

Р. М. ТАРТАЧИНСКИЙ

ОБ ОСТАТОЧНЫХ ОШИБКАХ РЕФРАКЦИОННОГО ХАРАКТЕРА В СЕТЯХ ТРИАНГУЛЯЦИИ

Согласно требованиям действующей Инструкции, горизонтальные направления и углы на пунктах триангуляции не должны измеряться при неблагоприятных условиях видимости, при расплывчатых или сильно колеблющихся изображениях. В солнечные дни не рекомендуется измерять углы во время, близкое к восходу и заходу Солнца. Эти требования правильны, но не совсем конкретны. Дело в том, что в ветреную солнечную погоду условия видимости хорошие, и спокойные изображения визирных целей будут совпадать с моментами изотермии. Противоположное явление наблюдается в безветренную солнечную и пасмурную погоду, а также при переменной облачности. В такие дни период видимости и спокойные изображения могут длиться почти до самого захода Солнца и угловые измерения будут вестись не только в наилучший период видимости (изотермический), но и после него, то есть при инверсии. Такое явление возможно по той причине, что интенсивность колебаний, как указывает Л. С. Хижак [3] зависит в основном от скорости ветра, стратификации приземного слоя воздуха, степени неоднородности температурного поля, которая при прочих равных условиях является решающим фактором. При этом, скорость ветра определяет турбулентное перемешивание воздушных частиц. Очевидно, для определенного слоя воздуха турбулентные движения будут затухающими, если при данной разности температур скорость ветра (u) будет меньше некоторого критического ее значения ($u_{кр}$). В [3] приведена формула критической скорости ветра ($u_{кр}$) в следующем виде:

$$u_{кр} = \sqrt{\frac{g}{T} \cdot \frac{\ln \frac{Z}{Z_0}}{\ln \frac{Z_2}{Z_1}} \cdot \frac{T_2 - T_1}{R_{i(кр)}} \cdot z}, \quad (1)$$

где g — ускорение силы тяжести; T — абсолютная температура; T_1, T_2 — соответственно, температура на высотах Z_1 и Z_2 ; Z_0 — высота над подстилающей поверхностью, для которой $u=0$; $R_{i(кр)}$ — безразмерное число Ричардсона.

По данным Л. С. Хижак, в двухметровом приземном слое ($T = 290^\circ$, $g = 9,81$ м/см², $T_2 - T_1 = 5^\circ$ С, $Z_1 = 1$ м, $R_{i(кр)} = 0,1$) $u_{кр} = 0,4$ м/сек.

Понятно, что с увеличением Z_2 $u_{кр}$ будет уменьшаться и поэтому даже при глубокой инверсии достаточно очень слабого ветра, чтобы начали возрастать турбулентные движения. Таким образом при тихой погоде изображения могут быть спокойны не только когда температурное поле однородно, но и при значительной инверсии.

Принимая во внимание сказанное выше и учитывая, что углы в триангуляции наблюдаются на спокойные и слегка колеблющиеся изображения, в безветренную погоду они могут быть значительно искажены ошибками рефракционного происхождения, так как в этом случае

наблюдения будут выполняться преимущественно при инверсии. При этом значения углов в начале и конце периода видимости наблюдений могут значительно отличаться, однако при допуске инструкции для триангуляции 1-го и 2-го классов в 4" эти погрешности могут быть и не выявлены. Если измерения углов выполняются при инверсии, то в некоторых случаях и сходимость приемов может быть хорошей.

Ошибки в углах от указанных рефракционных влияний должны сказаться на невязках треугольников, на что впервые обратил внимание Пеллинен Л. П. [1].

Предполагая, что в часы наилучшей видимости наблюдения выполняются при инверсии, то визирные лучи будут по большей части как бы огибать возвышенности, и невязки треугольников, расположенных над водоразделами, должны иметь преобладающий положительный знак, а треугольники, пересеченные долинами, — отрицательный знак. Проверка этого предположения была сделана на 4244 треугольниках первоклассной триангуляции СССР и 885 треугольниках стран Западной Европы. В результате анализа этих невязок было установлено, что систематическое влияние рефракции не ослабевает с увеличением высоты прохождения визирного луча и возникает во всех физико-географических районах страны.

Для изучения количественной и качественной стороны этого вопроса нами использованы производственные невязки треугольников в триангуляционной сети второго класса в горно-таежном районе нашей страны. Характеристика этого района и данной сети триангуляции приведена в [2]. В этой же работе приведены результаты специальной обработки этих материалов в предположении, что середина периода видимости является временем минимальных искажений углов боковой рефракцией и другими погрешностями. Ниже приводится корреляционная матрица невязок 449 треугольников:

Интервал видимости	1	2	3	4	5
1	+4,518	+1,993	+1,794	+1,845	+1,889
2		+3,775	+2,000	+1,846	+1,528
3			+3,961	+2,185	+2,022
4				+4,285	+2,413
5					+4,390

Рассматривая эту матрицу, видим, что максимальные невязки имеют место не в третьем интервале, как следовало ожидать, а во втором. Эта асимметричность корреляционных моментов по главной диагонали матрицы хорошо согласуется с выводами, полученными в [1, 3].

Явление асимметричности наблюдается и по корреляционным моментам как для солнечной, так и для пасмурной погоды. Приведем корреляционные матрицы невязок 225 треугольников (солнечная погода):

Интервал видимости	1	2	3	4	5
1	+4,884	+2,214	+1,830	+1,882	+2,207
2		+3,706	+2,198	+1,727	+1,808
3			+3,839	+2,326	+2,142
4				+4,350	+2,675
5					+4,605

и 224 треугольников (пасмурная погода):

Интервал видимости	1	2	3	4	5
1	+4,149	+1,771	+1,757	+1,809	+1,570
2		+3,845	+1,800	+1,985	+1,235
3			+4,083	+2,043	+1,902
4				+4,221	+2,151
5					+4,173

Таким образом, более вероятным интервалом с минимальными искажениями углов боковой рефракции следует считать второй интервал невязок треугольников.

Исходя из этого, положим:

$$t_1 = -0,25; t_2 = -0; t_3 = +0,25; t_4 = +0,50; t_5 = +0,75. \quad (2)$$

Как и в [2] представим каждую невязку треугольника в виде суммы случайной величины α_{ik} , систематической величины β_{il} и постоянной части γ_i , то есть

$$\omega_{ik} = \alpha_{ik} + \beta_{il} + \gamma_i, \quad \omega_{il} = \alpha_{il} + \beta_{il} + \gamma_i, \quad (3)$$

где k, l — интервалы периода видимости; i — порядковый номер треугольника.

Корреляционные моменты при этом будут иметь вид:

$$K_{kl} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} W_{ik} \cdot W_{il}. \quad (4)$$

Подставив в выражение (4) значения (3) с учетом (2) и данных корреляционной матрицы невязок 449 треугольников после некоторых преобразований получим следующие уравнения ошибок:

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 + 0,062\beta^2 + \gamma^2 - 4,518 &= v_1 \\ \alpha_2^2 + 0 + \gamma^2 - 3,775 &= v_2 \\ \alpha_3^2 + 0,062\beta^2 + \gamma^2 - 3,961 &= v_3 \\ \alpha_4^2 + 0,250\beta^2 + \gamma^2 - 4,285 &= v_4 \\ \alpha_5^2 + 0,562\beta^2 + \gamma^2 - 4,390 &= v_5 \\ 0 + \gamma^2 - 1,993 &= v_6 \\ 0,062\beta^2 + \gamma^2 - 1,794 &= v_7 \\ 0,125\beta^2 + \gamma^2 - 1,845 &= v_8 \\ 0,188\beta^2 + \gamma^2 - 1,889 &= v_9 \\ 0 + \gamma^2 - 2,000 &= v_{10} \\ 0 + \gamma^2 - 1,846 &= v_{11} \\ 0 + \gamma^2 - 1,522 &= v_{12} \\ 0,125\beta^2 + \gamma^2 - 2,185 &= v_{13} \\ 0,188\beta^2 + \gamma^2 - 2,022 &= v_{14} \\ 0,375\beta^2 + \gamma^2 - 2,413 &= v_{15} \end{aligned} \quad (5)$$

Отдельно были составлены аналогичные уравнения для измерений, выполненных в солнечную и пасмурную погоду.

На основании уравнений (5) получены нормальные уравнения, в результате решения которых определены входящие в них неизвестные величины и сделана оценка точности их определения:

Измерения	Солнечная погода	Пасмурная погода
$\alpha_1 = \pm 1",59 \pm 0",06$	$\pm 1",66 \pm 0",07$	$\pm 1",52 \pm 0",08$
$\alpha_2 = \pm 1",36 \pm 0",07$	$1",28 \pm 0",09$	$\pm 1",44 \pm 0",08$
$\alpha_3 = \pm 1",41 \pm 0",07$	$1",30 \pm 0",09$	$\pm 1",50 \pm 0",08$
$\alpha_4 = \pm 1",45 \pm 0",07$	$1",41 \pm 0",09$	$\pm 1",49 \pm 0",08$
$\alpha_5 = \pm 1",37 \pm 0",10$	$1",37 \pm 0",12$	$\pm 1",37 \pm 0",12$
$\beta = \pm 1",03 \pm 0",18$	$1",08 \pm 0",22$	$\pm 0",98 \pm 0",23$
$\gamma = \pm 1",39 \pm 0",02$	$1",44 \pm 0",03$	$\pm 1",33 \pm 0",03$

Сопоставляя полученные результаты с результатами, приведенными в [2], видим, что и при такой постановке вопроса случайные погрешности измерений имеют заметный ход на протяжении видимости, который может быть объяснен некоторыми колебаниями изображений визирных целей в начале (конце) периода видимости. Что же касается некоторого уменьшения величины α_5 , то это еще подтверждает предположение о том, что угловые измерения в вечернюю видимость при определенных атмосферных условиях могут заканчиваться при глубоких инверсиях, когда обычно колебания изображений меньше, чем при нормальном распределении температуры.

Средняя квадратическая величина ошибки в угле, обусловленная колебаниями изображений (m_k), вычисленная по данным из всех измерений, будет равна

$$m_k = \pm \sqrt{\frac{\alpha_{1.4}^2 - \alpha_2^2}{2 \cdot 3 \cdot 5}} = \pm 0'', 12. \quad (7)$$

Как следовало ожидать, в солнечную погоду величина m_k несколько больше этого среднего значения и равна $\pm 0'', 15$, а в пасмурную погоду — $\pm 0'', 08$.

Средняя квадратическая ошибка измерения угла из полной программы, вычисленная по α_2 (все измерения), как наименее обремененной погрешностями колебаний изображений, будет:

$$\mu_{с. пр} = \pm \sqrt{\frac{\alpha_2^2}{3 \cdot 5}} = \pm 0'', 35. \quad (8)$$

В солнечную погоду $\mu_{с. пр} = \pm 0'', 27$, а в пасмурную погоду $\pm 0'', 37$. Сопоставляя полученные значения (7) и (8) с аналогичными в [2], убеждаемся в их сходимости. Это же можно сказать и о величине γ . Как m_k и $\mu_{с. пр}$, так и в значительной мере γ практически не зависят от рефракционных погрешностей и поэтому характер изменения рефракции не сказывается на их значении.

Используя полученные угловые коэффициенты, вычислим ошибки боковой рефракции в невязках треугольников на краю периода видимости, для различных погодных условий.

Результаты этих вычислений следующие:

$$\begin{aligned} m_{r_1} &= \pm 0'', 26; & m_{r_1} &= \pm 0'', 27; & m_{r_1} &= \pm 0'', 24; \\ m_{r_2} &= \pm 0'', 77; & m_{r_2} &= \pm 0'', 81; & m_{r_2} &= \pm 0'', 73. \end{aligned} \quad (9)$$

За период видимости невязки треугольников могут быть искажены следующими величинами рефракции:

$$m_r = m_{r_1} + m_{r_2} = 1'', 03; \quad m_{rn} = 1'', 08, \quad m_{rc} = 0'', 97. \quad (10)$$

В расчете на один угол получим

$$\begin{aligned} m_{r_{уг}} &= \pm \sqrt{\frac{m_r^2}{3}} = \pm 0'', 59, \\ m_{2_{уг. солн}} &= \pm 0'', 62, & m_{2_{уг. пасм.}} &= \pm 0'', 56. \end{aligned} \quad (11)$$

Как мы уже указывали, при допуске расхождений величин углов между приемами в триангуляции 2 класса до $4''$ (OT—0,2) такая величина погрешности боковой рефракции в общем-то может быть заметной.

Учитывая, что ошибки боковой рефракции в течение периода видимости меняют знак, то в средних значениях углов из всего числа приемов произойдет некоторая компенсация этих ошибок.

Найдем возможные остаточные ошибки боковой рефракции в невязках треугольников за несимметричность угловых измерений относительно моментов изотермии:

$$\Delta m_r = \pm \sqrt{m_{r_s}^2 - m_{r_n}^2} = \pm 0'',72; \quad \Delta m_{r_c} = \pm 0'',76, \quad \Delta m_{r_n} = \pm 0,69. \quad (12)$$

Вследствие этого окончательные значения углов будут содержать в себе погрешности боковой рефракции, величиной $\pm 0'',40-0'',50$.

На основании проведенных исследований приходим к выводу, что угловые измерения в триангуляции второго класса, при определенных внешних условиях, выполняются несимметрично относительно моментов нулевых искажений, а результаты этих измерений могут быть обременены значительными ошибками боковой рефракции.

Чтобы ослабить результаты угловых измерений от ошибок боковой рефракции, необходимо применять новую методику для измерения углов, базирующуюся на современных достижениях в области изучения и ослабления воздействий боковой рефракции.

Сказанное выше должно быть принято во внимание при составлении программ наблюдений углов и, очевидно, в предписании наблюдателю на это следует обратить самое серьезное внимание.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пеллинен Л. П. Причины появления невязок треугольников с одним знаком. — «Геодезия и картография», 1956, № 5.
2. Тартачинский Р. М. Об ошибках угловых измерений в сетях триангуляции. — «Геодезия и картография», 1971, № 9.
3. Хижак Л. С. Связь между колебаниями изображений и ошибками углов рефракционного происхождения. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1964, № 1.

Работа поступила 22 ноября 1972 года.
Рекомендована кафедрой геодезии Львовского политехнического института.