УДК [004.43+519.6+519.622] (075.8)

Б.О. Квятковський,

Національний університет "Львівська політехніка", кафедра програмного забезпечення

НОВИЙ МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦІЇ МОДЕЛЕЙ ЕЛЕКТРОННИХ СХЕМ

© Квятковський Б.О., 2012

Розглянуто перелік відомих способів просторової декомпозиції моделей електронних схем. Визначено актуальні на теперішній час наукові задачі в галузі декомпозиційних алгоритмів моделювання. Описано новий метод просторової декомпозиції моделей. Встановлено закономірності у залежності трудомісткості чисельного інтегрування від декомпозиції. Подано результати експериментального дослідження ефективності нового методу.

Ключові слова: діакоптика, адаптивна декомпозиція, незв'язаний неявний метод Ейлера, чисельна стійкість.

A list of the known ways of electronic schemes models partitioning is examined. The article determines a number of urgent present-day scientific explorations in the area of partitioning algorithms. A new method of models partitioning is described. The present paper establishes the conformity of numerical integration computational cost dependence on partitioning. The experimental study efficiency results of the presented method are suggested.

Key words: diakoptic, adaptive partitioning, decoupled implicit Euler method, numerical stability.

1. Вступ

Важливим етапом проектування електронних пристроїв є моделювання перехідних процесів. Застосування декомпозиційних методів дозволяє підвищити швидкість роботи моделюючого програмного забезпечення із збереженням достовірності отриманих результатів. Основні здобутки, внесені просторовою декомпозицією, це зменшення обсягу обчислень на один чисельний крок та можливість вибору параметрів різницевої схеми відповідно до динамічних характеристик підмоделі. Однак, відомі і істотні недоліки, а саме, зниження точності результатів обчислень та звуження області чисельної стійкості різницевої схеми. Ефективним засобом балансування поміж перевагами і недоліками декомпозиційних методів є адаптивний вибір декомпозиції.

2. Огляд літератури

Сьогодні розповсюджені такі підходи до декомпозиції задачі моделювання перехідних процесів у електронних схемах:

1. Декомпозиція задачі дослідником. Такий вибір часто ґрунтується на виділенні функціональних вузлів електронної схеми, локалізації лінійних і нелінійних частин, виокремленні слабко зв'язаних складових [1].

2. Декомпозиція за структурою топологічних зв'язків між компонентами моделі. Такі алгоритми скеровані на виділення підмоделей, які пов'язані між собою якомога меншою кількістю топологічних зв'язків [2].

3. Декомпозиція на різношвидкісні підмоделі. Підмоделі, до складу яких включено лише невідомі з повільно змінними в часі значеннями можливо інтегрувати з більшим розміром кроку. Активні дослідження у цьому напрямку проводить фірма Філіпс спільно з технічним університетом Ейндховена [3].

4. Декомпозиція за оцінкою похибки. Ефективність таких алгоритмів залежить від точності апріорної та апостеріорної оцінок похибки [4].

5. Декомпозиція за умовою чисельної стійкості декомпозиційних методів [5, 6].

Проблема чисельної нестійкості є головним обмеженням галузі застосування декомпозиційних методів. Відтак, природно вважати, що дослідження задачі вибору декомпозиції з позиції проблеми чисельної нестійкості є найповніше. З-поміж відомих сьогодні результатів відзначимо умову монотонності максимальної норми та умову представлення зв'язуючих змінних випуклою комбінацією невідомих [4, 6]. Виконання цих умов гарантує чисельну стійкість інтегрування незв'язаними методами. Однак, за винятком лінійних та простих нелінійних задач, неможливо визначити чи задовольняє обрана декомпозиція умову монотонності максимальної норми [6]. З іншого боку, це достатня, але не необхідна умова. Отже, можливо забезпечити стійкість, не задовольних иметори монотонності максимальної норми. Представлення зв'язуючих змінних випуклою комбінацією невідомих збільшує похибку [7]. Хоча, інші способи визначення вектора зв'язуючих змінних, які не задовольняють умову випуклості, здебільшого зберігають стійкість методу.

Поширеним підходом у дослідженні стійкості є аналіз власних значень ітеративної (супровідної) матриці [6, 8]. Відомо, що метод стійкий, якщо справедлива умова

$$\rho(\mathbf{M}) < 1, \tag{1}$$

де $\rho(\mathbf{M})$ – спектральний радіус ітеративної матриці різницевої схеми. Результатом таких досліджень є умова, яка гарантує достовірність результатів моделювання, проте, незастосовна до адаптивного вибору декомпозиції. Іншим відомим підходом є вибір такої декомпозиції, при якій власні значення ітеративної матриці, за розщепленої моделі, є близькі до власних значень ітеративної матриці, за цілісної моделі. Однак поширена думка, що у такому підході варто враховувати метод спроб та помилок, а також "здоровий глузд" [6].

3. Постановка задачі

Нехай електронній схемі відповідає математична модель у вигляді системи диференційних рівнянь у нормальній формі Коші:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad \boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0,$$
(2)

де x – вектор змінних стану, x_0 – вектор початкових умов. Декомпозиційний алгоритм розв'язування системи (2) реалізуємо на основі незв'язаного неявного методу Ейлера (HHME) [4, 6, 7]:

$$\boldsymbol{x}_{r,n} = \boldsymbol{x}_{r,n-1} + h_{r,n} \boldsymbol{f}_r(\tilde{\boldsymbol{x}}_{1,n}, \dots, \tilde{\boldsymbol{x}}_{r-1,n}, \boldsymbol{x}_{r,n}, \tilde{\boldsymbol{x}}_{r+1,n}, \dots, \tilde{\boldsymbol{x}}_{s,n}, t_{r,n}),$$
(3)

де $t_{r,n} = t_0 + \sum_{j=1}^n h_{r,j}$, r – номер підзадачі; s – кількість підзадач; n – номер кроку чисельного

інтегрування; $\mathbf{x}_{r,n}$ – вектор невідомих *r*-ї підзадачі; $\tilde{\mathbf{x}}_{i,n}$ для $1 \le i \le s, i \ne r$ – вектори зв'язуючих змінних *r*-ї підзадачі, тобто тих, які не входять у *r*-ту підзадачу; $h_{r,n}$ – розмір кроку інтегрування *r*-ї підзадачі. Побудуємо адаптивний метод вибору розподілу змінних моделі електронної схеми поміж підмоделями, скерований на досягнення максимальної швидкості інтегрування. Процедура вибору розподілу вимагає певних обчислювальних затрат, тому визначимо умови доцільності виклику процедури зміни розподілу. Розподіл змінних між підмоделями однозначно пов'язаний з наповненням множин розірваних та цілісних зв'язків задачі (2). Отже, вибір розподілу змінних тотожний операції вибору декомпозиції.

4. Результати досліджень

4.1. Метод декомпозиції моделі

Обчислювальну складність процедури чисельного інтегрування моделі (2) будемо оцінювати по $W = \gamma \omega$, (4)

де коефіцієнт γ :

$$\gamma = \begin{cases} 1, & h_W \le h_S \\ \frac{h_W}{h_S}, & h_W > h_S \end{cases}, \tag{5}$$

де h_w – розмір кроку чисельного інтегрування, з яким на цьому етапі можливо інтегрувати цілісну модель (2); h_s – розмір максимального за умовою чисельної стійкості кроку для розщепленої моделі (2); ω – загальна кількість ненульових елементів у матриці суміжності **R**. **R** однозначно описує розподіл невідомих змінних моделі (2) поміж підмоделями. З-поміж декомпозицій перевагу варто віддати тій, для якої менше значення W. Величину W надалі називатимемо коефіцієнтом трудомісткості.

Оцінюємо розмір кроку цілісної моделі h_w так:

$$h_{W} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\max}h^{2}}{\varepsilon}}, \qquad (6)$$

де h – поточне значення розміру кроку інтегрування ННМЕ; ε – локальна похибка інтегрування ННМЕ з кроком h; ε_{max} – задане максимально допустиме значення локальної похибки.

Область стійкості ННМЕ визначають за спектральним радіусом ітеративної матриці \mathbf{M}_{a} [6]. Для визначення h_{s} необхідно розв'язати рівняння

$$\rho(\mathbf{M}_a(h)) - 1 = 0 \tag{7}$$

відносно h. Складність автоматизації вибору декомпозиції моделі (2) зумовлена високою трудомісткістю процедури розв'язання (7). Основні затрати часу припадають на формування матриці \mathbf{M}_{a} та оцінку її спектрального радіуса. Вибираючи декомпозицію безпосереднім оцінюванням і порівнянням значень W, задачу (7) необхідно розв'язувати для кожного можливого розподілу невідомих моделі (2) поміж підмоделями. Експериментально встановлено, що алгоритми, які передбачають багатократне розв'язування (7) у процедурі декомпозиції моделі (2), не забезпечують пришвидшення роботи моделюючого програмного забезпечення.

У [9] розглянуто метод порівняння трудомісткостей моделювання перехідних процесів у електронних схемах, при різних декомпозиціях моделі (2). Там же досліджено чотири стратегії зміни поточної декомпозиції. Матриця суміжності **R** однозначно описує обраний розподіл змінних моделі (2) поміж підмоделями. Надалі матрицю суміжності, яка описує поточну декомпозицію моделі (2), будемо позначати \mathbf{R}^* . Матриці суміжності, що відповідають декомпозиціям, які отримано з поточної внаслідок застосування *k* ітерацій стратегій розриву мінімального та об'єднання максимального [9], будемо позначати \mathbf{R}^*_{-k} та \mathbf{R}^*_{+k} відповідно. Метод порівняння не передбачає розв'язування (7), що робить його застосовним у практичних алгоритмах. Однак цей метод забезпечує лише порівняння трудомісткості інтегрування *W*, при деякій **R**, та трудомісткості інтегрування *W*^{*}, при **R**^{*}. Цього замало для визначення **R**, при якій швидкість моделювання є найвища. Удосконалимо метод порівняння для розв'язання сформульованої вище задачі.

Розробити метод декомпозиції моделі схеми неможливо без відомостей про характер залежності величини обчислювальних затрат процедури моделювання від рівня розщеплення моделі. Узагальнюючи експериментальні результати, які отримано під час моделювання тестових електронних схем, при різних вхідних сигналах та різних обмеженнях на допустиму похибку, нами отримано набір типових залежностей (рис. 1).



Рис. 1. Типові залежності коефіцієнта трудомісткості інтегрування від рівня декомпозиції

На осі ординат відкладено коефіцієнт трудомісткості інтегрування, визначений по (4). На осі абсцис відкладено кількість ненульових елементів ω у матриці **R** для розщепленої моделі (2). Діапазон зміни ω відповідає зміні декомпозиції від повністю розщепленої моделі, $\omega = N$, до цілісної моделі, $\omega = N^2$. Тут N – розмірність моделі (2). Залежності отримано при зміні декомпозиції за стратегією об'єднання максимального [9].

Кожна з залежностей на рис. 1 відповідає певному стану процесу моделювання. Зокрема, залежність 1) характерна для проміжку інтегрування де h_w є мале. Малим називаємо такий крок, розмір якого є менший за h_s для розщепленої на множину скалярних рівнянь моделі (2). Залежності 2) та 3) поєднують наявність локального мінімуму. Мінімум зумовлено декомпозиціями, для яких $h_s > h_w$. На проміжку від N^2 до локального мінімуму спостерігаємо зменшення ω без зменшення допустимого розміру кроку. Локальний максимум у залежностях 2), 3), 4) та 5) спричинено збільшенням ω , яке не супроводжується збільшенням допустимого розміру кроку h_s . Це характерно для сильно розщеплених моделей. Якщо збережено цілісність невеликої кількості зв'язків, то об'єднання кількох з-поміж розірваних майже не впливає на розмір області стійкості.

Організуємо процес вибору декомпозиції моделі (2) ітеративним чином. За основу приймемо метод порівняння з [9] та метод половинного ділення. Задамо умову припинення ітеративного процесу так:

$$h_2 - h_1 < 0.1h_1, \tag{8}$$

де h_1 – нижня границя інтервалу, на якому шукаємо корінь рівняння (7); h_2 – верхня границя інтервалу, на якому шукаємо корінь (7). Експериментально встановлено, що використаного у (8) порогу точності достатньо. Ітеративний процес розпочинаємо з оцінювання значення h_2 , при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$. Для цього застосовні результати отримані процедурою декомпозиції у попередніх точках проміжку моделювання.

Прийнявши, що для декомпозиції з $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$ справедлива оцінка $h_s = h_2$, порівняємо трудомісткості інтегрування при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$ та $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$. Згідно з методом порівняння [9], якщо спектральний радіус ітеративної матриці ННМЕ, яку обчислено при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$ та $h = h_L^{\mathbf{R}^*_{+1}}$ (див. (9)), менший за 1, то трудомісткість інтегрування $W^{\mathbf{R}^*_{+1}}$, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$, є нижча за трудомісткість інтегрування $W^{\mathbf{R}^*_{+1}}$, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$, є нижча за трудомісткість інтегрування $W^{\mathbf{R}^*_{+1}}$, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$, є нижча за трудомісткість інтегрування $W^{\mathbf{R}^*_{+1}}$, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$.

$$h_{L}^{\mathbf{R}_{+1}^{*}} = \omega^{\mathbf{R}_{+1}^{*}} \frac{h_{W}}{W^{*}}$$
(9)

У (9) $\omega^{\mathbf{R}_{+1}^*}$ – кількість ненульових елементів у \mathbf{R}_{+1}^* . Якщо інтегрування при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^* \in$ ефективніше, то декомпозицію не змінюємо. У такому разі порівняємо трудомісткості інтегрування при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$ та $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{-1}^*$. Поточну декомпозицію змінюємо лише у разі виявлення декомпозиції з меншим коефіцієнтом трудомісткої. Для визначеності приймемо, що в результаті проведеного аналізу цього не сталося. У такому разі оцінимо значення h_1 . Здебільшого хорошим наближенням є: $h_1 = 0.5h_2$. (10)

Отримавши інтервал, на якому гарантовано є корінь рівняння (7), застосуємо ітерації методу половинного ділення для скорочення $[h_1, h_2]$. Якщо в результаті проведеної ітерації половинного ділення значення h_2 змінено, то перед наступною ітерацією половинного ділення знову порівнюємо трудомісткості інтегрування при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$ та $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{+1}^*$, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{-1}^*$. Якщо ж значення h_2 не змінено, то порівнюємо то порівнювати трудомісткості немає змісту. Це зумовлено тим, що значення h_5 оцінюємо по h_2 . Поки що вважатимемо, що декомпозицію не змінено. Продовжуємо процес ділення відрізка $[h_1, h_2]$ навпіл, після кожної ітерації перевіряємо виконання умови (8). Ітеративний процес припиняємо, якщо справедлива умова (8).

Якщо встановлено, що при $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{+1}^*$ або $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{-1}^*$ можливо досягнути вищої швидкості моделювання, аніж при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$, то змінюємо поточну декомпозицію. Для визначеності приймемо, що декомпозицію змінено відповідно до (11)

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{+1}^*. \tag{11}$$

Далі застосовуємо описаний вище ітеративний процес до нової декомпозиції моделі (2). Тепер порівнюємо трудомісткості інтегрування при $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{+1}^*$ та $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{+2}^*$. Внаслідок проведеної зміни декомпозиції необхідна нова оцінка інтервалу $[h_1, h_2]$. Спосіб оцінювання залежить від умов, за яких змінено декомпозицію. Нехай зміну (11) проведено внаслідок першої ж операції порівняння трудомісткостей. Відповідний стан справ подано на рис. 2.



Рис. 2. Залежності спектрального радіуса ітеративної матриці ННМЕ від розміру кроку інтегрування, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$ і $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$ та справедливості $W^* > W^{\mathbf{R}^*_{+1}}$ на першій операції порівняння трудомісткостей

На рис. 2 подано частини залежностей $\rho(\mathbf{M}_{a}(h))$, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^{*}$ та $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{+1}^{*}$, відповідні підписи зроблено у нижній частині рисунка. На осі *h* точками h_{1} та h_{2} відзначено границі інтервалу пошуку кореня рівняння (7), при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^{*}$. $h = h_{L}^{\mathbf{R}_{+1}^{*}}$ – це значення визначене по (9) для порівняння трудомісткостей. Згідно з рис. 2 спектральний радіус ітеративної матриці у точці $h = h_{L}^{\mathbf{R}_{+1}^{*}}$, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{+1}^{*}$ менший за 1, а отже, $W^{*} > W^{\mathbf{R}_{+1}^{*}}$ [9]. У такому разі оцінюємо новий інтервал $[h_{1}, h_{2}]$ по (12).

$$h_1 = h_L^{\mathbf{K}_{+1}},$$

 $h_2 = 2h_1$
(12)

Така оцінка не гарантує, що h_2 задано правильно. Перевіряємо за допомогою оцінки $\rho(\mathbf{M}_a(h_2))$. За потреби збільшуємо значення h_2 .

Розглянемо інший випадок. Нехай після першого порівняння трудомісткостей декомпозицію не змінено (рис. 3).



Рис. 3. Залежності спектрального радіуса ітеративної матриці ННМЕ від розміру кроку інтегрування, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$ і $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$ та несправедливості умови $W^* > W^{\mathbf{R}^*_{+1}}$ на першій операції порівняння трудомісткостей

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Нехай за результатами другого порівняння, яке проводимо після скорочення інтервалу $[h_1, h_2]$ методом половинного ділення, встановлено, що доцільно змінити декомпозицію відповідно до (11). Відзначимо, що значення оцінки (9) з попереднього порівняння вже відоме (рис. 4).



Рис. 4. Залежності спектрального радіуса ітеративної матриці ННМЕ від розміру кроку інтегрування, при $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$ і $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{+1}$ та справедливості $W^* > W^{\mathbf{R}^*_{+1}}$ на другій операції порівняння трудомісткостей

На рисунку використано позначення: $\tilde{h}_{L}^{\mathbf{R}_{+1}^*}$ – значення оцінки (9) з попереднього порівняння. У такому разі оцінюємо новий інтервал [h_1, h_2] по (13).

$$h_{2} = \tilde{h}_{L}^{\mathbf{R}^{*}+1},$$

$$h_{1} = h_{L}^{\mathbf{R}^{*}+1}$$
(13)

Тут значення h_1 та h_2 встановлено гарантовано правильно. Тому жодних додаткових уточнень не потрібно. Інтервал $[h_1, h_2]$, оцінений по (13), коротший за інтервал, оцінений по (12), а головне, що довжина інтервалу, оціненого по (13), дорівнює довжині інтервалу $[h_1, h_2]$, встановленого для $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*$. Аналогічно оцінюємо інтервал $[h_1, h_2]$, у разі зміни декомпозиції відповідно до $\mathbf{R} = \mathbf{R}^*_{-1}$.

Якщо за результатами розглянутого ітеративного процесу декомпозицію не змінено, то обчислювальна складність проведених операцій є вища за складність безпосереднього однократного розв'язування (7). Однак додатково оцінюємо спектральний радіус лише у разі зміни h_2 , при поділі відрізка $[h_1, h_2]$. Водночас можлива така поведінка ітеративного процесу, що $[h_1, h_2]$ скорочується, а h_2 не змінюється. Якщо ж змінюємо **R**, то у разі зміни після не першої операції порівняння, вдається досягнути нерозширення $[h_1, h_2]$. Тут маємо на увазі випадок (13). Водночас, така зміна призводить до вибору декомпозиції, що гарантує вищу швидкість процесу моделювання. Якщо ж зміну **R** проводимо після першого ж порівняння трудомісткостей, то уникаємо розв'язування (7), а за результатами однієї оцінки спектрального радіуса обираємо поміж двох декомпозицій. Розглянутий ітеративний метод надалі будемо називати методом вибору декомпозиції.

4.2. Умова зміни декомпозиції

Ефективність моделювання із застосуванням алгоритму на базі методу вибору залежить від правильності визначення моментів часу проведення передекомпозиції моделі (2). Нами з'ясовано, що потреба зміни декомпозиції – це наслідок одного з двох чинників, а саме, зміни розміру чисельного кроку інтегрування або зміни конфігурації області стійкості різницевої схеми. Тут розуміємо розмір кроку чисельного інтегрування цілісної моделі h_w . Зміною конфігурації області стійкості різницевої схеми називаємо зміну співвідношень між значеннями h_s , які отримано для всіх можливих декомпозицій моделі (2).

Зміна значення h_w призведе до зміни вигляду залежності $W(\omega)$ (рис. 1). Зменшення h_w зумовить зміщення локального мінімуму у залежностях 2) та 3) до зменшення ω . У 4) та 5) залежності

зменшення h_w призведе до появи локального мінімуму, в результаті ми отримаємо залежності 3) та 2) відповідно. Якщо зменшення значення h_w призведе до того, що спектральний радіус \mathbf{M}_a , визначеної для повністю розщепленої моделі та $h = h_w$, стане меншим за 1, то отримаємо перехід до залежності 1). Збільшення значення h_w призведе до зміни залежності $W(\omega)$ у протилежному напрямку, остаточним результатом є перехід до залежності типу 4) або 5), що залежить від умови задачі.

За незмінних стійкісних характеристик різницевої схеми, відстежити моменти часу, у які доцільно здійснити виклик процедури вибору декомпозиції, доволі просто. Зрозуміло, що в такому разі, при постійному h_w , оптимальна декомпозиція моделі (2) не змінюється. Якщо ж значення h_w змінюється, то доцільно визначити верхнє h^+ та нижнє h^- граничні значення розміру кроку, і проводити передекомпозицію моделі лише за умови виходу поточного розміру кроку за межі границі. Хороші результати отримано, при визначенні граничних значень по (14).

 $h^{+} = \begin{cases} h_{L}^{\mathbf{R}_{+1}^{*}}, & h_{L}^{\mathbf{R}_{+1}^{*}} > h_{W} \\ 1.2h_{W}, & h_{L}^{\mathbf{R}_{+1}^{*}} \le h_{W} \end{cases}$ (14) $h^{-} = h_{S}(\mathbf{R}^{*})$

Ефективним критерієм зміни конфігурації області стійкості різницевої схеми є умова (15).

$$\mathbf{R}^* \neq \mathbf{R}^*_{\pm 1},\tag{15}$$

де $\mathbf{R}_{\pm 1}^*$ – матриця суміжності для декомпозиції, яку отримано внаслідок послідовного застосування ітерації об'єднання максимального та ітерації розриву мінімального до декомпозиції з матрицею суміжності \mathbf{R}^* . Справедливість умови (15) легко довести, застосувавши означення ітерацій за стратегіями розриву мінімального та об'єднання максимального [9]. Перевіряємо умови (14) та (15) через кожні 10 кроків узгодження.

4.3. Результати комп'ютерного моделювання

На рис. 5 подано заступну схему ОП UA709 та схему інвертуючого підсилювача на базі ОП UA709, яку використано для дослідження ефективності методу вибору декомпозиції та умов виклику процедури декомпозиції.



Рис. 5. Схема ОП UA709 та інвертуючого підсилювача на базі ОП UA709

50

Оцінено часове пришвидшення роботи моделюючого програмного забезпечення по (16).

$$K_D = \frac{t - t_D}{t} 100\%, \qquad (16)$$

де t – час інтегрування цілісної моделі (2); t_D – час інтегрування із застосуванням декомпозиції. Отримані результати наведено у табл. 1. У графі «Декомпозиція» засобами мови Spice записано декомпозицію або метод, за яким її отримано. Позначення відповідають введеним на рис. 5. Відповідно до синтаксису Spice макромодель операційного підсилювача позначено X. Жирним шрифтом записано номер підмоделі. Після номера вказано перелік компонент, котрі увійшли до складу підмоделі. Звернемо увагу на те, що оскільки ділимо на рівні моделі цілісної схеми, то розподіл компонент по підмоделях є умовний. У графі "Час декомпозиції" вказано затрати часу на роботу процедури вибору декомпозиції в секундах. У графі "Повний час моделювання" вказано загальні затрати часу на проведення моделювання. У графі "*K*_D" наведено оцінку пришвидшення по (16).

Таблиця 1

N⁰	Декомпозиція	Час декомпозиції, (с)	Повний час моделювання, (с)	$K_{_D}$, (%)
1	Цілісна модель	0	21,8	-
2	Метод вибору	2	18,3	16
3	1) X1 2) C1 3) C3	0	428,7	-1866,5
4	 X1.T1, X1.T2, X1.T8, X1.T9, X1.T10, X1.T11, X1.T12, X1.T13, C2 X1.T3, X1.T4, X1.T5, X1.T6, X1.T7, X1.T14, X1.T15,C1 	0	493,9	-2165,5
5	1) X1.T1, X1.T2, X1.T3, X1.T4 2) X1.T5, X1.T6, X1.T7, X1.T8, X1.T9, X1.T10, X1.T11, X1.T12, X1.T13, X1.T14, X1.T15, C1, C2	0	279,4	-1181,6
6	1) X1.T1, X1.T2, X1.T3, X1.T4, X1.T5, X1.T6, X1.T7, X1.T9, X1.T10, X1.T11, X1.T12, X1.T13, X1.T14, X1.T15, C1, C2 2) X1.T8	0	19,3	11,4

Аналіз результатів, наведених у табл. 1, засвідчує, що адаптивна декомпозиція моделі забезпечує найкращий поділ. Це очевидно з огляду на те, що показник пришвидшення, отриманий за цим алгоритмом, є найвищий. У більшості дослідів інтегрування з постійною декомпозицією призвело до сповільнення роботи процедури моделювання. Це проявилося у від'ємному показнику пришвидшення. Також відзначимо велику частку часових втрат на роботу процедури вибору декомпозиції. Це підкреслює актуальність подальшого розвитку алгоритму чи методів оцінювання використаних у ньому параметрів. Внаслідок сильної зв'язаності тестової моделі, на більшій частині проміжку моделювання отримано поділ на кілька скалярних рівнянь і одну велику підмодель. Однак навіть така декомпозиція забезпечила пришвидшення процедури моделювання на 16 %.



Рис. 6. Схема диференційного підсилювача навантаженого неінвертуючим підсилювачем на ОП UA709

Ефективність описаного методу підтвердили і досліди з схемою диференційного підсилювача на ОП UA709, навантаженого неінвертуючим підсилювачем на ОП UA709 (рис. 6). Отримані експериментальні результати наведено у табл. 2. На рис. 6 операційні підсилювачі позначено ОП1, ОП2, ОП3, а у таблиці використано синтаксис Spice, тому X1, X2, X3. Відзначимо, що у досліді № 3 отримано вищу швидкість моделювання, аніж під час застосування адаптивної декомпозиції. Це наслідок уже згаданих затрат часу на вибір декомпозиції моделі схеми. Якби у подальших дослідженнях вдалося зменшити втрати часу на роботу цієї процедури, то легко бачити, що вибір декомпозиції описаним методом є найкращий.

Таблиия 2	аблиия .	2
-----------	----------	---

N⁰	Декомпозиція	Час декомпозиції, (с)	Повний час моделювання, (с)	K_D , (%)
1	Цілісна модель	0	668,1	-
2	Метод вибору	65	366,8	45
3	1) X1, C1, C2 2) X2, X3, C3, C4, C5, C6	0	328,2	50,8
4	1) X3, C5, C6 2) X1, X2, C1, C2, C3, C4	0	2603,9	-289,7
5	1) X1, C1, C2 2) X2, C3, C4 3) X3, C5, C6	0	4102,8	-514

Експериментально виявлено доволі цікавий факт, що у разі відокремлення каскаду з ОП1 від решти схеми, швидкість моделювання збільшується (дослід № 3), а от у разі відокремлення каскаду з ОП3 від решти схеми, швидкість моделювання дуже сильно знижується (дослід № 4). Це наслідок зменшення розміру кроку числовою нестійкістю. Відзначимо, що застосування адаптивного алгоритму (дослід № 2) також дозволило виявити цю особливість, оскільки, декомпозиція, яку застосовано на більшій частині проміжку моделювання, передбачає саме такий поділ моделі. Хоча, якщо врахувати, що ОП1 та ОП2 – це складові диференційного підсилювача, а ОП3 – це навантаження, то відповідно до поширеного на практиці поділу за функціональною ознакою, такий стан справ передбачити було б складно.

5. Висновки

У статті описано новий метод адаптивної декомпозиції моделі електронної схеми. На відміну від інших, сфера застосування цього методу не обмежена слабкозв'язаними задачами. Вибір декомпозиції реалізовано на підставі оцінювання рівня чисельної складності процедури інтегрування. Це вигідно вирізняє дане дослідження з-поміж інших, де аналіз чисельної стійкості зводиться лише до гарантування достовірності результатів моделювання.

1. Стахів П.Г., Рендзіняк С.Й., Крупський Б.І. Розрахунок динамічних режимів електронних кіл на багатопроцесорних обчислювальних системах // Відбір і обробка інформації. – 2002, Вип. 17(93). – С. 41-46. 2. Петренко А.И., Власов А.И., Тимченко А.П. Табличные методы моделирования электронных схем на ЭЦВМ. – К.: Вища школа, 1977. – 192 с. 3. Verhoeven A., Tasic B., Beelen T.G.J., Maten E.J.W.t., Mattheij, R.M.M. Automatic Partitioning for Multirate Methods // Scientific Computing in Electrical Engineering. - 2007. - Vol. 11, MATHEMATICS IN INDUSTRY. - P. 229-236. 4. Skelboe S. Adaptive partitioning techniques for ordinary differential equations // BIT Numerical Mathematics. - 2006. -Vol. 46. – Number 3. – Р. 617–629. 5. Стахів П.Г., Рендзіняк С.Й., Струбицький П.Р. Критерій стійкості діакоптичних методів розрахунку динамічних режимів коливальних систем // Теоретична електротехніка. – 1998. – Вип. 54. – С. 69–76. 6. Skelboe S. Integration of Partitioned Stiff Systems of Ordinary Differential Equations // Proceedings of the Third International Workshop on Applied Parallel Computing in Industrial Computation and optimization. Lyngby. – 1996. – P. 621–630. 7. Skelboe S. Accuracy of decoupled implicit integration formulas // SIAM Journal on Scientific Computing. -2000. -Vol. 21 (2000), Number 6. – P. 2206–2224. 8. Verhoeven A., Guennouni A.El., Maten E.J.W.t, Mattheij R.M.M. A general compound multirate method for circuit simulation problems // Scientific Computing in Electrical Engineering, Series Mathematics in Industry, ECMI. – 2006. –Vol. 9. – Р. 143–150. 9. Хвищун I., Квятковський Б. Метод порівняння трудомісткості діакоптичного моделювання електронних схем при різних топологіях декомпозиції моделі // Теоретична електротехніка. – 2010. – Вип. 61. – С. 3–13.