

П.В. Тимошук, М.П. Тимошук*

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра систем автоматизованого проектування;
*Одеський національний політехнічний університет,
кафедра економіки підприємств

МОДЕЛЮВАННЯ НЕЙРОННОЇ СХЕМИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ НАЙБІЛЬШИХ ЗНАЧЕНЬ СЕРЕД НИЗКИ ЗМІННИХ У ЧАСІ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ СИГНАЛІВ

© Тимошук П. В., Тимошук М. П., 2011

Описана математична модель KWTА-нейронної схеми (“K-winners-take-all”), призначеної для ідентифікації K найбільших серед N змінних у часі дискретизованих сигналів, де $1 \leq K < N$. Встановлюється, що для забезпечення коректного функціонування моделі динамічний зсув вхідних сигналів протягом перехідних процесів повинен змінюватись набагато швидше ніж вхідні сигнали. Наведено відповідні результати комп’ютерного моделювання.

Ключові слова: математична модель, KWTА-нейронна схема, дискретизований сигнал, динамічний зсув, комп’ютерне моделювання.

Mathematical model of discrete-time KWTА-neural circuit (K-winners-take-all) that can identify K largest among N variable in time sampled signals, where $1 \leq K < N$ is described. It is stated that in order to guarantee correct model functioning a dynamic shift of input signals should be changed much faster than input signals during transients. Corresponding computer simulation results are provided.

Key words: mathematical model, KWTА-neural circuit, sampled signal, dynamical shift, computer simulation.

1. Вступ

Як відомо, нейронні мережі типу “K-winners-take-all” (KWTА-мережі) здійснюють вибір K серед N елементів, де $1 \leq K < N$, з більшими значеннями активаційних функцій, ніж у решти N – K елементів. Коли K дорівнює одиниці, KWTА-мережа є мережею типу “Winner-takes-all” (WTА-мережею), яка може розрізняти нейрон з максимальною активацією [1–3]. Вибір K найбільших елементів з множини даних N дійсних чисел є ключовою задачею мереж прийняття рішень, розпізнавання образів, пов’язаних пам’ятей і конкуруючого навчання [4, 5]. Задачі такого типу природно зустрічаються під час розв’язання задач класифікації і застосовуються для розробки класифікаційних нейронних мереж, для розв’язання задач розпізнавання і класифікації зразків [6]. KWTА-мережі застосовуються в телекомунікаціях, особливо для керування пакетними перемикачами даних [7]. KWTА-механізми мають важливі застосування у машинному навчанні, зокрема, під час розв’язання задач класифікації k найближчих об’єктів, кластеризації k значень [8, 9]. KWTА мережі можна застосовувати для підвищення ефективності виробництва, у технічній і медичній діагностиці з використанням комп’ютерів, фінансах, відслідковуванні і отриманні інформації, отриманні і аналізі даних, прогнозуванні, навчанні, аналізі оглядів і анкет на різні теми [10].

2. Огляд літературних джерел

Існує низка нейронних мереж типу “K-winners-take-all”, які мають як свої переваги, так і обмеження. Так, наприклад, динамічна система з глобальною збіжністю до єдиних стабільних станів рівноваги пропонується в [11]. Нейромережева схемотехнічна реалізація системи містить N комірок,

представлених підсилювачами, глобальним зворотним зв'язком і щонайбільше $2N$ взаємозв'язками, де N – кількість входів. Конструюється і тестується числовими методами застосування мережі (так званий "К-селектор"), сигнали якого визначають K найбільших елементів множини вхідних сигналів. Для заданої щільності вхідних елементів отримуються можливі інтервали сепарації вихідних сигналів. Схема вимагає підсилювачів з великим коефіцієнтом підсилення, відповідного керуючого джерела, придатного масштабування вхідних даних і скидання вихідних сигналів.

KWTA-нейронні мережі обробки дискретизованих сигналів порівняно з аналоговими мережами є надійнішими і демонструють вищу точність обробки сигналів [12]. Проста і швидкісна мережа дискретного часу, яка не використовує концепцію взаємного затримання, призначена для знаходження K максимальних з множини N невідомих вхідних сигналів ($1 \leq K < N$) у разі великої кількості вхідних сигналів, описана в [13]. Мережа має одношарову структуру і визначає динамічний зсув вхідних сигналів для отримання необхідної кількості K переможців. Мережа має обмежений діапазон обробки сигналів, потребує постійного відновлення початкового динамічного зсуву до центра діапазону його зміни і не має властивості збереження впорядкованості сигналів.

Переважає більшість відомих KWTA-мереж мають обмежену роздільну здатність, відзначаються обчислювальною складністю, обмеженим діапазоном обробки сигналів, для повторного використання такі мережі вимагають прецизійного відновлення їх початкових станів. Відповідні енергетичні функції мереж містять багато локальних мінімумів і не мають глобального мінімуму. Тому вихідні сигнали мереж можуть прямувати до різних встановлених режимів, що перешкоджає їх застосуванню для обробки сигналів у реальному часі [1, 14–16].

Описано математичну модель KWTA-нейронної схеми, призначеної для обробки невідомих, змінних у часі дискретизованих сигналів. Модель відзначається простотою і здатністю до обробки сигналів будь-якого скінченного діапазону, вона має властивість збереження впорядкування сигналів. Наводяться результати комп'ютерного моделювання обробки змінних у часі дискретизованих сигналів.

3. Постановка задачі

Нехай задано N дійсних чисел від a_1 до a_N , $N > 1$, тобто a_1, a_2, \dots, a_N , як миттєвих значень вхідних сигналів і необхідно вибрати K найбільших з них, де $1 \leq K < N$ – ненегативне ціле. Припустимо, що задані числа розподілені у відомому діапазоні $a \in (A_{\min}, A_{\max})$. Прийmemo, що ці числа не рівні між собою (відрізняються між собою за значеннями) і впорядковані у спадаючому за величиною порядку так, що задовольняються нерівності

$$a_1 > a_2 > \dots > a_N, \quad (1)$$

де індекси $1, 2, \dots, N$ у загальному випадку можуть відрізнятися від оригінальних номерів входів, означаючи, що компоненти вектора $a = [a_1, \dots, a_N]$ – впорядковані. Побудуємо математичну модель нейронної схеми, яка обробляє вхідний вектор дискретизованих сигналів a так, що після скінченної кількості ітерацій отримуються вихідні сигнали схеми $b = [b_1, \dots, b_N]$, які задовольняють нерівності

$$b_i > 0, i \in 1, 2, \dots, K; b_j < 0, j \in K + 1, K + 2, \dots, N. \quad (2)$$

Нерівності (2) виражають KWTA-властивість, тобто, що саме вихідні сигнали від b_1 до b_K "виграють" конкуренцію і той факт, що тільки вони є позитивними компонентами вектора b свідчить про те, що вхідні сигнали від a_1 до a_K є K найбільшими компонентами вектора a .

4. Результати дослідження

4.1. Математична модель KWTA-нейронної схеми обробки дискретизованих сигналів

Виконаємо попередню обробку заданого вектора a вхідних сигналів, віднявши від усіх його компонентів значення A_{\min} і отримаємо додаткові сигнали

$$c_1 > c_2 > \dots > c_N, \quad (3)$$

де $c_n = a_n - A_{\min}$, $n = 1, 2, \dots, N$. Неважко побачити, що сигнали (3) перебувають у діапазоні $(0, A)$, де $A = A_{\max} - A_{\min} > 0$, тобто $c \in (0, A)$, де $c = [c_1, c_2, \dots, c_N]$. Оскільки вхідні сигнали (1) не рівні між собою і розподілені у відомому діапазоні, тому сигнали (3) також різні і обмежені в діапазоні $(0, A)$. Отже, для будь-яких $1 \leq K < N$ існують такі значення $x \in \mathfrak{X}$, які задовольняють нерівності

$$c_i > x, i \in 1, 2, \dots, K; c_j < x, j \in K + 1, K + 2, \dots, N. \quad (4)$$

Віднявши x від (4), одержимо

$$c_i - x > 0, i \in 1, 2, \dots, K; c_j - x < 0, j \in K + 1, K + 2, \dots, N. \quad (5)$$

Як можна побачити з (5), сигнали $c_n - x$, де $n = 1, 2, \dots, N$, мають КВТА-властивість. Тому такі сигнали можна використати, як вихідні сигнали моделі КВТА-нейронної схеми, тобто можна записати рівності

$$b_i = c_i - x, i \in 1, 2, \dots, K; b_j = c_j - x, j \in K + 1, K + 2, \dots, N. \quad (6)$$

Для побудови моделі КВТА-нейронної схеми необхідно розробити процедуру знаходження значення скалярного динамічного зсуву вхідних сигналів x , який задовольняє нерівність (4). Використаємо для цього вимогу, що такий зсув у встановленому режимі повинен перебувати у діапазоні $(0, A)$. Спроекуємо траєкторію дискретного часу $x^{(k)}$, де $k = 1, 2, \dots, m$ – кількість ітерацій до досягнення встановленого режиму, яка може перетнути весь діапазон $(0, A)$. Нехай така траєкторія буде розв'язком відповідного різницевого рівняння $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)})$ з початковою умовою $x^{(1)}$, де $\varphi(x^{(k)})$ – певна функція, яка повинна бути визначена. Припустимо, що у деякий момент дискретного часу $t^{(m)}$ змінна $x^{(k)}$ приймає у встановленому режимі значення $x^{(k)} = x^{(m)}$, яке задовольняє нерівність (4). Для зупинки обчислювального процесу у момент $t^{(m)}$ визначимо таку умову, яка керує кількістю переможців і переможених у кожній дискретній часовій точці протягом обчислювального процесу

$$R(x^{(k)}) = 2K - N - \sum_{n=1}^N \text{sgn}(b_n^{(k)}), \quad (7)$$

де $R(x^{(k)})$ – k -те дискретне значення нев'язки, $b_n^{(k)} = c_n - x^{(k)}$ – значення n -го вихідного сигналу моделі на k -й ітерації,

$$\text{sgn}(b_n^{(k)}) = \begin{cases} 1, & \text{if } b_n^{(k)} > 0; \\ 0, & \text{if } b_n^{(k)} = 0; \\ -1, & \text{if } b_n^{(k)} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

– сигнум – (жорсткообмежувальна) функція, $\sum_{n=1}^N \text{sgn}(b_n^{(k)})$ – різниця між дійсними кількостями переможців і переможених. Сигнум-функція виконує порівняння між k -м дискретним значенням n -го вихідного сигналу $b_n^{(k)}$ і нулем. Якщо $b_n^{(k)} > 0$, тоді n -на сигнум-функція забезпечує вихідний сигнал $\text{sgn}(b_n^{(k)}) = 1$, якщо $b_n^{(k)} = 0$, тоді вихідний сигнал n -ї сигнум-функції $\text{sgn}(b_n^{(k)}) = 0$, інакше $\text{sgn}(b_n^{(k)}) = -1$.

Визначатимемо динамічний зсув $x^{(k)}$ за допомогою такого рекурсивного алгоритму:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \Delta x^{(k)}, \quad (9)$$

де $\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha^k$, α – параметр, який гарантує збіжність алгоритму до КВТА-розв'язку; $0 \leq x^{(1)} \leq A$ – початкова умова; m – число ітерацій до досягнення збіжності пошуковим процесом встановленого режиму.

4.2. Обробка змінних у часі дискретизованих сигналів

Нехай вхідні сигнали c_n , $n = 1, 2, \dots, N$ вибираються випадково з певного розподілу. Тоді кількість ітерацій, необхідних для збіжності вихідних сигналів моделі КВТА-нейронної схеми b_n , $n = 1, 2, \dots, N$ до стійких станів може бути подана, як

$$m > \log_{\alpha} \frac{\mu_{K,N} - \mu_{K+1,N}}{A} \quad (10)$$

де $\mu_{K+1,N}$ і $\mu_{K,N}$ – значення математичних сподівань c_{K+1} і c_K відповідно вхідних сигналів, вибраних з певного розподілу [13, 17]. Вищенаведені результати є справедливими для множин постійних у часі вхідних сигналів (1), якщо період їх повторення $T = m\tau$, де $\tau = t^{(k+1)} - t^{(k)}$ – період дискретизації. Однак модель, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6), може бути узагальнена для застосування у випадку змінних у часі вхідних сигналів $a_n(t^{(k)}) = a_n^{(k)}$, $n = 1, 2, \dots, N$. У цьому випадку повинна задовольнятися умова

$$\left| a_n^{(k+1)} - a_n^{(k)} \right| \ll \left| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right| \quad (11)$$

для кожного $k = 1, 2, \dots, m$ і зміна зсуву $\Delta x^{(k)}$ рівняння (9) повинна визначатись з рівності

$$\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha^{(k)}, \quad \alpha^{(k+1)} = \begin{cases} \alpha^{(k)}\alpha^{(1)}, & \text{if } R(x^{(k)}) \neq 0; \\ \alpha^{(1)}, & \text{if } R(x^{(k)}) = 0. \end{cases} \quad \text{Це означає, що нерівність}$$

$\left| a_n^{(k+1)} - a_n^{(k)} \right| \ll \alpha^{m-1} - \alpha^m$ повинна задовольнятися для кожного $0 < \alpha < 1$, $k = 1, 2, \dots, m$,

$n = 1, 2, \dots, N$. Енергетична функція $\left| R(x^{(k)}) \right|$, де $k = 1, 2, \dots, m$, буде монотонно спадаючою до нуля

функцією дискретного часу для кожних $0 < \alpha < 1$ і $0 \leq x^{(1)} \leq A$. Інакше кажучи, у цьому випадку динамічний зсув $x^{(k)}$ повинен змінюватись значно швидше ніж вхідні сигнали протягом перехідних процесів. Тоді модель, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6), функціонуватиме коректно, як модель КВТА-нейронної схеми у випадку змінних у часі дискретизованих сигналів. Комп'ютерне моделювання функціонування моделі, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6) у випадку змінних у часі вхідних сигналів представлено у наступному розділі.

4.3. Результати комп'ютерного моделювання

Для ілюстрації теоретичних результатів, представлених у статті, розглянемо приклад з відповідним комп'ютерним моделюванням, яке демонструє обробку сигналів описаною моделлю КВТА-нейронної схеми.

Приклад. Задамо множину, що містить три дискретизовані вхідні сигнали синусоїдальної форми з такими дискретними значеннями: $a_i^{(k)} = 1.2 \sin[2\pi(0.001k + 2(i-1))]$ ($i = 1, 2, 3$, i.e. $N = 3$). Такі вхідні сигнали є змінними у часі і відповідна КВТА-задача є також нестационарною. На рис. 1 проілюстровано динаміку цих вхідних сигналів, зсуву $x^{(k)}$ і відповідних вихідних сигналів моделі, що описується різницеvim рівнянням (9) і рівностями (6) при $K=2$, $A_{\min} = -1.2$, $A = 2.4$, $\alpha^{(1)} = 0.7$ і $x^{(1)} = 0$. Згідно з рис. 1, зсув $x^{(k)}$ характеризується двома ітераційними (або пошуковими) процесами, тривалість яких є меншою, ніж період коливачь вхідних сигналів. Обмеження (11) задовольняються для кожного $k = k_j, k_j + 1, \dots, k_j + m_j$, де $j = 1, 2$ – номер ітераційного процесу. Два максимальні вхідні сигнали ідентифікуються у кожній дискретній часовій точці $k \neq k_j, k_j + 1, \dots, k_j + m_j$.

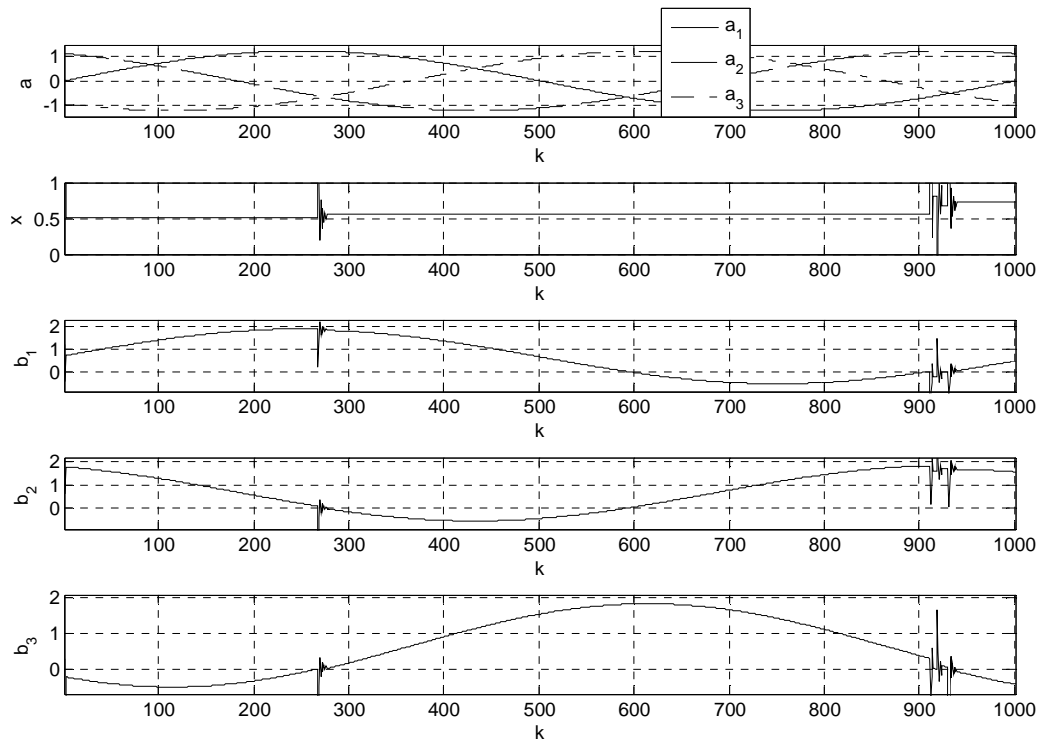


Рис. 1. Графіки вхідних сигналів і відповідних вихідних сигналів KWTAN-нейронної схеми при $\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha$, де $\alpha = 0.7$

Динаміка заданих трьох вхідних сигналів, зсуву $x^{(k)}$ і відповідних вихідних сигналів часткового випадку моделі, що описується різницевим рівнянням (9) і рівностями (6), а саме при $\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha$, $\alpha = 0.1$, наведена на рис. 2. Як можна побачити, траєкторія зсуву $x^{(k)}$ має частину з перехідним процесом в околі дискретної часової точки $k = 9000$ і три частини з так званним феноменом “вібрації” з тривалістю, меншою від періоду коливань вхідних сигналів.

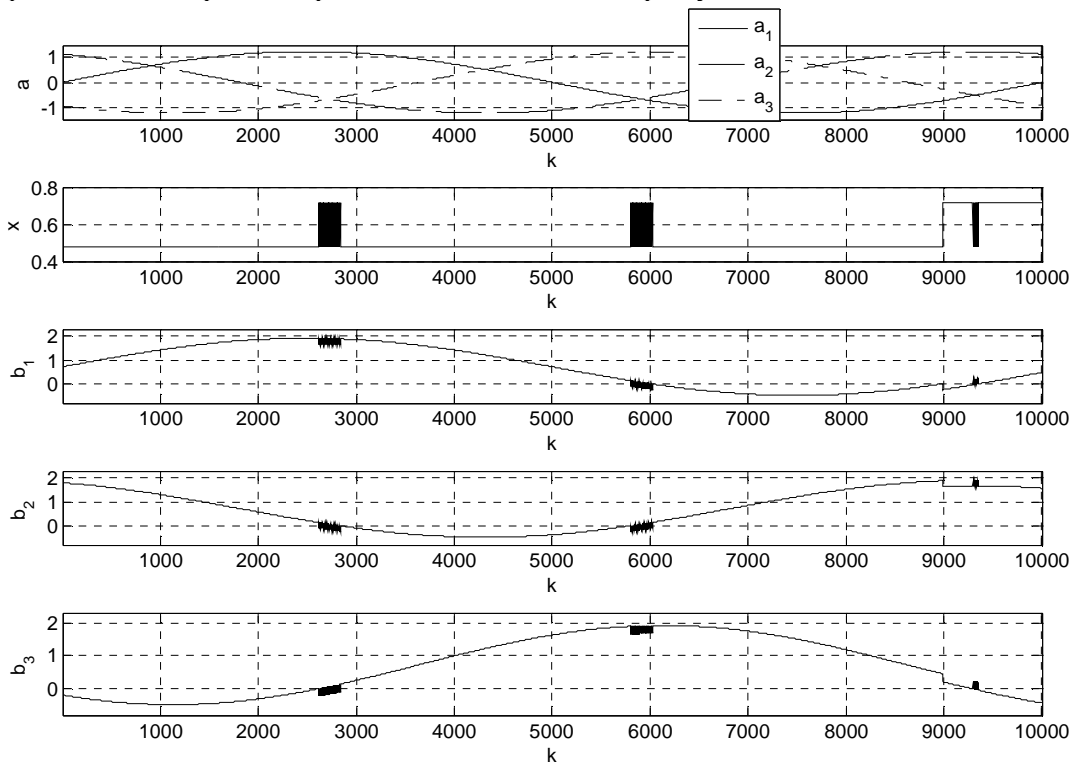


Рис. 2. Результати моделювання KWTAN-нейронної схеми при $\Delta x^{(k)} = \text{sgn}(R(x^{(k)}))\alpha$, де $\alpha = 0.1$

У дискретних часових точках траєкторії $x^{(k)}$, у яких порушується умова $|\Delta x^{(k)}| = |x^{(k+1)} - x^{(k)}| < a_k - a_{k+1}$ у кожній часовій точці $k = k_1, k_1 + 1, \dots, k_1 + m_1$ існує вібрація зсуву $x^{(k)}$, де $l=1,2,3,4$ – кількість ітераційних або вібраційних процесів. Як можна побачити, і в цьому випадку два найбільших вхідних сигнали визначаються у кожній дискретній часовій точці $k \neq k_1, k_1 + 1, \dots, k_1 + m_1$.

Отже, результати моделювання показують, що описана модель КWТА-нейронної схеми придатна для ефективного визначення найбільших серед змінних у часі дискретизованих сигналів. Інакше кажучи, результати моделювання демонструють добру відповідність теоретичному прогнозу.

5. Висновки

Описано математичну модель нейронної схеми типу “K-winners-take-all”, призначеної для обробки змінних дискретизованих сигналів. Модель, що функціонує на основі динамічного зсування вхідних сигналів, придатна для обробки будь-яких нерівних між собою сигналів із скінченними значеннями і має властивість збереження впорядкування сигналів. На відміну від аналогів модель є простою, придатною для обробки будь-яких нерівних між собою сигналів із скінченними значеннями, незалежною від початкових значень сигналів. Модель можна рекомендувати до використання за необхідності проектування простих КWТА-нейронних схем обробки змінних дискретизованих сигналів з високими роздільною здатністю і швидкістю обробки сигналів широкого діапазону, незалежністю від початкових значень сигналів, властивістю збереження впорядкування сигналів.

1. Lippmann R. P., Gold B. and Malpass M.L. A comparison of Hamming and Hopfield neural nets for pattern classification, MIT Lincoln Laboratory Technical report TR-769 (1987) 1–37. 2. Tymoshchuk P. and Kaszkurewicz E. A Winner-take-all circuit based on second order Hopfield neural networks as building blocks, in: Proc. Int. Joint Conf. on Neural Networks, Vol. II (2003) 891–896. 3. Tymoshchuk P. and Kaszkurewicz E. A winner-take-all circuit using neural networks as building blocks, Neurocomputing 64 (2005) 375–396. 4. Urahama K. and Nagao T. K-Winner-take-all circuit with $O(n)$ complexity, IEEE Trans. on Neural Networks 6 (1995) 776–778. 5. Yen J. C., Guo J. I. and Chen H.-C. A new k-Winners-take all neural network and its array architecture, IEEE Trans. on Neural Networks 9 (1998) 901–912. 6. Kwon T. M. and Zervakis M. A parallel sorting network without comparators: A neural-network approach, in: Proc. Int. Joint Conf. on Neural Networks, Vol. 1 (1992) 701–706. 7. Bihn L. N. and Chong, H. C. A neural-network contention controller for packet switching networks, IEEE Trans. on Neural Networks 6 (1995) 1402–1410. 8. Hu X. and Wang J. An improved dual neural network for solving a class of quadratic programming problems and its k-winners-take-all application, IEEE Trans. on Neural Networks, 19 (2008) 2022–2031. 9. Liu S. and Wang J. A simplified dual neural network for quadratic programming with its KWTa application, IEEE Trans. on Neural Networks, 17 (2006) 1500–1510. 10. D. Graupe, Principles of Artificial Neural Networks (2nd Edition), World Scientific Publishing Co., Singapore and River Edge, N.J., 2007. 11. Marinov C. A. and Hopfield J. J. Stable computational dynamics for a class of circuits with $O(N)$ interconnections capable of KWTa and rank extractions, IEEE Trans. on Cir. and Syst. I: Fundamental Theory and Applications 52 (2005) 949–959. 12. Cichocki A. and Unbehauen R. Neural Networks for Optimization and Signal Processing (New York: John Wiley and Sons, 1993). 13. Yang J. F. and Chen C. M. A Dynamic K-Winners-Take-All Neural Network, IEEE Trans. on Syst., Man and Cyb. 27 (1997) 523–526. 14. Marinov C. A. and Calvert B. D. Performance analysis for a K-winners-take-all analog neural network: basic theory, IEEE Trans. on Neural Networks 14 (2003) 766–780. 15. Wolfe W. J., Mathis D., Anderson C., Rothman J., Gotler M., Bragy G., Walker R., Duane G. and Alagband G. K-Winner networks, IEEE Trans. on Neural Networks 2 (1991) 310–315. 16. Yen J. C., Guo J. I. and Chen H.-C. A new k-Winners-take all neural network and its array architecture, IEEE Trans. on Neural Networks 9 (1998) 901–912. 17. David H.A. Order Statistics, 2nd ed. (New York: Wiley, 1980).