

УДК 528.33.031

В. В. КОТОВ

## НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПО ВОПРОСУ РАСЧЕТА ТОЧНОСТИ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ХОДОВ

При проектировании полигонометрических сетей возникает необходимость в определении ожидаемых средних квадратических ошибок отдельных ходов. Обычно эти ошибки подсчитывают по известной формуле

$$M^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^2} [D_{0,1}^2] + \mu^2 [s] + \lambda^2 L^2. \quad (1)$$

Как правило, коэффициенты  $\mu$ ,  $m_\beta$  и  $\lambda$ , входящие в формулу (1), известны весьма приближенно. На этом основании и  $[D_{0,1}^2]$  находят по приближенной формуле, выражая ее значения через более простые параметры хода. Известна, например, приближенная формула для определения  $[D_{0,1}^2]$ , предложенная профессором К. Л. Проворовым [5]. Этому вопросу посвящена и статья В. И. Акулова [3]. В ней приводятся интересные данные о распределении  $[D_{0,1}^2]$  в замкнутых полигонометрических ходах, проложенных в производственных условиях. Установлено, что в среднем для исследованных полигонов имеет место равенство

$$[D_{0,1}^2] = \frac{n+1}{45} ([s] + L)^2, \quad (2)$$

где  $n$  — число сторон в ходе,  $[s]$  — его периметр,  $L$  — замыкающая хода.

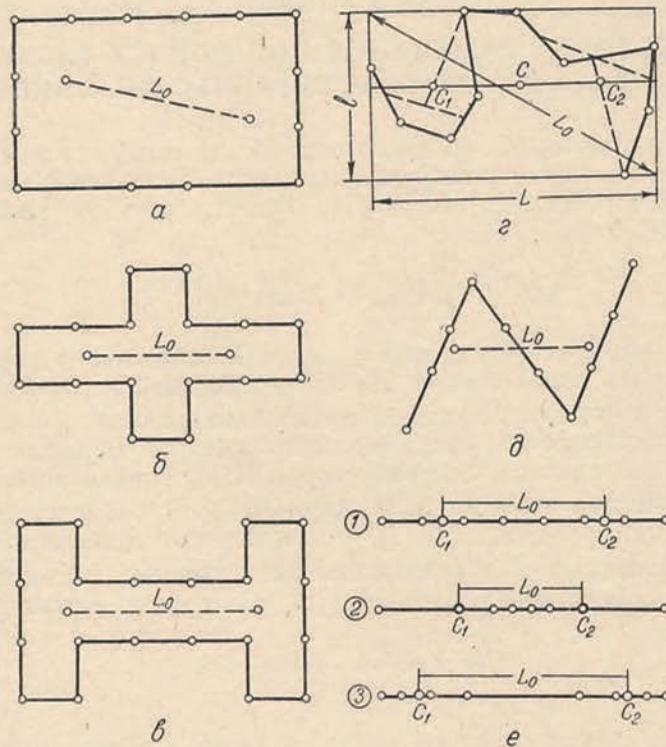
Однако отсюда не следует, как это утверждает В. И. Акулов [3], что данное равенство будет справедливо для любой формы замкнутого и разомкнутого полигонометрического хода. Равенство (2), являющееся некоторым уточнением известного равенства [6], остается приближенным и в ряде случаев может приводить к грубым ошибкам, так как оно не учитывает формы хода, которая, как известно [5, 6], оказывает существенное влияние на величину  $[D_{0,1}^2]$ . Например, в соответствии с формулой (2) сумма  $[D_{0,1}^2]$  для ходов  $a$  и  $b$ , изображенных на рисунке, одинакова. В действительности же указанная сумма для хода  $b$  в два раза меньше, чем для хода  $a$ . Точно так же вогнутый ход  $b$  будет иметь  $[D_{0,1}^2]$  в два раза меньше, чем выпуклый, имеющий равное с ним число сторон. Такая же картина будет наблюдаться и в разомкнутых ходах.

Поскольку равенство (2) получено для случая выпуклого многоугольника, применение его к ходам произвольной формы всегда будет приводить к преувеличенным значениям сумм  $[D_{0,1}^2]$ . При неравносторонних ходах указанное обстоятельство в ряде случаев будет еще более усугубляться. Исследования показали, что значения  $[D_{0,1}^2]$ , вычисляемые по формуле (2), могут приводить к погрешностям, превышающим 100%. В случае вытянутых ходов формула (2) будет давать преувеличенные значения  $[D_{0,1}^2]$ , если короткие стороны будут группироваться

в середине хода (см. рисунок, *е*, 2), и преуменьшены, если они будут группироваться к концам хода (см. рисунок, *е*, 3). Поэтому В. И. Акулову не следовало бы трижды [1, 2, 3] давать формулу (2), ничего не говоря о ее точности.

Мы предлагаем упрощенную формулу, позволяющую определять  $[D_{0,i}^2]$  с более высокой точностью.

Разделим ходы, изображенные на рисунке, *е*, пополам так, чтобы число вершин в каждой половине оказалось одинаковым. Определив затем для каждой из указанных половин ходов частные центры тяжести



Замкнутые и разомкнутые полигонометрические ходы характерных форм.

$C_1$  и  $C_2$ , видим, что расстояния между ними оказались разными в зависимости от положения вершин углов в ходах. Исходя из этого, для определения  $[D_{0,i}^2]$  в ходах произвольного вида нами [4] предложена формула

$$[D_{0,i}^2] = \frac{(n+2)(L^2 + l^2)L_0}{6L} = \frac{(n+2)L_D^2 L_0}{6L}, \quad (3)$$

где  $L_D$  — диагональ описывающего данный ход прямоугольника, у которого большая сторона  $L$  параллельна линии  $C_1C_2$  (см. рисунок, *г*).

Для ходов, у которых отношение  $\frac{L}{l} > 3$ , формулу (3) можно записать в виде

$$[D_{0,i}^2] = \frac{n+2}{6} L_D L_0. \quad (4)$$

Как видим, формулы (3) и (4) также не требуют ни измерения величин  $D_{0,i}$ , ни нахождения сумм их квадратов.

Поскольку проекты ходов составляются на планах, то определение частных центров тяжести  $C_1$  и  $C_2$  удобнее всего производить графически по известным правилам, описанным в [6] и [4]. Суммарное число действий при определении частных центров тяжести будет равно числу действий, необходимых для определения центра тяжести всего хода. Практически определение центров тяжести  $C_1$  и  $C_2$  сводится к делению отрезков пополам, при этом общее число этих делений будет равно числу сторон хода. Деление сторон пополам целесообразно производить попутно с измерением их длин на плане. На рисунке,  $\varepsilon$  дан пример графического определения частных центров тяжести. Деление разомкнутых и замкнутых ходов на две половины производят путем мысленного перемещения перпендикуляра к наибольшей протяженности хода до положения, при котором число вершин по обе стороны от этого перпендикуляра станет одинаковым (см. рисунок,  $\varepsilon$ ). Вершина, попадающая на перпендикуляр при нечетном числе углов в ходе, не учитывается.

Погрешности определения  $[D_{0,i}^2]$  по формулам (2) и (3)  
для ходов, изображенных на рисунке

Номер формулы	Номер хода и соответствующее ему значение погрешности (%)							
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>v</i>	<i>z</i>	<i>d</i>	<i>e, 1</i>	<i>e, 2</i>	<i>e, 3</i>
2	+4	+84	+93	+44	+64	-16	+17	-38
3	-3	+7	-6	-10	0	0	+3	-7

В прилагаемой таблице дано сравнение погрешностей определения  $[D_{0,i}^2]$  по формулам (2) и (3) для ходов, изображенных на рисунке. Как видно из таблицы, погрешность определения  $[D_{0,i}^2]$  по формуле (2) значительно превосходит погрешность ее определения по формуле (3). Максимальная же погрешность определения  $[D_{0,i}^2]$  по формуле (3) не превысила 10%.

Исходя из анализа погрешностей определения  $[D_{0,i}^2]$  для характерных случаев, изображенных на рисунке, можно ожидать, что для ходов произвольного вида погрешность определения  $[D_{0,i}^2]$  по формуле (3) не будет превышать 10%, что можно считать допустимым.

Затраты труда на определение  $[D_{0,i}^2]$  изложенным способом сокращаются по сравнению со строгим способом в 1,5—2 раза, так как в этом случае устраняются все операции по изменению, записи в журнал, возведению в квадрат и суммированию квадратов диагоналей  $D_{0,i}$ . По сравнению с формулой (2) В. И. Акулова определение  $[D_{0,i}^2]$  по формуле (3) требует дополнительного определения центров тяжести  $C_1$  и  $C_2$  половин хода.

Принимая значение коэффициента систематического влияния равным  $\mu/40$ , рабочие формулы для определения  $M$  с учетом (3) можно будет записать в виде:

для ломаных и замкнутых ходов

$$M^2 = (10^4 \mu)^2 \left\{ [s] + \left( \frac{L}{4} \right)^2 \right\} + \left( \frac{m_\beta}{5} L_D \right)^2 \frac{(n+2)L_0}{L}, \quad (5)$$

для вытянутых ходов

$$M^2 = (10^4 \mu)^2 \left\{ L + \left( \frac{L}{4} \right)^2 \right\} + \left( \frac{m_\beta}{5} \right)^2 (n+2) LL. \quad (6)$$

Величины  $[s]$ ,  $L$ ,  $L_D$  и  $L_0$ , входящие в эти формулы, берут в сотнях метров, а  $M$  получают в миллиметрах. Значения коэффициентов  $\mu$  и  $m_\beta$  принимаются в зависимости от типа применяемых приборов. Например, при измерении линий штриховой лентой по земле и регулировании на-тяжения от руки, а углов теодолитом  $30''$  точности одним полным приемом можно принять  $\mu = 0,005$ , а  $m_\beta = \pm 20''$ .

Для замкнутых ходов влияние систематических ошибок будет равно нулю. Однако известно [6], что при расчете таких ходов следует иметь некоторый запас точности, поэтому и в случае замкнутых ходов  $L$  целесообразно принимать равной не нулю, а величине наибольшей протяженности хода вдоль условной оси  $C_1C_2$ . В таком случае формула (5) будет общей и для разомкнутых, и для замкнутых ходов.

В заключение кратко рассмотрим вопрос расчета точности угловых и линейных измерений. Пусть необходимо, чтобы средняя квадратическая ошибка в положении конечной точки хода удовлетворяла некоторому условию  $M \leq \gamma$ . Тогда, применяя принцип равного влияния, на основании формулы (5) можем записать

$$10^4 \mu \sqrt{2 \left\{ [s] + \left( \frac{L}{4} \right)^2 \right\}} = \frac{m_\beta}{5} L_D \sqrt{\frac{2(n+2)L_0}{L}} \leq \gamma,$$

откуда находим

$$\left. \begin{aligned} \mu &\leq \frac{\gamma}{10^4 \sqrt{2 \left\{ [s] + \left( \frac{L}{4} \right)^2 \right\}}} ; \\ m_\beta &\leq \frac{5\gamma}{L_D \sqrt{\frac{2(n+2)L_0}{L}}} . \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Величины  $[s]$ ,  $L$ ,  $L_D$  и  $L_0$  в формулах (7) берутся в сотнях метров, а  $\gamma$  в миллиметрах.

На основании рассчитанных по формулам (7) коэффициентов  $\mu$  и  $m_\beta$  и решают вопрос о выборе мерных приборов и методики измерений.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Акулов В. И. Единая формула средней квадратической ошибки положения конечной точки полигонометрического хода. — «Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка», 1966, вып. 6.
- Акулов В. И. Установление весов ходов при раздельном уравнивании полигонометрической сети. — «Геодезия и картография», 1968, № 2.
- Акулов В. И. К вопросу о расчете точности полигонометрических ходов. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1971, вып. 13.
- Котов В. В. Упрощенный способ расчета точности теодолитных полигонов. Краевое управление НТО городского хозяйства и автомобильного транспорта. — В сб.: Вопросы техники и экономики автомобильного транспорта Красноярского края. Красноярское книжное изд-во, 1966.
- Проворов К. Л. О зависимости ошибок в полигонометрическом ходе от его формы. Сборник статей по геодезии, вып. 4. М., Геодизздат, 1953.
- Чеботарев А. С., Селиханович В. Г., Соколов М. Н. Геодезия. ч. II. М., Геодизздат, 1962.

Работа поступила 2 октября 1972 года.  
Рекомендована кафедрой сухопутного  
транспорта леса и геодезии Марийского  
политехнического института.