

*П. В. ПАВЛИВ*, канд. техн. наук  
Львовский лесотехнический институт

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ВЛИЯНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ НИВЕЛИРОВАНИИ 1-го И 2-го КЛ.

Точность нивелирования 1-го и 2-го кл. характеризуют случайные и систематические средние квадратические погрешности. Для определения случайных и систематических погрешностей многие авторы предложили ряд формул [2, 6, 8]. Выполненный анализ [6] показал, что по структуре они близки между собой. Однако при сравнении результатов значений средних квадратических систематических погрешностей, полученных на основании этих формул для одного и того же нивелирования, расхождения между ними в процентном отношении в несколько раз превышают соответствующие расхождения для случайных погрешностей [6]. Для определения систематических средних квадратических погрешностей  $\sigma$  рекомендована следующая формула [3]:

$$\sigma^2 = \frac{1}{4 [L]} \left[ \frac{S^2}{L} \right], \quad (1)$$

где  $S$  — накопление разностей превышений на участках протяженностью  $L$ , характеризующихся однообразным значением систематических погрешностей, которые следует устанавливать на основании специальных графиков. Величины  $S$  берут по графику как разности ординат средней линии, проведенной симметрично относительно кривой однообразного накопления разностей на соответствующем участке.

Анализ показал, что как при используемом ранее, так и при графическом способе определения  $S$  трудно избежать субъективного подхода при установлении длины участка  $L$ , что в значительной степени обуславливает определяемую величину  $\sigma$ . Изменения значений  $\sigma$  могут превышать 30% определяемой величины. Следовательно, получаемые таким образом значения систематических средних квадратических погрешностей не могут служить объективной характеристикой точности получаемых результатов нивелирования 1-го и 2-го кл.

Выполненные исследования [5, 7] показали, что более глубоко изучить причины, обусловившие систематическое накопление погрешностей, установить основные источники и степень влияния каждого источника в отдельности можно методами математической статистики при помощи корреляционного и дисперсионного анализов. Опубликованные в статьях [5, 7] результаты исследований показали, что коэффициенты регрессии достаточно хорошо характеризуют степень систематического влияния того или другого источника погрешностей. Для дальнейшего исследования и расширения возможностей использования математической статистики, а также оценки точности нивелирования 1-го и 2-го кл. определим значение систематических ошибок при помощи дисперсионного анализа.

Для этого используем данные, приведенные в таблице [5], где сгруппированы нормированные разности превышений прямых и обратных ходов  $\varepsilon_{ij}$  по длине секций и разностям высот их конечных точек. За вес примем количество измерений каждой группы  $n_j$  и подгруппы  $n_{ij}$ .

Независимые дисперсии  $m_0^2$  и  $\mu^2$  определим по следующим формулам:

$$m_0^2 = \frac{[n_{ij} \delta_{ij}^2]}{N - k}; \quad (2) \quad \mu^2 = \frac{[n_j \omega_j^2]}{k - 1}, \quad (3)$$

где  $\delta_{ij}$  — отклонение от средних значений  $\varepsilon_{ij}$ ;  $\omega_j$  — отклонение от средних значений  $\varepsilon_j$ ;  $N$  — общее количество измерений;  $k$  — количество групп;  $N - k = k_2$  и  $k - 1 = k_1$  — число степеней свободы.

На основании формул (2), (3) получим  $m_0^2 = 0,0908$  и  $\mu^2 = 0,7413$ .

Известно [1, 4], что отношение дисперсий случайных выборок из одной и той же генеральной совокупности  $\Theta = \mu^2/m_0^2$  подчиняется определенному закону распределения. Поэтому с заданной доверительной вероятностью  $P$  можно найти допустимое или граничное значение такого отношения  $\Theta$ , которое иногда называют показателем достоверности.

Для  $P = 0,95$  и  $P = 0,99$  при  $N - k = 362$  и  $k - 1 = 6$  показатели достоверности равны соответственно 2,1 и 2,8. Вероятность превысить эти величины в первом случае равняется 0,05, а во втором 0,01.

Средние значения нормированных разностей превышений  $\varepsilon$ /мм/, сгруппированных по длине секций  $r$  км и значению превышений  $h$  м

$h$ , м	0,09		0,20		0,30		0,49	
$r$ , км	$n_{ij}$	$\varepsilon_{ij}$	$n_{ij}$	$\varepsilon_{ij}$	$n_{ij}$	$\varepsilon_{ij}$	$n_{ij}$	$\varepsilon_{ij}$
0,9	23	1,01	7	1,47	3	0,96	3	0,53
5,0	7	1,65	9	1,39	13	1,75	14	1,56
7,2	5	1,79	4	1,89	5	0,54	16	1,84
9,5	18	1,60	15	1,28	20	1,94	26	1,74
12,8	10	1,32	8	1,74	11	1,31	8	1,40
7,6	63	1,36	43	1,47	52	1,57	67	1,63
$h$ , м	0,88		1,32		1,79		0,66	
$r$ , км	$n_{ij}$	$\varepsilon_{ij}$	$n_{ij}$	$\varepsilon_{ij}$	$n_{ij}$	$\varepsilon_{ij}$	$n_j$	$\varepsilon_j$
0,9	8	1,13	5	0,97	4	2,10	53	1,14
5,0	8	1,89	14	1,64	2	2,27	67	1,66
7,2	10	1,61	12	1,74	5	1,05	57	1,61
9,5	23	1,35	21	1,84	12	1,51	135	1,63
12,8	5	1,50	7	1,47	8	1,88	57	1,50
7,6	54	1,45	59	1,65	31	1,66	369	1,54

Фактическое значение отношения дисперсий  $\mu^2/m_0^2$  в нашем случае составляет  $\Theta=8,2$ . Следовательно, расхождения величины  $\mu^2$  и  $m_0^2$  нельзя объяснить действием только случайных погрешностей, и поскольку мы исследуем в данном случае зависимость разностей превышений прямых и обратных ходов от величины разностей высот их конечных точек, можно сделать вывод о том, что с изменением разностей высот меняются значения погрешностей. Таким образом, разность высот при нивелировании однообразно направленных скатов служит источником систематических погрешностей.

Систематическую часть погрешности  $m_h$ , зависящую от величины превышений, можно определить на основании следующей формулы [4]:

$$m_h^2 = \frac{(\mu^2 - m_0^2) N(k-1)}{N^2 - [n_i^2]} \quad (4)$$

Используя формулу (4), получаем  $m_h=0,11$  мм, что соответствует коэффициенту регрессии [5], определенному по тем же исходным данным и составившему 0,13 мм.

Систематическая часть ошибок  $m_L$ , зависящая от длины ходов и полученная таким же способом, в нашем случае составила  $m_L=0,49$  мм.

Анализ рекомендуемой действующей инструкцией методики и методик, базирующихся на применении корреляционного и дисперсионного анализов, показал, что более объективно определять степень систематического влияния дают возможность

статистические методы. При их помощи, исключая субъективный подход, можно не только определить степень систематического влияния, но и установить конкретный источник погрешностей, что особенно важно при разработке методики, ослабляющей или исключаящей действие того или иного источника погрешностей.

**Список литературы:** 1. Браунли К. А. Статистические исследования в производстве. М., ИЛ, 1949. 2. Звонов В. И. О точности нивелировок 1 класса. — Тр. ЦНИИГАиК, 1952, вып. 87. 3. Инструкция по вычислению нивелировок. М., Недра, 1971. 4. Лебединский Н. И. О математической обработке групповых наблюдений. — Геодезия и картография, 1958, № 9. 5. Павлив П. В. Исследование ошибок, зависящих от превышений, при нивелировании вдоль рек. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1966, вып. 5. 6. Павлив П. В. Об оценке точности нивелирования вдоль рек по разностям превышений прямых и обратных ходов. — Инженерная геодезия, 1966, вып. 3. 7. Павлив П. В. О влиянии температуры воздуха на механизм накопления ошибок, зависящих от величины превышения. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1973, вып. 18. 8. Чеботарев А. С. Оценка точности результатов нивелирования. ЦНИИГАиК, 1951, вып. 85.

Работа поступила 3 марта 1978 года. Рекомендована кафедрой инженерной геодезии и лесной таксации Львовского лесотехнического института.