

*E. K. НИКОЛЬСКИЙ, канд. техн. наук*  
Горьковский инженерно-строительный институт

## РЕФРАКЦИЯ ПРИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОМ НИВЕЛИРОВАНИИ В УСЛОВИЯХ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

При геометрическом нивелировании существенное влияние на искажение сообщения, передаваемого по протяженному оптическому каналу связи (рейка—нивелир), оказывают метеорологические факторы, к которым относятся влажность, давление и тепловые явления. Их влияние выражается в искривлении визирного луча (рефракции) при пересечении слоев воздуха с различными коэффициентами преломления.

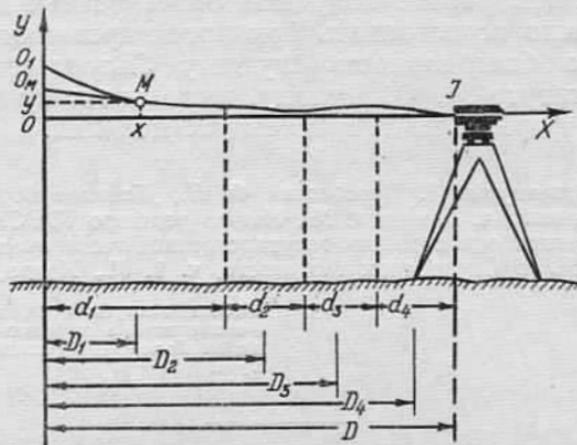
Рассмотрим вертикальную составляющую рефракции по линии «передающая—приемная система» (рейка—нивелир). Световой луч из точки  $O_1$  рейки приходит в точку  $I$  зрительной трубы нивелира, расположенной горизонтально (рисунок). Касательная  $IO$  к световой кривой в точке  $I$  будет проходить через точку  $O$ , соответствующую безошибочному (истинному) отсчету по рейке, а отрезок  $OO_1$  будет общей погрешностью  $\Delta a$  в отсчете  $a$  за влияние рефракции. Разместив начало координат в точке  $O$ , примем линию  $OI$  за ось абсцисс, а направление  $OO_1$  — за ось ординат.

Выберем на световой кривой текущую точку  $M(x_M, y_M)$  и проведем в ней касательную  $MO_M$  к кривой. Касательная  $MO_M$  пересечет ось ординат в точке  $O_M$ .

Элементарная погрешность  $\Delta$  за рефракцию будет

$$\Delta = OO_M = y + y_x' x, \quad (1)$$

где  $x$  и  $y$  — текущие координаты точки  $M$ .



Рефракция при геометрическом нивелировании.

В соответствии с рассуждениями и формулами, приведенными в работе Л. С. Юношева [2], запишем общую погрешность  $\Delta a$  в отсчете за рефракцию

$$\Delta a = \int_0^{x_j} d\Delta = \int_0^{x_j} \frac{1}{n} \operatorname{grad}_B n, \quad (2)$$

где  $n$  — коэффициент преломления света в воздухе;  $\operatorname{grad}_B n$  — вертикальный градиент показателя преломления света.

Учитывая, что коэффициент преломления света в воздухе близок к 1, а абсцисса точки  $I$  равна длине канала связи  $D$ , получаем

$$\Delta a = \int_0^D \operatorname{grad}_B n x dx. \quad (3)$$

Опираясь на выводы формул работы [2], напишем выражение вертикального градиента коэффициента преломления света в зависимости от градиентов температуры  $T$ , давления  $P$  и влажности  $e$

$$\operatorname{grad}_B n = -\frac{n-1}{T} \operatorname{grad}_B T + \frac{1,047 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B P -$$

$$-\frac{0,163 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B e, \quad (4)$$

где  $\operatorname{grad}_B T$ ,  $\operatorname{grad}_B P$ ,  $\operatorname{grad}_B e$  — вертикальные градиенты соответственно температуры, давления и влажности.

Подставив выражение (4) в формулу (3), получим

$$\Delta a = - \int_0^D \frac{n-1}{T} \operatorname{grad}_B T x dx + \int_0^D \frac{1,047 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B P x dx - \\ - \int_0^D \frac{0,163 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B e x dx. \quad (5)$$

Давление и влажность вдоль канала связи практически не меняются, поэтому, применив теорему о среднем, можно записать

$$\int_0^D \frac{1,047 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B P x dx - \int_0^D \frac{0,163 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B e x dx = \frac{D^2}{2} A,$$

где  $(6)$

$$A = \frac{1,047 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B P - \frac{0,163 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B e. \quad (7)$$

С учетом (6) формула (5) примет вид

$$\Delta a = - \int_0^D \frac{n-1}{T} \operatorname{grad}_B T x dx + \frac{D^2}{2} A. \quad (8)$$

Тепловой фактор действует вдоль всего канала связи непрерывно, но неравномерно. На границе двух разных по мощности источников тепла происходит «размывание» их полей, поэтому переход от температуры воздуха и вертикального градиента температуры на одном участке канала связи к значениям этих параметров на другом участке будет плавным. Выделив по каналу связи участки, вдоль которых вертикальный градиент показателя преломления не меняет направления на противоположное и изменяется постепенно («рефракционные блоки» [2]), применим к выражению (8) теорему о разбиении интеграла

$$\Delta a = \frac{D^2}{2} A - \sum_{i=1}^k \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{n-1}{T} \operatorname{grad}_B T x dx, \quad (9)$$

где  $k$  — количество рефракционных участков.

$$-\frac{0,163 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B e, \quad (4)$$

где  $\operatorname{grad}_B T$ ,  $\operatorname{grad}_B P$ ,  $\operatorname{grad}_B e$  — вертикальные градиенты соответственно температуры, давления и влажности.

Подставив выражение (4) в формулу (3), получим

$$\Delta a = - \int_0^D \frac{n-1}{T} \operatorname{grad}_B T x dx + \int_0^D \frac{1,047 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B P x dx - \\ - \int_0^D \frac{0,163 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B e x dx. \quad (5)$$

Давление и влажность вдоль канала связи практически не меняются, поэтому, применив теорему о среднем, можно записать

$$\int_0^D \frac{1,047 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B P x dx - \int_0^D \frac{0,163 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B e x dx = \frac{D^2}{2} A,$$

где

$$A = \frac{1,047 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B P - \frac{0,163 \cdot 10^{-4}}{T} \operatorname{grad}_B e. \quad (7)$$

С учетом (6) формула (5) примет вид

$$\Delta a = - \int_0^D \frac{n-1}{T} \operatorname{grad}_B T x dx + \frac{D^2}{2} A. \quad (8)$$

Тепловой фактор действует вдоль всего канала связи непрерывно, но неравномерно. На границе двух разных по мощности источников тепла происходит «размывание» их полей, поэтому переход от температуры воздуха и вертикального градиента температуры на одном участке канала связи к значениям этих параметров на другом участке будет плавным. Выделив по каналу связи участки, вдоль которых вертикальный градиент показателя преломления не меняет направления на противоположное и изменяется постепенно («рефракционные блоки» [2]), применим к выражению (8) теорему о разбиении интеграла

$$\Delta a = \frac{D^2}{2} A - \sum_{i=1}^k \int_{x_{i-1}}^{x_i} \frac{n-1}{T} \operatorname{grad}_B T x dx, \quad (9)$$

где  $k$  — количество рефракционных участков.

Величины  $n$ ,  $T$ ,  $\text{grad}_B T$  являются в пределах выделенного участка конечными, следовательно, для каждого интеграла выражения (9) можно применить теорему о среднем:

$$\Delta a = \frac{D^2}{2} A - \sum_{i=1}^k \frac{n_i - 1}{T_i} \text{grad}_B T_i \cdot \frac{1}{2} (x_i + x_{i-1}) (x_i - x_{i-1}), \quad (10)$$

где  $n_i$ ,  $T_i$ ,  $\text{grad}_B T_i$  — средние значения метеоэлементов на участке  $i$ .

Рассматривая  $(x_i - x_{i-1}) = d_i$  как длину участка  $i$  влияния теплового фактора, а  $\frac{1}{2} (x_i + x_{i-1}) = D_i$  как часть длины  $D$  канала связи от передающей системы до середины участка  $i$  влияния теплового фактора (рисунок), перепишем выражение (10) в следующем виде:

$$\Delta a = \frac{D^2}{2} A - \sum_{i=1}^k \frac{n_i - 1}{T_i} \text{grad}_B T_i d_i D_i. \quad (11)$$

Таким образом, чем ближе расположен источник тепла к приемной системе (т. е. чем больше  $D_i$ ), тем сильнее его помехи действуют на канал связи. При этом первостепенное значение имеет мощность теплового источника.

Тепловой баланс цеха промышленного предприятия включает потоки тепла через наружное ограждение и тепло, поступающее вследствие деятельности человека. Потоки тепла между внешним и внутренним воздухом определяются внешними метеорологическими условиями и термическими характеристиками наружного ограждения.

Основной вид теплообмена через ограждение — кондуктивный теплообмен, обусловленный теплопроводностью стен, окон, дверей и т. д.

Другой вид теплообмена — инфильтрационный. Это воздухообмен, который всегда наблюдается в условиях промышленных предприятий. Он осуществляется через щели в окнах и дверях, через специально открытые рамы, вентиляционные отверстия и т. д. Особенно значительный он бывает в зимний период.

Третий вид теплообмена — лучистый теплообмен, обусловленный лучистыми потоками тепла, падающими на ограждение (стены, крыши цехов).

Как правило, рассмотренные виды теплообмена определяют среднюю температуру помещения. Однако для цеха промышленного предприятия характерно наличие локальных разнесенных источников тепла, например паропроводов, паровых котлов, турбин и т. д. Около них формируются особые температурные поля и возникают большие температурные градиенты. Инфильтрационный обмен может их резко усиливать. Наиболее резкие перепады температур отмечаются по вертикали в случа-

ях, когда цех имеет несколько уровней и в межэтажном пространстве расположены паропроводы. Проведенное в турбинном цехе одной теплоэлектростанции измерение температуры воздуха по вертикали дало значение  $+23^{\circ}\text{C}$  на отметке 1 м,  $+45^{\circ}\text{C}$  — на отметке 5 м и  $+37,4^{\circ}\text{C}$  — на отметке 9 м, что соответствует вертикальным градиентам температуры  $+5,5$  град/м и  $-2$  град/м. Этот фактический материал говорит о том, что описать температурное поле цеха, насыщенного в результате деятельности человека источниками поступления тепла, чрезвычайно трудно. Кроме описанного изменения температурного поля в пространстве отмечается резкое изменение его во времени, обусловленное турбулентными процессами.

Таким образом, температурное поле цеха промышленного предприятия характеризуется большой неоднородностью и наличием мощных разнесенных источников теплового излучения. Поэтому инструментально-аналитический путь учета рефракции, основанный на измерении вертикальных градиентов температуры в одной-двух точках линии визирования и последующем введении поправок, не приведет к улучшению результатов. При увеличении же количества градиентных определений значительно возрастает трудоемкость работы, что позволяет применять этот метод лишь при измерениях на уникальных объектах. Большего эффекта следует ожидать от учета рефракции при помощи применения специальной методики нивелирования, основанной на знании характера влияния теплового фактора. Проанализируем некоторые случаи рефракционных воздействий на результаты геометрического нивелирования в условиях промышленных предприятий.

Предположим, что вдоль визирного луча находится несколько источников теплового излучения, образующих  $j$  рефракционных участков протяженностью  $d_1=d_2=\dots=d_j=d$ . Тогда расстояние от нивелира до середины  $i$ -го участка определится зависимостью  $D=(i-0,5)d$ . Подставив это значение в формулу (11), получим

$$\Delta a = \frac{D^2}{2} A - d^2 \sum_{i=1}^j (i-0,5) \frac{n_i - 1}{T_i} \text{grad}_B T_i. \quad (12)$$

Следовательно, если рефракционные участки равны по протяженности, то относительную силу их действия можно характеризовать произведением  $(i-0,5)\text{grad}_B T_i$ , отражающим влияние степени удаления участка от рейки и мощность его температурного поля.

Поскольку из-за стесненных условий цехов длина  $D$  визирного луча при геометрическом нивелировании не превышает 20—25 м, а количество источников теплового излучения вдоль линии небольшое, то число рефракционных участков будет около двух-трех. Это позволяет упростить анализ рефракционных влияний и свести его к рассмотрению нескольких случаев.

При изучении различных вариантов расположения источников мощного теплового излучения будем полагать, что давление  $P=760$  мм рт. ст., влажность  $e=50$  мм, показатель преломления для белого света  $n=1,000265$ , средняя температура воздуха в цехе  $T=300$  К при вертикальном градиенте температуры  $\text{grad}_B T=0,5$  град/м и температура воздуха над источником мощного теплового излучения 315 К при вертикальном градиенте температуры  $\text{grad}_B T=5$  град/м.

**Вариант 1.** Весь канал связи рейка—нивелир находится под воздействием источника мощного теплового излучения, т. е. вся линия визирования представляет собой один рефракционный участок  $d=D$ . Тогда формула (11) примет вид

$$\Delta a = \frac{D^2}{2} A - \frac{n-1}{T} \text{grad}_B T \cdot \frac{D^2}{2}. \quad (13)$$

Прежде вычислим величину А, упростив выражение (7) с учетом формул, приведенных в работе [1]:

$$A = -3,58 \cdot 10^{-6} \frac{P}{T^2} + 0,557 \cdot 10^{-6} \frac{e}{T^2},$$

$$A = (-0,0302 + 0,0003) 10^{-6} = -0,0299 \cdot 10^{-6}. \quad (14)$$

Следовательно, влияние влажности в 100 раз меньше влияния давления, а их совместное влияние при геометрическом нивелировании настолько мало, что его можно не учитывать.

Подставив числовые значения в формулу (13), получим для  $D=10$  м  $\Delta a=-0,21$  мм, а для  $D=20$  м  $\Delta a=-0,84$  мм.

**Вариант 2.** Источник мощного теплового излучения расположен рядом с нивелиром и имеется два равных по протяженности рефракционных участка, т. е.  $d_1=d_2=\frac{1}{2}D$ ,  $D_1=\frac{1}{4}D$ ,

$$D_2=\frac{3}{4}D.$$

В этом случае выражение (11) примет вид

$$\Delta a = \frac{D^2}{2} A - \frac{n_1-1}{T_1} \text{grad}_B T_1 \cdot \frac{D^2}{8} - \frac{n_2-1}{T_2} \text{grad}_B T_2 \cdot \frac{3D^2}{8}. \quad (15)$$

Учитывая, что максимальные значения метеорологических элементов имеет второй участок, подставим в формулу (15) числовые значения и получим  $\Delta a=-0,16$  мм (для  $D=10$  м),  $\Delta a=-0,66$  мм (для  $D=20$  м).

**Вариант 3.** Источник мощного теплового излучения, расположенный рядом с рейкой, формирует вдоль канала связи два разных по протяженности рефракционных участка. В этом случае общая ошибка будет вычисляться по формуле (15), но ее максимальные значения будут на первом участке:  $\Delta a=-0,07$  мм (для  $D=10$  м),  $\Delta a=-0,28$  мм (для  $D=20$  м).

**Вариант 4.** Источник мощного теплового излучения расположен посередине канала связи и образует три равнопротяженных рефракционных участка, т. е.  $d_1=d_2=d_3=\frac{1}{3}D$ ,  $D_1=\frac{1}{6}D$ ,  $D_2=\frac{1}{2}D$ ,  $D_3=\frac{5}{6}D$ . Выражение (11) после преобразования будет иметь вид

$$\Delta a = \frac{D^2}{2} A - \frac{n_1-1}{T_1} \operatorname{grad}_B T_1 \frac{D^2}{18} - \frac{n_2-1}{T_2} \operatorname{grad}_B T_2 \frac{D^2}{6} - \frac{n_3-1}{T_3} \operatorname{grad}_B T_3 \frac{5D^2}{18}. \quad (16)$$

Подставив числовые значения в формулу (16), получим  $\Delta a = -0,09$  мм (для  $D=10$  м) и  $\Delta a = -0,35$  мм (для  $D=20$  м).

Таким образом, проведенный анализ влияния местоположения источника теплового излучения на ошибку в отсчете показал, что наибольшая опасность создается при его размещении рядом с нивелиром. Искажение сообщения при влиянии теплового фактора на прилегающую к приемной системе часть канала связи в три раза сильнее, чем на прилегающую к передающей системе (при прочих одинаковых метеоэлементах). Если протяженность канала связи «рейка—нивелир» возрастает, то искажение сообщения увеличивается пропорционально квадрату длины канала. Эти искажения соизмеримы с определяемыми величинами (например, с величинами осадок сооружений) и превосходят инструментальную точность средств измерения.

Рассмотрим влияние рефракции на результаты определения превышения на станции. Общая погрешность в превышении будет равна разности рефракционных погрешностей  $\Delta a_1$  и  $\Delta a_2$  в отсчетах по двум рейкам

$$\Delta h = \Delta a_1 - \Delta a_2. \quad (17)$$

Используя формулу (11), определим

$$\begin{aligned} \Delta h = & \frac{D_1^2}{2} A_1 - \sum_{i=1}^k \frac{n_i-1}{T_i} \operatorname{grad}_B T_i d_i D_i - \frac{D_2^2}{2} A_2 + \\ & + \sum_{j=1}^l \frac{n_j-1}{T_j} \operatorname{grad}_B T_j d_j D_j, \end{aligned} \quad (18)$$

где  $D_1$ ,  $A_1$  и  $D_2$ ,  $A_2$  — элементы, принадлежащие соответственно первому и второму протяженным оптическим каналам связи («задняя рейка—нивелир» и «передняя рейка—нивелир»).

Так как влажность и давление в пределах закрытого помещения можно считать постоянными, а протяженности  $D_1$  и  $D_2$  линий визирования примерно одинаковыми, то

$$\frac{D_1^2}{2} A_1 = \frac{D_2^2}{2} A_2.$$

С учетом этого формула (18) будет иметь вид

$$\Delta h = \sum_{j=1}^l \frac{n_j - 1}{T_j} \operatorname{grad}_B T_j d_j D_j - \sum_{i=1}^k \frac{n_i - 1}{T_i} \operatorname{grad}_B T_i d_i D_i. \quad (19)$$

Очевидно, что равенство погрешности превышения нулю возможно в трех случаях:

- каждая линия визирования представляет собой только один рефракционный участок, а воздействие теплового фактора одинаково для всей измерительной системы;

- источники теплового излучения вдоль первого и второго каналов связи центрально-симметричны относительно нивелира и попарно равны по мощности и по протяженности;

- при случайной комбинации факторов, обеспечивающих равенство  $\Delta a_1$  и  $\Delta a_2$ .

Хорошая компенсация погрешностей рефракционного происхождения ожидается при расположении тепловых источников вблизи реек и при малой длине участков мощных рефракционных влияний.

Влияние погрешностей  $\Delta h$  на сумму превышений нивелирного хода зависит от расположения источников теплового излучения вдоль хода и может быть как систематическим, так и случайнм. Но даже при случайнм характере этих погрешностей точность нивелирования значительно понизится, а невязка суммы превышений хода будет больше допуска, установленного инструкциями.

Полученные формулы (11) и (19) можно использовать при инструментально-аналитическом и методическом учете влияния рефракции. Учитывая трудоемкость инструментально-аналитического учета, предусматривающего многократное измерение вертикальных градиентов температуры на каждом рефракционном участке и последующее вычисление поправок по формулам, мы рекомендуем методический путь. При нем достигается уменьшение рефракционных влияний в результате наилучшего выбора мест расположения нивелира и реек. Поскольку в условиях цеха размещение источников теплового излучения не меняется и точки постановок нивелира и реек из года в год остаются неизменными (например, при наблюдении за осадками сооружений), то при составлении проекта геодезических работ можно наметить такое расположение осадочных марок, речных точек и станций, при котором влияние вертикальной рефракции будет значительно ослаблено. При этом необходимо руководствоваться следующими практическими предложениями:

- нивелир устанавливать так, чтобы вблизи него не располагались источники мощного теплового излучения;

- речные точки и нивелир размещать так, чтобы источники рефракции по возможности располагались симметрично относительно инструмента;
- при невозможности соблюдения предыдущих рекомендаций необходимо резко уменьшать в условиях рефракционных влияний длины визирных лучей.

**Список литературы:** 1. Изотов А. А., Пеллинен Л. Н. Исследования земной рефракции и методов геодезического нивелирования. — Тр. ЦНИИГАиК, 1955, вып. 102. 2. Юношев Л. С. Боковая рефракция света при измерениях углов. М., Недра, 1969.

Работа поступила 26 апреля 1978 года.  
Рекомендована кафедрой инженерной геодезии Горьковского инженерно-строительного института.