

П. В. ПАВЛИВ, канд. техн. наук  
Львовский лесотехнический институт

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ИСПОЛНЕНИЯ И ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ НИВЕЛИРОВАНИЯ 1-ГО КЛ.

Нивелирная сеть 1-го кл. — главная высотная основа для установления единой системы высот на всей территории страны, а также для решения многих научных и практических задач. Особенную важную роль в этих случаях играет точность получаемых отметок высотных знаков. Оценку точности нивелирования 1-го кл. производят двумя способами:

- 1) по разностям превышений  $d_5$  и  $d_6$  соответственно правых клевых, прямых и обратных ходов;
- 2) по невязкам полигонов.

Среднюю квадратическую случайную ошибку на 1 км нивелирного хода вычисляют по формулам:

$$\eta_1^2 = \frac{1}{4n} \left[ \frac{d_6^2}{r} \right]; \quad (1) \qquad \eta_2^2 = \frac{1}{4n} \left[ \frac{d_5^2}{r} \right], \quad (2)$$

где  $n$  — число секций в ходе;  $r$  — длина секций.

Результаты оценки точности по формулам (1) и (2) нивелирования 1-го кл., выполненного в СССР после 1945 г., показали, что  $\eta_1 = \pm 0,66$ , а  $\eta_2 = \pm 0,26$  мм на 1 км хода [3].

Однако случайная средняя квадратическая ошибка нивелирования 1-го кл. того же периода, вычисленная по невязкам  $\omega$  полигонов (табл. 1) на основании формулы

$$\eta^2 = \frac{1}{N} \left[ \frac{\omega^2}{P} \right] \quad (3)$$

составила  $\eta = \pm 1,71$  мм на 1 км. Здесь  $N$  — число полигонов;  $P$  — периметр полигона.

По существу, формулы (1) и (2) тождественны, а формула (3) также близка к двум первым, но причины и механизм накопления величин  $d_5$ ,  $d_6$  и  $\omega$  — разные, поэтому различны и результаты оценки точности одного и того же нивелирования.

Таблица 1

**Невязки полигонов нивелирования 1-го кл., исполненного после 1945 г.**

$P$ , км	$\omega$ , мм	$P/2$ , км	$\omega^2$	$P$ , км	$\omega$ , мм	$P/2$ км	$\omega^2$
887,1	- 20,5	443,6	420,25	3223,8	- 73,3	1611,9	5372,89
220,1	- 65,7	110,0	4316,49	3054,8	+ 52,6	1527,4	2766,76
3057,9	+ 134,8	1529,0	18 171,04	2629,0	- 85,9	1314,5	7378,81
321,4	+ 41,6	160,7	1730,56	3604,4	- 104,0	1802,2	10 816,00
2031,9	+ 83,4	1016,0	6955,56	2678,2	+ 5,7	1289,1	32,49
269,9	+ 38,2	135,0	1459,24	3371,3	- 134,1	1635,6	17 983,00
520,5	- 9,3	260,2	86,49	2497,0	- 66,9	1248,5	4475,61
3302,3	+ 78,4	1621,2	5146,56	1395,3	- 90,3	697,6	8154,09
3544,4	+ 111,8	1772,2	12 499,24	1463,3	- 30,1	731,6	906,01
531,0	- 39,4	265,5	1552,36	87,6	- 1,0	43,8	1,00
62,5	+ 2,1	31,2	4,41	369,2	+ 0,3	184,6	0,09
156,0	+ 10,3	78,0	106,09	1639,5	+ 10,6	819,8	112,36
496,1	+ 32,5	248,0	1056,25				

Поскольку как правые и левые, так и прямые и обратные хода фактически образуют замкнутые полигоны, а величины  $d_5$  и  $d_6$  являются невязками этих же полигонов, то значение  $r$  соответственно равно полу perimeter, т. е.

$$P = 2r. \quad (4)$$

Следовательно, для получения однородных результатов необходимо преобразовать формулу (1):

$$\eta^2 = \frac{1}{4N} \left[ \frac{\omega^2}{P/2} \right]. \quad (5)$$

На основании формулы (5) и данных, приведенных в табл. 1,  $\eta = \pm 1,21$  мм на 1 км хода.

Полученное по формуле (5) значение  $\eta$ , хотя и несколько уменьшилось по сравнению со значением, найденным на основании формулы (3), однако существенно превышает то, которое определено на основании формул (1) и (2).

Примерно такое же соотношение  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  и  $\eta$  получено при оценке точности высокоточного нивелирования, выполненного в более ранние периоды [8].

Учитывая, что основной результат рассматриваемого нивелирования — отметки высотных знаков, дальнейший анализ должен установить, какие значения случайных средних квадратических ошибок более объективно характеризуют точность этих отметок.

Исследования точности нивелирования 1-го и 2-го кл. за последние годы показали, что для решения поставленной задачи лучше всего использовать результаты корреляционного анализа [1, 4, 5, 6, 9].

Так, на основании результатов корреляционного анализа в работе [6] был сделан вывод о том, что в разностях правого и левого нивелирования исключаются систематические ошибки, зависящие от расстояния. Исключение в разностях указанных ошибок можно объяснить наличием ряда общих погрешностей при отсчетах по рейкам в правых и левых нивелирных ходах. Эти погрешности обусловлены температурными воздействиями на нивелир и рейки, освещенностью шкал, рефракцией, лунно-солнечными притяжениями и приливными явлениями земной коры и др. Следовательно, превышения  $h_p$  и  $h_l$ , полученные из правого и левого нивелирных ходов, содержат примерно одинаковые ошибки. Из-за одинаковых условий правого и левого нивелирования эти ошибки исключаются только в разностях их превышений  $d_5$ , однако всей величиной влияют на механизм накопления ошибок нивелирной линии.

Нивелирование в прямом и обратном направлениях выполняется в разное время дня, но одним исполнителем, одним комплектом инструментов по переходным точкам одного и того же типа и примерно в один и тот же период года. Следовательно, условия прямого и обратного нивелирования, хотя и значительно отличаются друг от друга, однако одинаковый характер действия многих факторов также не позволяет проявиться в разностях  $d_6$  многим источникам погрешностей, проявляющимся только в невязках полигонов  $\omega$ .

Чтобы проиллюстрировать механизм накопления и компенсацию ошибок в средних значениях из прямого и обратного нивелирования, рассмотрим результаты двойного высокоточного нивелирования [8], исполненного на горизонтальных и наклонных участках Подмосковья (1951 г.) и Северного Кавказа (1952 г.). Первое из нивелирований исполнено при длине визирного луча 50 м, а второе 16,6 м. Как в Подмосковье, так и на Северном Кавказе при нивелировании длинным лучом использовали один инструмент, а при нивелировании коротким — другой.

Поэтому указанные нивелирования более независимы, чем нивелирования в прямом и обратном направлениях. Кроме того, расчеты показывают, что нивелирование коротким лучом дает возможность свести к минимуму влияние многих источников погрешностей, в том числе и нивелирной рефракции.

Таким образом, превышения, полученные в работе [8] в результате нивелирования коротким лучом, были приняты эталонными. Для анализа рассмотрим разности  $\Delta\rho$  между превышениями, полученными из нивелирования длинным  $h_d$  и коротким  $h_k$  лучами  $\Delta\rho = h_d - h_k$ . Причем сгруппируем эти разности так же, как в статье [5], с той лишь разницей, что группирование

$\Delta\rho$  в данном случае выполнено для утренних и вечерних измерений отдельно (табл. 2, 3).

По средним значениям этих разностей можно проследить механизм накопления ошибок. Так, на горизонтальном участке при среднем значении  $\Delta$ , равном для одной станции 0,02–0,03 мм, среднее значение разности на 1 км нивелирного хода составит 0,20–0,30 мм. Для наклонных участков среднее значение рассматриваемых разностей на одну станцию составляет 0,04 мм или же 0,40 мм на 1 км.

Таблица 2

Разности превышений, полученные в результате  
нивелирования длинным и коротким лучами  
в Подмосковье в 1951 г.

Горизонтальный участок		Наклонный участок			
(16, 18, 23 июня; 31 июля; 23, 24 августа)		(9–11, 14, 19 июля)		(3, 4, 11, 21 августа)	
$n$	$\bar{\Delta\rho}$	$n$	$\bar{\Delta\rho}$	$n$	$\bar{\Delta\rho}$
У т р о					
30	+0,040	25	+0,012	20	-0,044
30	+0,086	25	+0,022	20	-0,030
30	+0,080	25	+0,042	20	-0,031
30	+0,033	25	+0,048	20	-0,013
30	+0,002	25	+0,030	20	-0,044
30	+0,014	25	+0,047	20	-0,015
180	+0,255	150	+0,201	120	-0,187
В е ч е р					
30	+0,063	25	+0,058	20	-0,040
30	-0,006	25	+0,032	20	-0,029
30	+0,019	25	+0,005	20	-0,041
30	+0,012	25	+0,004	20	-0,048
30	-0,017	25	-0,001	20	-0,071
30	+0,048	25	+0,018	20	-0,042
180	+0,119	150	+0,116	120	-0,271

Согласно действующей инструкции, нивелирование 1-го класса в прямом и обратном направлениях выполняют в разные половины дня участками в 25–30 км по схеме «восьмерка», т. е. одну половину секций участка сначала проходят в прямом направлении, а другую — в обратном, а затем наоборот. В этом случае нивелирование участка проводится несколько дней, что примерно соответствует периодам, приведенным в табл. 2, 3. Следовательно, можно условно принять измеренные разности в утренний период как нивелирование в прямом направлении, а в вечерний — в обратном. Данные табл. 2, 3 показывают, что основная часть этих разностей не компенсируется. Так, на подмосковном участке остаточное значение после осреднения составляет 197%, а на Северном Кавказе — 52% от разности средних значений, соответствующих первой и второй половине дня.

Однако, как видим из таблиц, компенсация указанных величин усиливается, если возрастает различие погодных условий при нивелировании в прямом и обратном направлениях, обусловленное в данном случае различием стратификации приземного слоя воздуха, а следовательно, и характером действия рефракции. Так, если принять, что в группах для наклонных участков Подмосковья (погодные условия которых отличаются больше, чем для соответствующих групп Северного Кавказа) прямые хода проектировались в утренний период, соответствующий дням

Таблица 3

**Разности превышений, полученные в результате нивелирования длинными и короткими лучами на Северном Кавказе в 1952 г.**

Горизонтальный участок		Наклонный участок					
(1, 4 сентября)		(29, 30 июля; 4—7 августа)		(11, 14, 21, 22 августа)		$n$	$\bar{\Delta}\rho$
$n$	$\bar{\Delta}\rho$	$n$	$\bar{\Delta}\rho$	$n$	$\bar{\Delta}\rho$		
<b>У т р о</b>							
10	-0,145	30	+0,046	25	-0,026		
10	-0,083	30	+0,024	25	+0,009		
10	-0,022	30	-0,006	25	-0,030		
10	-0,017	30	-0,003	25	-0,060		
10	+0,039	30	-0,020	25	-0,098		
10	+0,036	30	+0,001	25	-0,096		
60	-0,192	180	+0,042	150	-0,301		
<b>Вечер</b>							
10	-0,010	30	-0,014	25	-0,040		
10	-0,017	30	-0,040	25	-0,058		
10	+0,041	30	-0,027	25	-0,059		
10	+0,018	30	-0,018	25	-0,005		
10	+0,011	30	-0,015	25	-0,006		
10	-0,011	30	-0,022	25	+0,076		
60	+0,032	180	-0,136	150	-0,092		

первой подгруппы, а обратные — в вечерний период, соответствующий дням второй подгруппы, и наоборот, то остаточные значения разностей  $\Delta\rho$  будут минимальными. Этого нельзя сказать о подгруппах, исследованных по материалам Северного Кавказа, поскольку для материалов первой и второй подгрупп погодные условия в данном случае более близки друг к другу [6, 8].

В настоящее время уже получены результаты исследований рефракций, лунно-солнечных притяжений и других источников погрешностей, [2, 7], на основании которых можно планировать нивелирование обратных ходов при диаметрально противоположном характере действия этих источников. Таким образом можно будет усилить независимость получаемых превышений

из нивелирования в прямом и обратном нивелированиях и повысить исключение погрешностей в их средних значениях, а значит, и более точно определить отметки нивелирных знаков.

На механизм накопления невязок полигонов, кроме погрешностей собственно нивелирования, влияют также нестабильность нивелирных знаков и неравномерные тектонические движения во время нивелирования по периметрам полигонов. Нет сомнения, что оба названные источника погрешностей, как и ошибки собственно нивелирования, влияют на точность определения отметок нивелирных знаков.

Выполненный анализ и сравнение результатов оценки точности нивелирования 1-го кл. по разностям превышений правых и левых ходов  $d_5$ , прямого и обратного нивелирования  $d_6$ , а также по невязкам полигонов  $\omega$  показали, что при существующей методике нивелирования 1-го кл. наиболее объективной оценки точности получаемых результатов можно достичь по невязкам полигонов.

Чтобы повысить точность нивелирования 1-го кл., его исполнение в прямом и обратном направлениях необходимо организовать не только в разные половины дня, но и по возможности в диаметрально противоположных условиях влияния внешней среды (другим исполнителем, другим комплектом инструментов, с обратными знаками поправочных коэффициентов за компарирование реек, в период диаметрально противоположного характера влияния лунно-солнечного притяжения и др.).

Такая оптимально-симметричная программа исполнения нивелирования 1-го кл., хотя в некоторых случаях вследствие симметричности влияния многих источников погрешностей увеличит значения  $d_6$ , будет более реально отражать фактическое значение превышения, в результате чего значительно уменьшатся невязки полигонов и ошибки в отметках нивелирных знаков.

С учетом того, что каждый исполнитель будет производить нивелирование только в одном направлении, можно значительно ускорить замыкание полигона и, таким образом, уменьшить влияние неравномерного движения земной коры.

Поскольку оценка точности по разностям превышений правых и левых ходов может служить только для характеристики тщательности исполнения работ, то выполнять ее следует только в случае проведения нивелирования по описанной методике.

**Список литературы:** 1. Крюков Ю. А. Применение статистических методов при исследовании ошибок высокоточного нивелирования. — Обзор ОНТИ ЦНИИГАиК, 1972, № 17. 2. Мерзенин А. В. Определение среднего многолетнего времени наименьших рефракционных влияний для территории СССР. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1977, вып. 4. 3. Мещерский И. Н., Энтин И. И. Анализ результатов нивелирования I и II классов (1957—1966 гг.). — Тр./ЦНИИГАиК, 1972, вып. 169. 4. Павлов П. В. Исследование механизма накопления ошибок, зависящих от величины превышений. — Инженерная геодезия, 1968, вып. 5. 5. Павлов П. В. О влиянии температуры воздуха на механизм накопления ошибок, зависящих от величины превышений. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1973, вып. 18. 6. Рыви-

и Р. М. О зависимости накопления разностей превышений от длин ходов нивелирования I класса. — Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка, 1974, вып. 2. 7. Урманцев Р. М. О вычислении лунно-солнечных поправок при обработке точного нивелирования. — Геодезия и картография, 1977, № 1, 2.  
8. Энтин И. И. Высокоточное нивелирование.—Тр./ЦНИИГАиК, 1956, вып. 111.  
9. Lucht H. Korrelation im Präzisionsnivelllement. Hannover. Druck. Lehrstuhl für Topographie und Kartographie an der Technischen Universität, 1972.

Работа поступила в редколлегию 29 ноября 1977 года. Рекомендована кафедрой геодезии Львовского лесотехнического института.