

3. Незначимость коэффициента корреляции для Криворожского разлома подтверждает ненадежность исходных данных о поле СВДЭК в этом районе.

4. Отрицательный знак коэффициента корреляции для I региона отражает известный факт несоответствия в пределах Фенноскандии с контурами и интенсивностью ее послегледникового и современного поднятия. Малая абсолютная величина коэффициента корреляции объясняется присутствием в I регионе территории, лежащей к югу от Фенноскандии, что привело к «размазыванию» коэффициента корреляции.

Необходимо отметить, что полученные по всем регионам относительно малые абсолютные значения коэффициентов корреляции объясняются тем фактом, что исходной информацией для взаимного корреляционного анализа двух полей являлись усредненные по одноградусным трапециям значения Δg и V . Вполне естественно по поэтому, что на значенных коэффициент корреляции сказались эффект сглаживания.

Список литературы: 1. Засуляк П. М., Зингер В. Е., Киричук В. В. Некоторые вопросы статистической интерпретации аномального гравитационного поля Земли. — В кн.: Изучение Земли как планеты методами астрономии, геофизики и геологии. К., 1982. 2. Засуляк П. М., Зингер В. Е., Киричук В. В., Мещеряков Г. А. Поле дисперсий аномальной силы тяжести Земли и геологические структуры материков. — Геология, картография и аэрофотосъемка, 1982, вып. 36. 3. Засуляк П. М., Зингер В. Е., Киричук В. В., Мещеряков Г. А. Поле дисперсий аномальной силы тяжести Земли и структуры океанического дна. — Геология, картография и аэрофотосъемка, 1983, вып. 37. 4. Засуляк П. М., Зингер В. Е., Киричук В. В., Мещеряков Г. А. Поле дисперсий аномальной силы тяжести Земли и теория глобальной тектоники. — Геология, картография и аэрофотосъемка, 1983, вып. 37. 5. Киричук В. В., Скрябин В. Д. О нестационарности поля скоростей современных вертикальных движений земной коры. — Геология, картография и аэрофотосъемка, 1980, вып. 31.

Статья поступила в редколлегию 4. 01. 84

УДК 528.28

В. А. КОВАЛЕНКО, М. П. КУЛИНИЦ

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОЛОЖЕНИЯ ЗВЕЗДЫ НА АСТРОНЕГАТИВЕ

Для определения времени, широты и азимута астрономически-ми методами необходимо в фиксированный момент времени иметь горизонтные и экваториальные координаты небесного светила. Если наблюдения проводятся фотографическим методом [1], то на фотопленке получают изображение неподвижной сетки нитей и прерывистого следа звезды. Время экспозиции регистрируется с помощью хронографа или хронорегистратора [3].

Измерив на стереокомпараторе или другим приборе прямые угловые координаты точек следа и точки O пересечения верти-

кальной и горизонтальной нитей, находят их разности и получают координаты x и y точек следа звезды в системе измерительного прибора, начало которой совмещено с точкой O .

Дальнейшая обработка негатива заключается в приведении всех моментов экспозиций к одной точке негатива, положение которой можно определить в горизонтальной и экваториальной системах сферических координат различными способами. Один из

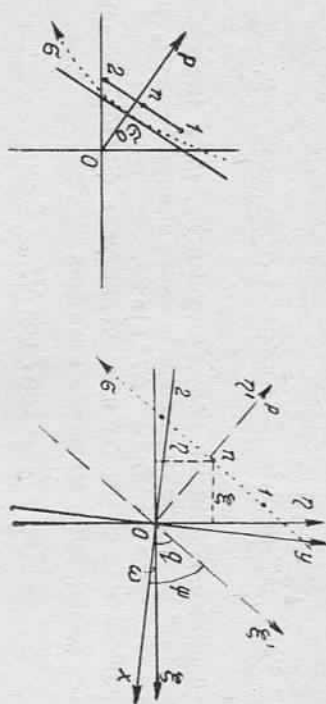


Рис. 1. Схема негатива.

Рис. 2. Взаимное расположение координатных систем.

них описан в [2]. В этом способе моменты экспозиций приводятся к кругу склонений звезды O_0 (рис. 1), определяется расстояние O_0 и склонение точки O , горизонтные координаты которой считаются известными. Таким образом, рассмотренный способ предполагает редуцирование экваториальных координат к точке с известными горизонтными координатами.

В ряде случаев более удобен прием редуцирования горизонтных координат точки O к положению звезды в экваториальных координатах. Рассмотрим его подробнее.

В качестве исходных данных, как и в первом способе, принимаем координаты x_i, y_i опорных точек 1, 2 и соответствующие им моменты времени T_1 и T_2 . Опорные точки определяем следующим образом:

найдем визуальную ближайшую к кругу склонений O_0 точку следа и принимаем ее за точку симметрии;

по обе стороны от точки симметрии выбираем одно и то же число точек следа (четыре—шесть);

вычисляем среднее арифметическое из моментов наблюдений и измеренных координат первой половины точек следа, включая точку симметрии, и получаем T_1, x_1, y_1 ;

для второй половины следа звезды так же находим T_2, x_2, y_2 . Экваториальные координаты обеих опорных точек будут иметь значения $\alpha = \alpha_n$ и $\delta = \delta_n + \epsilon$, где α_n, δ_n — видимые координаты

звезды в средний момент ее наблюдения; $\epsilon = \frac{15^2(T_2 - T_1)^2}{32\rho''} \sin 2\theta$ —

поправка, учитывающая кривизну суточной параллели при объ-

динении в среднее арифметическое прямоугольных координат точек измеряемого отрезка этой параллели.

Далее следуют вычисления, выполнить которые рекомендуется в такой последовательности.

1. Найдем

$$T_n = \frac{1}{2}(T_2 + T_1), \quad \Delta T = T_2 - T_1, \quad x_n = \frac{1}{2}(x_2 + x_1),$$

$$y_n = \frac{1}{2}(y_2 + y_1), \quad \Delta x = x_2 - x_1, \quad \Delta y = y_2 - y_1.$$

Точка n с прямоугольными координатами x_n , y_n и моментом наблюдения T_n имеет экваториальные координаты $\alpha_n = \alpha_n$ и $\delta_n = \delta_n + \Delta\delta$, где $\Delta\delta = 3z = 1,02 \cdot 10^{-4} \Delta T^2 \sin 2\delta$.

2. Вычисляем $\operatorname{tg} \psi = \Delta y / \Delta x$ и значение угла ψ . Определяем расстояние $L = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ и масштаб M негатива

$$M'' = 15\Delta T \cos \delta / L.$$

3. Пользуясь формулой $\sin q = \cos \varphi \sin t / \sin z$, где φ — широта; t — часовой угол; z — зенитное расстояние, находим параллактический угол q и разность $\omega = \psi - q$.

4. Выбираем горизонтальную систему прямоугольных координат $O\xi\eta$, совмещая ось $O\eta$ с направлением отсечной линии (рис. 2). Поворотом осей системы Oxy на угол ω получаем горизонтальные координаты ξ_n , η_n точки n :

$$\xi_n = x_n \cos \omega + y_n \sin \omega, \quad \eta_n = -x_n \sin \omega + y_n \cos \omega. \quad (1)$$

5. Вычисляем координаты точки n в угловой мере $\Delta A'' = M \cdot \xi_n$, $\Delta z'' = M \cdot \eta_n$, а затем азимут и зенитное расстояние $A_n = A_0 + \Delta A$, $z_n = z_0 + \Delta z$, где A_0 и z_0 — координаты точки O .

6. Имея T_n , α_n , δ_n , A_n или z_n , определяем широту, долготу и азимут направления известными в геодезической астрономии приемами.

При обработке наблюдений звезд пар Цингера, Певцова и в других случаях может возникнуть необходимость вычисления моментов прохождения звезд через вертикал и альмукантарат точки O .

Для этого вычисляем горизонтальные координаты ξ_i и η_i опорных точек 1 и 2, применив (1). Определим скорости изменения этих координат, а затем и моменты прохождения светила через вертикал и альмукантарат точки O : $V_\xi = (\xi_2 - \xi_1) / \Delta T$, $V_\eta = (\eta_2 - \eta_1) / \Delta T$, $T_A = T_n - \Delta T_A$, $T_z = T_n - \Delta T_z$. Здесь $\Delta T_A = \xi_n / V_\xi$; $\Delta T_z = \eta_n / V_\eta$.

Формулы для вычисления релакции ΔA , Δz , ΔT_A , ΔT_z можно представить в другом, упрощенном виде. Воспользовавшись (1) для вычисления ξ_n и η_n , принимая во внимание, что $\omega = \psi - q$,

$$\text{и учитывая, что } \cos \psi = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}, \quad \sin \psi = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}},$$

получаем

$$\Delta A'' = 15 (T_2 - T_1)^2 \cos \delta (-a_n \cos q + b_n \sin q), \quad (2)$$

$$\Delta z'' = -15 (T_2 - T_1)^2 \cos \delta (a_n \sin q + b_n \cos q). \quad (3)$$

Здесь

$$a_n = \frac{x_n \cdot \Delta x + y_n \cdot \Delta y}{\Delta x^2 + \Delta y^2}; \quad b_n = \frac{x_n \cdot \Delta y - y_n \cdot \Delta x}{\Delta x^2 + \Delta y^2}. \quad (4)$$

Далее записываем $\Delta T_A = \frac{\xi_n}{\xi_2 - \xi_1} (T_2 - T_1)$. С помощью (2) находим

$$\frac{\xi_n}{\xi_2 - \xi_1} = \frac{-a_n \cos q + b_n \sin q}{-a_2 \cos q + b_2 \sin q + a_1 \cos q - b_1 \sin q},$$

где a_1 , a_2 , b_1 , b_2 получаем по (4), заменив индекс n индексами 1 и 2.

Нетрудно показать, что $a_1 - a_2 = 1$, $b_2 = b_1$.

Поэтому

$$\Delta T_A = (-a_n + b_n \operatorname{tg} q) (T_2 - T_1). \quad (5)$$

Подобным образом

$$\Delta T_z = -(a_n + b_n \operatorname{ctg} q) (T_2 - T_1). \quad (6)$$

Исходя из (2), (3), (5), (6), устанавливаем зависимость определяемых значений от погрешностей измерения негатива. Функциями непосредственно измеренных величин являются коэффициенты a_n и b_n . Определим средние квадратические погрешности этих функций. Логарифмируя, а затем дифференцируя (4) и переходя к средним квадратическим погрешностям, имеем

$$m_a^2 = \frac{m_\xi^2}{(\Delta x^2 + \Delta y^2)^2} [x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 + 8\delta^2 (\Delta x^2 + \Delta y^2)],$$

$$m_b^2 = \frac{m_\eta^2}{(\Delta x^2 + \Delta y^2)^2} [x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2 + 8\delta^2 (\Delta x^2 + \Delta y^2)]. \quad (7)$$

Здесь m_ξ — средняя квадратическая погрешность определения одной из координат точек 1 или 2, получаемой как среднее арифметическое четырех—шести ее значений. Установлено, что координаты точек следа определяются с погрешностью $m = 0,012$ мм.

Тогда $m_a = m / \sqrt{5} \approx 0,005$ мм. Имея m_a и m_b , можно судить о точности определяемых по негативу значений. Например, $m_{\Delta T_z} = (m_a^2 + m_b^2 \operatorname{ctg}^2 q) (T_2 - T_1)^2$.

Ввиду симметрии точек 1 и 2 относительно круга склонений $O\alpha_0$, являющегося осью ординат экваториальной системы (см. рис. 1), коэффициент a_n будет не более 0,05.

Если след звезды близок к точке O , то и коэффициент b_n будет мал (около 0,1). Поэтому во многих случаях $m_a = m_b = m_n$.

Следовательно,

$$m_{\Delta T z} = \frac{m_N}{\sin q} (T_2 - T_1),$$

$$m_{\Delta T A} = \frac{m_N}{\cos q} (T_2 - T_1). \quad (8)$$

Формулы (8) можно применить для оценки момента прохождения звезд через вертикаль и альмикантарат точки O при фотографическом методе наблюдений.

Для конкретного случая наблюдений пар Цингера $m_N = 0,0006$. Для среднего значения угла $q = 45^\circ$ $m_{\Delta T z} = m_{\Delta T A} \approx 0,02^*$. Т. е. практически такое же значение, как и при визуальных наблюдениях с контактными микрометром ($m_T = 0,025^*$).

Список литературы: 1. Коваленко В. А., Колзунов В. М. Об опытных астрономических наблюдений фотографическим способом. — Геодезия и картография, 1976, № 3. 2. Коваленко В. А. Об обработке фотографических наблюдений одной звезды. — Геодезия, картография и аэрофотогеодезия, 1981, вып. 34. 3. Колзунов В. М., Гончаренко Ю. Я. Полевой программный хронометристатор для астрономических наблюдений фотографическим способом. — Геодезия и картография, 1977, № 8.

Статья поступила в редакцию 14.08.84

УДК 528.35:621.385

А. С. КОЛОС

ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА ПРИ РАСЧЕТЕ ЗАДАЧ В ДВУХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

При разработке электронно-оптических систем электронно-лучевых приборов (ЭЛП), применяемых в геодезии, нужно знать траектории электронов, движущихся в электрических и магнитных полях. Для этого решаем систему дифференциальных уравнений. Для электрического поля уравнения движения электронов в декартовой системе координат (для нерегулярных электродов) записываем следующим образом*:

$$m\ddot{x} = -eEx, \quad m\ddot{y} = -eEy, \quad m\ddot{z} = -eEz, \quad (1)$$

где m — масса электрона; Ex, Ey, Ez — составляющие напряженности электрического поля.

Решение (1) возможно, если напряженность электрического поля или потенциал заданы в виде функций координат $U = U(x, y, z)$, $Ex = -dU/dx$, $Ey = -dU/dy$, $Ez = -dU/dz$.

* Жигарева А. А. Электронная оптика и электронно-лучевые приборы. — М.: Высш. шк., 1972.

В пространстве, свободном от заряда, электрический потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа

$$d^2U/dx^2 + d^2U/dy^2 + d^2U/dz^2 = \Delta U = 0. \quad (2)$$

Решение уравнения Лапласа с заданными граничными условиями позволяет найти потенциал U как функцию координат и, следовательно, составляющие напряженности поля. Точное аналитическое решение уравнения Лапласа возможно в некоторых простых случаях, поэтому при решении электронно-оптических задач используются приближенные и экспериментальные методы нахождения распределения потенциала.

Рассмотрим численный метод интегрирования уравнения Лапласа на примере двухмерной (плоской) задачи. Пусть дана некоторая область G в плоскости Oxy , имеющая кусочно-гладкую границу Γ . Нужно решить уравнение

$$d^2U/dx^2 + d^2U/dy^2 = 0; \quad (x, y) \in G, \quad (3)$$

если на некоторых участках границы $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ заданы условия

$$\lambda_{ij}[U] = \varphi_{i,j}(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m), \quad (4)$$

где λ_{ij} — или дифференциальные операторы первого порядка по переменным x, y , или конечные соотношения; $\varphi_{i,j}(x, y)$ — заданные функции.

Представим (3) в конечных разностях. Для прямоугольной сетки размерами $\Delta x \times \Delta y$ на основании формулы Тейлора получим первую основную разностную схему

$$U(x, y) = \frac{1}{2(1+k)} [U(x-\Delta x, y) + U(x+\Delta x, y) + kU(x, y-\Delta y) + kU(x, y+\Delta y)], \quad (5)$$

где

$$k = \Delta x^2 / \Delta y^2. \quad (6)$$

Параметр k выбираем из условия ожидаемости значительного изменения рассчитываемого значения вдоль одного из координатных направлений по сравнению с другим. Для облегчения вычислительных операций и уменьшения машинного времени запишем (5) по-другому:

$$U(x+\Delta x, y) = -kU(x, y-\Delta y) + 2(1+k)U(x, y) - kU(x, y+\Delta y) - U(x-\Delta x, y), \quad (7)$$

т. е. получаем функцию U на $x+\Delta x$ -м слое, используя значения U в двух предыдущих слоях: x -м и $x-\Delta x$ -м. Поэтому на отрезке границы, примыкающем к первому слою сетки, и на участках расширения сетки по оси y располагаем значениями функции и ее нормальной производной. Если на отрезке Γ_i границы заданы

$$U(x, y) = \varphi_{i,1}(x, y); \quad dU(x, y)/dy = \varphi_{i,2}(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_i, \quad (8)$$