ББК 26.1
Г35
УДК 528

Геодезия, картография и аэрофотосъемка. вып. 41. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. Львов: Вища шк. Изд-во при Львов. ун-те, 1985. — 152 с.

В сборнике публикуются статьи, в которых освещаются новые результаты в развитии теории и методов геодезической астрономии, теории фигуры Земли и планет, высокоточного нивелирования, уравнительных вычислений триангуляции и трилатерации, а также исследования в области изучения земной и астрономической рефракции, современных движений земной коры, геодезии и инженерной геодезии, картографии, фотограмметрии и аэрофотогеодезии.

Для преподавателей, научных работников институтов, аспирантов и студентов геодезического профиля, а также работников геодезических и картографических учреждений.

Библиогр. списки в конце статей.

Адрес редакционной коллегии:
290646, г. Львов-13, ул. Мира, 12.

Львовский ордена Ленина политехнический институт
им. Ленинского комсомола,
геодезический факультет, тел. 79-78-32

Редакция научно-технической литературы
Зав. редакцией М. П. Парцей

Г $\frac{1902020000-004}{М225(04)-85}$ 530—85

УДК 528.930

А. В. БУТКЕВИЧ

ПЕРЕХОД ОТ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ К ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ БЕЗ ПРИБЛИЖЕНИЙ

В последнее время в связи с развитием спутниковой геодезии было предложено несколько способов перехода от пространственных прямоугольных координат X, Y, Z к геодезическим B, L, H.

В отличие от простых формул для прямого перехода [1, 4, 5] формулы для обратного перехода основаны на последовательных приближениях [1, 5] или на введении дифференциальных поправок [2, 3], либо на обращении рядов [4, 7, 9].

В настоящей работе мы путем улучшения формул болгарского геодезиста К. Павлова получили более простые формулы, практически не требующие приближений.

Из формул Ф. А. Слудского для прямого перехода от B, L, H к X, Y, Z

$$X = (N + H)\cos B \cos L; \quad (1) \qquad Y = (N + H)\cos B \sin L; \quad (2)$$

$$Z = [N(1 - e^2) + H]\sin B \quad (3)$$

следует

$$\operatorname{tg} L = Y : X; \quad (4) \qquad D = \sqrt{X^2 + Y^2} = X \sec L = Y \operatorname{cosec} L. \quad (5)$$

Формулы К. Павлова имеют вид [8]

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{e'^2 b}{b + HV}\right) = \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{e'^2}{1 + \frac{HV}{a\sqrt{1-e^2}}}\right), \quad (6)$$

где для значения H он использует приближенные формулы С. П. Николаева [6]

$$H = (\bar{a} - a)\,W; \quad (7)$$

$$\bar{a} = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2(1 - e'^2)} = a + \Delta a. \quad (8)$$

Здесь $\bar{a}$ — большая полуось «воздушного эллипсоида», т. е. эллипсоида, проходящего через точку с координатами X, Y, Z и имеющего такое же сжатие и ориентировку, как референц-эллипсоид.

В более точной формуле К. Павлов использует выражение *

$$H = \Delta a W\left(1 - \frac{\Delta a e^2 e'^2 \sin^2 2B}{8a}\right) = \Delta a W - \frac{\Delta a^2 e^2 e'^2 \sin 2BW}{8a}. \quad (9)$$

После подстановки в (6) значения $H = \Delta a W$ получаем

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{e'^2}{1 + \frac{\Delta a W V}{a\sqrt{1-e^2}}}\right) = \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{e'^2}{1 + \frac{\Delta a V^2}{a}}\right). \quad (10)$$

или приближенно —

$$\operatorname{tg} B^0 \simeq \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{e'^2 a}{a + \Delta a}\right) \simeq \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{e'^2 a}{\bar{a}}\right). \quad (11)$$

Если формула (1) приближения К. Лапинга [5]

$$\operatorname{tg} B^0 = \frac{Z(1 + e'^2)}{D}, \quad (12)$$

дает погрешность с плюсом в несколько десятков секунд, то формула К. Павлова (11) дает погрешность с плюсом около 1—2″. Докажем это.

Взяв разность формул (11) и (10), получим

$$\frac{\sin(B^0 B)}{\cos B^0 \cos B} = \frac{Z e'^2\, a \Delta a \eta^2}{D a \bar{a}} \simeq \frac{\sin B^0 \cos B^0 e'^4\, a \Delta a}{\cos B \bar{a}^2},$$

или

$$(B^0 - B'') \leqslant \frac{\sin B \cos^3 B e'^4\, a \Delta a \rho''}{\bar{a}^2} \simeq \frac{3{,}0''\, a \Delta a}{\cos B \bar{a}^2}. \quad (13)$$

При $\Delta a \simeq H \leqslant 1000$ км ошибка в (11) меньше 0,5″, а при $H \leqslant$ 2000 км — меньше 1″.

Отметим, что однажды при исследовании (11) мы вместо $\lg e'^2$ ошибочно использовали при вычислениях значение $\lg e^2$. В этом случае ошибка приближенной широты получилась —2,09″, тогда как с использованием $\lg e'^2$ она была +2,01″. Возникла мысль, если использовать в вычислениях $\lg ee'$ (взять цель «в вилку»), то ошибка широты B^0 будет значительно меньше. Такое предположение подтвердилось при логарифмических вычислениях.

Объяснить преимущества логарифмической формулы можно следующим образом. Формулу (11) нетрудно привести к виду

$$\operatorname{tg} B^0 = \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{ee'\sqrt{1 + e'^2 a}}{\bar{a}}\right) = \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{ee' a\left(1 + \frac{e'^2}{2}\right)}{\bar{a}}\right). \quad (14)$$

* Заметим, что у С. П. Николаева [6] эта формула дана в более строгом виде с поправкой $-\frac{\Delta a e^2 e'^2 \sin^2 2B}{8\bar{a}}$. (9′).

Логарифмирование (14) дает

$$\lg \operatorname{tg} B = \lg \frac{Z}{D} + \frac{\mu e e' a}{\bar{a}} + \frac{\mu e e'^3 a}{2\bar{a}} - \frac{\mu e^2 e'^2 a^2}{2\bar{a}^2} + \cdots \quad (15)$$

Как видно, здесь члены порядка μe^4 практически при $a \approx \bar{a}$ компенсируются и погрешность выражается лишь членами порядка μe^6.

Займемся уточнением (11), для чего приведем к явному виду (10). Нам нужно уточнить коэффициент при $e'^2 = 0{,}0067385$, чтобы обеспечить семизначные вычисления. Это значит, что поправочный член достаточно определять с относительной погрешностью 1 : 1 000 000. С такой же точностью надо определить и $V^2 = 1 + e'^2 \cos^2 B$. Определим допустимую погрешность широты B^0 при вычислении V^2:

$$dV^2 = -\frac{e'^2\, 2 \sin B \cos B dB''}{\rho''} < 1 \cdot 10^{-5}. \quad (16)$$

Отсюда

$$dB'' \leqslant \frac{2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 150}{10^5 \sin 2B} \simeq 309'' \simeq 5'. \quad (17)$$

А такую точность вполне обеспечивает формула К. Лапинга (12).

Если $V_0^2 = 1 + e'^2 \cos^2 B^0 = 1 + \frac{e'^2}{\sec^2 B^0}$, или

$$V_0^2 = 1 + \frac{e'^2}{1 + \operatorname{tg}^2 B^0} = 1 + \frac{e'^2}{1 + \frac{Z^2(1 + e'^2)^2}{D^2}}, \quad (18)$$

то

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z}{D}\left(1 + \frac{e'^2}{1 + \frac{\Delta a V_0^2}{a}}\right). \quad (19)$$

В учете члена δH (9) при вычислении широты нет необходимости. Что касается поправочных членов к (9), то они приведены ниже (высота H, км):

$B°$	500	1000	1500	2000	2500	3000
15; 75	0,0	0,0	0,3	0,5	0,8	1,0
30; 60	0,1	0,4	1,0	1,6	2,4	3,2
45; 45	0,2	0,6	1,3	2,1	3,1	4,3

Дальнейшее вычисление H несложно. Поправки δH (9) < 0.

Вычислим широту по (19):

$(Z/D)^2$	2,4042	$e'^2/1+P)$	0,001 9608	$Q = e'^2 a(a + \Delta a V_0^2)$	0,006 5291
$(1+e'^2)^2$	1,0135	V_0^2	1,001 9608	$Q(Z/D)$	101 235
$P = (Z/D)^2 \times$ $\times(1+e'^2)^2$	2,4366	$e'^2 a$	42 980	Z/D	1,550 5304
$1+P$	3,4366	$\Delta a\ V_0^2$	204 610	$\operatorname{tg} B$	1,560 6539
Δa	204 210	a	6 378 245	B	57°20′59,98″
e'^2	0,006 7385	$a + \Delta a V_0^2$	6 582 855	δB	—0,02″

Таким образом, если нужно получить широту с точностью до 0,03...0,05″, следует применять в логарифмическом виде (11) или (15) с lg ee'. Нелогарифмическая формула (11) дает ошибку $<0{,}5''$ при $H<1000$ км и $<1''$ при $H<2000$ км. Если требуется точность 0,01″, то следует применять нелогарифмическую формулу (19). Высоту H при этом желательно вычислять по формуле (9), учитывая в случае необходимости поправку δH, или по формуле

$$H = Z \operatorname{cosec} B - N(1-e^2). \tag{20}$$

Список литературы: 1. *Андреев М.* Преобразование прямоугольных пространственных координат в геодезические. — Геодезия и картография, 1966, № 9. 2. *Буткевич А. В., Радьо Т. В.* О переходе от пространственных прямоугольных координат к геодезическим без приближений. — Геодезия и картография, 1982, № 5. 3. *Буткевич А. В.* О переходе от пространственных координат к геодезическим. — Геодезия и картография, 1967, № 6. 4. *Изотов А. А.* Преобразование пространственных прямоугольных координат в геодезические. — Геодезия и картография, 1969, № 5. 5. *Лапинг К. А.* Вычисление координат и высот точек по измеренным азимутам нормальных сечений и углам наклона на двух исходных пунктах. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1962, вып. 1. 6. *Николаев С. П.* Связь между различными системами геодезических координат. — Вест. ВИКА, 1961, № 174. 7. *Пенев П.* Трансформация прямоугольных пространственных координат в геодезические с применением замкнутых формул. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1980, вып. 3. 8. *Павлов К.* Две неитеративни формули за определяне на географската широчина В. — Известия на главного управление по геодезия и картография, 1977, № 1. 9. *Bowring B. K.* Transformation from spatial to geographical coordinates. — Surv. Rev., 1976, v. 23, № 181.

Статья поступила в редколлегию 11. 05. 83

УДК 528.5

К. С. ГЮНАШЯН, В. В. ИЛЯСОВ

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ СВЧ СВЕТОДАЛЬНОМЕРОВ ДВСД-1200

Разработанные в Ереванском политехническом институте светодальномеры ВСД-600 и ДВСД-1200 построены по компенсационной схеме с внешней модуляцией оптического излучения с использованием кристаллических модуляторов [2, 3].

Светодальномеры должны обеспечивать выполнение линейных измерений с необходимой точностью. Поэтому расчетное обоснование точности — основное требование к ним, хотя немаловажное значение имеют условия эксплуатации, масса, габариты, способы работы с прибором.

Особо важен тщательный анализ источников ошибок при прецизионном измерении, когда абсолютную ошибку можно оценивать долями миллиметра. Ранее не учитываемые в топографических и других дальномерах ошибки могут быть решающими в высокоточном светодальномере.

Анализ источников ошибок светодальномера ДВСД-1200 можно выполнить на основе рабочей формулы для вычисления расстояния, отражающей физические принципы, на которых базируется построение прибора, а также исходя из его конструктивных особенностей [3]. Так, для расстояний до 1 км, в пределах которых ошибки определения метеопараметров и их представительства составляют $\Delta T = 0{,}5$ К, $\Delta P = 1{,}3$ ГПа, $\Delta e = 1{,}3$ ГПа, и полагая, что стабильность масштабной частоты СВЧ-генератора не превышает $5 \cdot 10^{-7}$, квадрат средней квадратической ошибки измеренного расстояния представим в виде

$$m_S^2 = S^2 (1 \cdot 10^{-6})^2 + m_\Delta^2 + m_\text{ц}^2 + m_\text{к}^2 + m_\text{ст}^2, \tag{1}$$

где первый член отражает совместное влияние ошибок измерения метеопараметров и их представительства, ошибок масштабной частоты и скорости света и зависит от длины измеряемой линии S. Среднюю квадратическую ошибку домера фазы (m_Δ) можно рассчитать теоретически, но проще и надежнее определить экспериментально путем исключения или ограничения влияния других факторов. Для ДВСД-1200 при частоте модуляции 1200 МГц и напряжении на кристалле, равном половине критического, ошибка составляет $3\text{—}4 \cdot 10^{-7} \lambda_m$, или около 0,10 мм, где λ_m — длина волны модуляции. Средняя квадратическая ошибка центрирования отражателя и приемопередатчика ($m_\text{ц}$) при использовании шаровых центрирующих устройств равна 0,02 мм. В случае определения постоянной поправки прибора из измерения светодальномером длин эталонных базисов ошибка определения постоянной ($m_\text{к}$) будет зависеть как от перечисленных выше ошибок, так и от длины ошибки, с которой известны значения этих базисов. Так, если длина эталонных базисов 50 м, относительная ошибка которых $1 \cdot 10^{-6}$, то средняя квадратическая ошибка постоянной поправки 0,16 мм, т. е. наибольшая из перечисленных ранее. Для оценки ошибки нестабильности постоянной поправки ($m_\text{ст}$) следует отметить, что наиболее существенной ее частью является изменение линейных размеров несущих частей оснований приемопередатчика и отражателя под влиянием температуры. Зная материал, из которого изготовлены основания приемопередатчика и отражателя, учитывая отклонение температуры от принятого значения при определении постоянной поправки ± 15 °С, нетрудно получить $m_\text{ст} = 0{,}10$ мм.

Ожидаемую суммарную среднюю квадратическую ошибку измерения расстояния светодальномером ДВСД-1200 можно представить в виде корреляционной зависимости ошибки от длины линии

$$m_S = [0{,}04 + (0{,}9 \cdot 10^{-6} \cdot S)]^{1/2}. \tag{2}$$

С некоторым приближением (2) можно представить в виде линейного уравнения регрессии $m_S = (0{,}20 + 1 \cdot 10^{-6} S)$ мм.

В процессе лабораторных и полевых испытаний светодальномера ДВСД-1200 основное внимание уделяли исследованию характера и закономерности накопления фазовых ошибок, ошибки постоянной поправки и абсолютной ошибки измерения расстояния.