УДК 528.41+513.83

С. Г. РАДОВ
Коммунарский горно-металлургический институт

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЗАСЕЧЕК

Методы анализа геодезических построений [2] убедительно свидетельствуют о возможностях применения теории графов в геодезических исследованиях. В данной статье сделана попытка реализовать указанную методику для анализа угловых, линейных и линейно-угловых засечек.

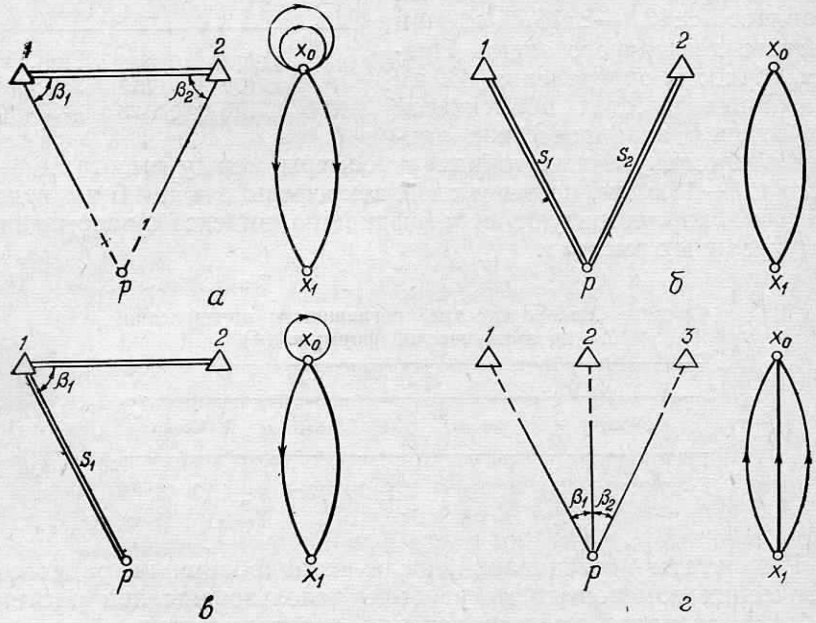

Рис. 1. Схемы геодезических засечек одного пункта и их графы.

Напомним, что графом геодезической сети $G=(x, y)$ называют сеть, состоящую из $(n+1)$ вершин $x=(x_0 x_i)$, из которых x_0 объединяют все исходные пункты реальной сети, а x_i $(i=1, 2, \ldots, n)$ соответствуют определяемым, и m дуг $y=(x_i, x_j)$, отображающих геодезические измерения между i и j пунктами.

Заметим, что: а) измеренному направлению с i на j пункты отвечает дуга $y=(x_i, x_j)$ со стрелкой, направленной на j пункты; б) измеренному дирекционному углу линии i—j — петля $y=(x_i, x_j)$ и дуга $y=(x_i, x_j)$; в) измеренному расстоянию между i и j пунктами — дуга $y=(x_i, x_j)$ или $y=(x_j, x_i)$, что равносильно, поэтому будем показывать такие дуги без стрелок.

Рассмотрим некоторые свойства геодезических засечек, вытекающие из определения графа геодезической сети.

Свойство 1. Для определения координат n пунктов необходимо, чтобы граф геодезической сети $G=(x, y)$ содержал

$$m \geqslant 4n - k \tag{1}$$

дуг, где k — количество общих направлений и измеренных длин линий.

Как известно, для решения геодезической засечки одного пункта достаточно измерить две независимые величины: два угла, два расстояния или угол и расстояние. В любом случае граф $G=(x, y)$ будет содержать $(4-k)$ дуг (рис. 1, *а—г*). При засечке пары пунктов граф будет иметь $(4 \times 2 - k)$ дуг (рис. 2).

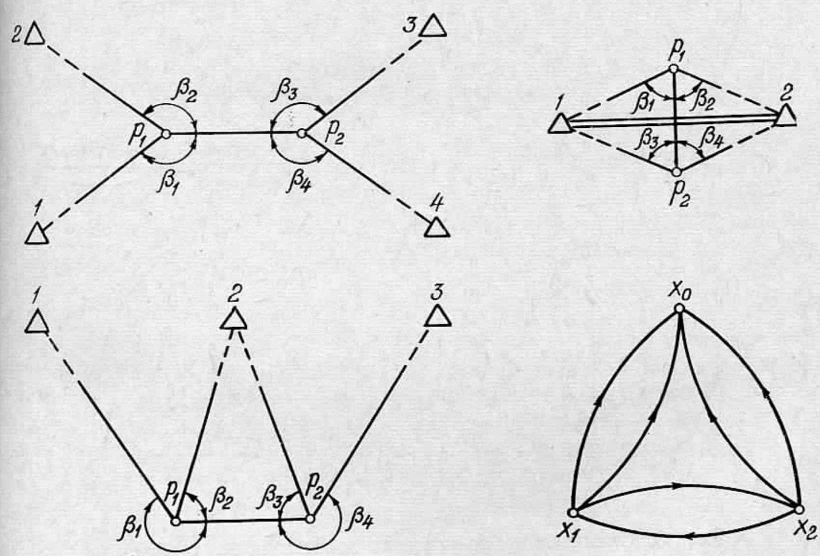

Рис. 2. Схемы обратных угловых засечек пары пунктов и их графы.

Для n определяемых пунктов достаточное число дуг составит $(4n-k)$.

Свойство 2. Количество избыточных измерений в геодезической засечке

$$N = m - (4n - k), \tag{2}$$

где m — общее число дуг графа $G=(x, y)$; $(4n-k)$ — число дуг, достаточное для решения засечки.

Свойство 3. Максимально возможное количество исходных пунктов, объединяемых вершиной x_0 графа $G=(x, y)$,

$$K = \vec{p}\,(x_0) + \frac{\overleftarrow{p}\,(x_0)}{2} + k, \tag{3}$$

где $\overrightarrow{p}(x_0)$ и $\overleftarrow{p}(x_0)$ — полустепени захода и исхода вершины x_0 [3]; k — количество измеренных расстояний между исходными и определяемыми пунктами.

Действительно, каждая из «входящих» в вершину x_0 дуг $\{\overrightarrow{p}(x_0)\}$ и дуг без стрелок $\{k\}$ в общем случае отображают измерения на отдельный исходный пункт, а пара «выходящих» из вершин x_0 дуг $\{\overleftarrow{p}(x_0)\}$ соответствует измеренному углу на исходном пункте.

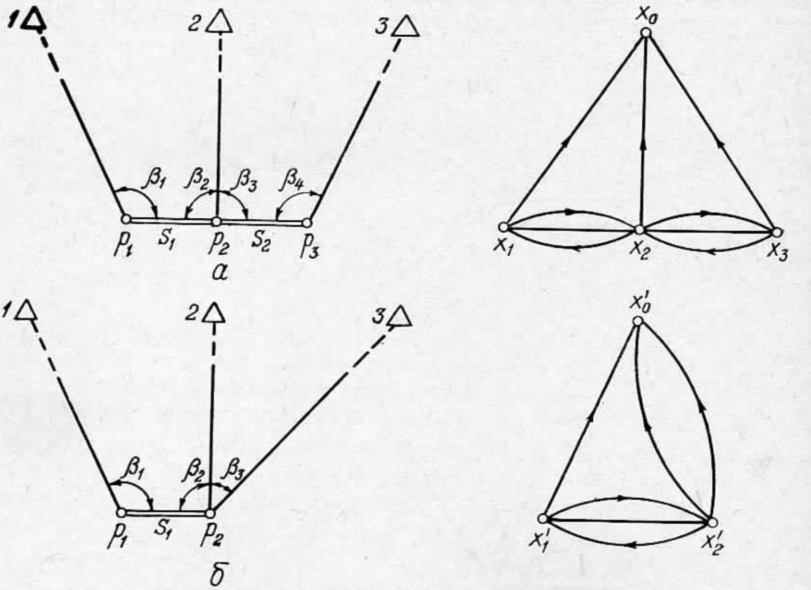

Рис. 3. Схемы линейно-угловых засечек и их графы.

Свойство 4. Если графом $G=(x, y)$ описываются схемы различных геодезических засечек, то они имеют общее решение.

Предположим, что две схемы засечек описываются одним графом $G=(x, y)$, тогда на исходных и определяемых пунктах произведены одинаковые измерения, поэтому засечки отличаются лишь количеством исходных пунктов. Так как, совмещая исходные пункты, можно трансформировать сеть из одного вида в другой, то, принимая равными координаты совмещенных пунктов, решением общей засечки можно описать и решение другой. Причем засечку, имеющую максимально возможное количество исходных пунктов, будем называть общей.

Так, задачи определения положения пары точек методом обратной угловой засечки описываются одним графом $G=(x, y)$ (рис. 2) и имеют общее решение [1].

Свойство 5. Если граф $G'=(x', y')$ описывает схему геодезической засечки и является суграфом элементарной склейки вершин x_i графа $G=(x, y)$, соответствующего другой засечке, то они имеют общее решение.

Отметим, что граф $G'=(x', y')$ получается путем элементарной склейки [3] определяемых вершин x_i и x_j графа $G=(x, y)$ с последующим удалением образовавшихся петель, т. е. дуг $y=(x_i, x_j)$. Как видно из рис. 3, граф $G'=(x', y')$ получен в результате применения описанных действий из графа $G=(x, y)$.

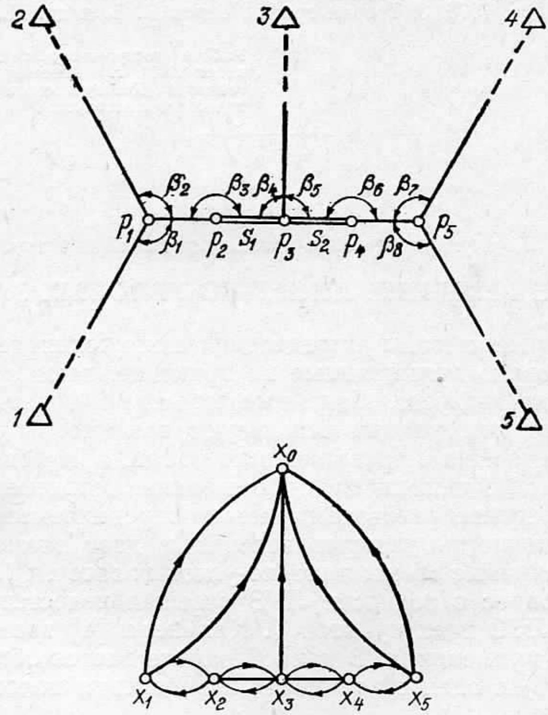

Рис. 4. Схема и граф задачи, обобщающей обратные угловые и линейно-угловые засечки.

А при $\beta_4=180°$ и $s_2=0$ обратная линейно-угловая засечка пары пунктов (рис. 3, *б*) решается по формулам для общей задачи (рис. 3, *а*).

В результате элементарной склейки вершин x_1' и x_2' графа $G'=(x', y')$ (рис. 3, *б*) и вершин x_1 и x_2 графа $G=(x, y)$ (рис. 2), а также удаления образовавшихся петель, получим граф (рис. 1, *г*) задачи Потенота (в последнем случае с одной избыточной дугой, что не противоречит **свойству 1**). Задачу Потенота, которая является как бы промежуточной схемой между обратными угловыми и линейно-угловыми засечками, можно решать по обоим алгоритмам.

Учитывая перечисленные свойства, можно построить граф $G=(x, y)$ и схему задачи, обобщающей обратные угловые и линейно-угловые засечки (рис. 4).

Применение топологических свойств геодезических засечек дает возможность классифицировать засечки, построить все виды засечек, описываемых данным графом, найти общую задачу для данного класса засечек.

Список литературы: 1. *Баран П. И., Радов С. Г.* Общее решение задач определения пары точек методом взаимной обратной засечки. — Геодезия и картография, 1976, № 6. 2. *Коробков С. А.* Применение теории графов в геодезии. М., Недра, 1976. 3. Теория графов/Белов В. В. и др. М., Высшая школа, 1976.

Работа поступила в редколлегию 20 декабря 1977 г. Рекомендована кафедрой геодезии Коммунарского горно-металлургического института.

УДК 528.412

С. Г. РАДОВ

Коммунарский горно-металлургический институт

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНО-УГЛОВЫХ ЗАСЕЧЕК

Автономные методы определения положения геодезических пунктов, широко применяемые на практике, дают значительный экономический эффект. Линейные, прямые и обратные угловые засечки и их комбинации используют при производстве привязочных, съемочных и разбивочных работ, при исполнительной съемке и наблюдениях за деформациями инженерных сооружений. Измерение расстояний между определяемыми пунктами повышает точность угловых засечек и дает возможность построить различные схемы линейно-угловых засечек (ЛУЗ). В литературе вопрос о точности ЛУЗ освещен недостаточно полно, а решение ЛУЗ трех пунктов Т. Кляйнера [4] громоздко и неудобно для применения. В данной работе дается общее решение ЛУЗ (рис. 1) с оценкой точности определения положения искомых пунктов.

Рассмотрим решение ЛУЗ (рис. 1, *а*), в которых измерены горизонтальные углы β_1, β_2, β_3 и β_4 на определяемых пунктах p_1, p_2, p_3 и расстояния между ними s_1 и s_2. Длины a_i и дирекционные углы α_i сторон между i исходными и p_i определяемыми пунктами

$$\left.\begin{aligned} a_1 &= \frac{s_1 \sin\beta_2 - b_1 \sin\delta_2}{\sin(\beta_1+\beta_2)} \\ \alpha_1 &= \alpha_{1-2} + \delta_1 \end{aligned}\right\}; \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} a_2 &= \frac{s_1 \sin\beta_1 - b_1 \sin\delta_1}{\sin(\beta_1+\beta_2)} = \frac{s_2 \sin\beta_4 - b_2 \sin\delta_4}{\sin(\beta_3+\beta_4)} \\ \alpha_2 &= \alpha_{2-1} - \delta_2 = \alpha_{2-3} + \delta_3 \end{aligned}\right\}; \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} a_3 &= \frac{s_2 \sin\beta_3 - b_2 \sin\delta_3}{\sin(\beta_3+\beta_4)} \\ \alpha_3 &= \alpha_{3-2} - \delta_4 \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$