeling, wave field, direct seismic problem, finite element method, model structure, nuclear power plant.

## REFERENCES

- Bate K., Vilson E. *Chislennyye metody analiza i metod konechnykh jelementov* [Numerical methods of analysis and finite element method]. Moscow, 1982, *Strojizdat*, 448 p.
- Brych T. B. *Matematychni modeliuvannia vplyvu protsesu pohlyblennia naftohazovoi sverdlovyny na napruzhenno-deformovanyi stan hirskoho masyvu* [Mathematical modeling of the influence of deepening of oil and gas well on rock stress-strain state]. *Visnyk Lvivskoho universytetu. Seriya fizychna*, 2010, no. 45, pp. 135-141.
- Verbytskyi S. T., Brych T. B., Rozhok N. I., Kuplovskiy B. Ye. *Metod Nakamury ta metod skinchenykh elementiv pry doslidzhenni AChKhS* [Nakamura's technique and finite element method in solid amplitude-frequency response investigation]. *«Heodynamika»*, 2011, no. 2(11), pp. 38-40.
- Il'jushin A. A. *Mehanika sploshnoj srody* [Continuum mechanics]. Moscow, 1978, *Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta*, 288 p.
- Kendzera O. V. *Seismichna nebezpeka i zakhyst vid zemletrusiv (praktychne vprovadzhennia rozrobok Instytutu heofyzyki im. S.I. Subbotina NAN Ukrainy)* [Seismic hazard assessment and protection against earthquakes (Practical applications of developments of Subbotin Institute of Geophysics of NAS of Ukraine)]. *Visnyk Natsionalnoi akademii nauk Ukrainy*. 2015, no. 2, pp. 44-57. Available at: [http://nbuv.gov.ua/j-pdf/vnanu\\_2015\\_2\\_10.pdf](http://nbuv.gov.ua/j-pdf/vnanu_2015_2_10.pdf).
- Kendzera O., Vrakhuвання амплітудно-частотних характеристик ґрунтової товщини при сейсмічному мікрораіонуванні будівельного майданчика в м. Одесі [Considering of amplitude-frequency characteristics of soil thicker under seismic microzoning of building site in Odesa]. *Visnyk Kyivskoho natsionalnoho universytetu imeni Tarasa Shevchenka. Seriya Heolohiia*. 2010, no. 2(49), pp. 10-13.
- Kuplovskiy B. Ye., Semenova Yu. *Modeliuvannia khyvlovoho polia dlia skladnykh seismichnykh rozriziv* [Design of wave field for complicated arranged seismic cuts]. *Visnyk Lvivskoho universytetu. Seriya fizychna*. 2010, no. 45, pp. 141-150.
- Sedov L. I., *Mehanika sploshnoj srody. 2 t* [Continuum mechanics]. Moscow, 1984, *Nauka*, 560 p.
- Starodub Yu. P., Brych T. B. *Kombinovanyy matrychno-skinchenoelementnyy metod dlya vyvchennya poshyrennya khyvl'ovykh poliv u neodnorodnykh seredovyshchakh* [The combined matrix – finite element method to study the propagation of wave fields in heterogeneous media structure]. *Materialy naukovotekhnichnoyi konferentsiyi profesors'ko-vykladats'koho skladu, naukovykh pratsivnykiv i aspirantiv Ukrainy'skoyi Akademiyi Drukarstva*. 1995, P. 132.
- Starostenko V. I., Kendzera O. V., Omelchenko V. D., Verbytskyi S. T., Verbytskyi Yu. T., Amashukeli T. A., Lisovyi Yu. V., Rozhok N. I. *Seismolohichni doslidzhennia dlia Chornobyl'skoi AES* [Seismological Investigation for Chernobyl NPP]. *Natsionalna akademiia nauk Ukrainy — Chornobyl'iu: Zbirnyk naukovykh prats. NAN Ukrainy. Natsionalna biblioteka Ukrainy im. V. I. Vernadskoho; Redkol.: O. S. Onyshchenko (hol.) ta in.* Kyiv, 2006. Available at: <http://www.nbuv.gov.ua/books/2006/chernobyl/svi.pdf>.
- Timoshenko S. P., Gud'er Dzh. *Teoriya uprugosti* [Theory of elasticity]. Moscow, 1975, *Nauka*, 576 p.
- Bathe K.-J., *Finite element procedures in engineering analysis*. New Jersey, 1982, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 738 p.
- David V. Hutton, *Fundamentals of Finite Element Analysis*. New York, 2004, McGraw-Hill, 495 p.
- Singiresu S. Rao, *The Finite Element Method in Engineering*. Fourth edition. Miami, 2004, Elsevier Science & Technology Books, 664 p.
- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. *The Finite Element Method for solid and structural mechanics*. Six edition. V. 1-3. Oxford, 2005, Elsevier Butterworth-Heinemann – 632 p.
- Zhangxin Chen, *Finite Element Methods and Their Applications*. Berlin, 2005, Springer, 411 p.

Надійшла 15.04.2015