

## О ВЛИЯНИИ ДЛИН СТОРОН ТРИАНГУЛЯЦИИ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ УГЛОВ

В работе продолжено изучение зависимости средней квадратической ошибки измерения угла в триангуляции от ряда внешних факторов, начатое автором в работе [2].

При определении влияния длин сторон триангуляции на точность угловых измерений были использованы 1264 невязки треугольников 2-го кл. в районе Дальнего Востока, 425 невязок в районе Казахстана и 221 невязка в районе Коми АССР.

Район Дальнего Востока в основном горный. Отдельные вершины достигают 1600—1800 м над уровнем моря. На большинстве пунктов построены металлические пирамиды. Район Казахстана открытый, безлесный и всхолмленный. Колебание отметок пунктов находится в пределах 200—400 м. На большинстве пунктов построены металлические или деревянные пирамиды.

Местность в районе Коми АССР представляет волнистую равнину с абсолютными высотами 80—240 м. Большая часть района покрыта лесом. На большинстве пунктов построены сложные деревянные сигналы. Во всех районах горизонтальные углы измеряли теодолитами ОТ-02 или ОТ-02М в основном круговыми приемами или во всех комбинациях. Видоизмененный способ измерения в комбинациях и способ «неполных приемов» применяли весьма ограниченно.

Исследование проводили в такой последовательности. На схему сети триангуляции выписывали невязки треугольников и длины сторон. Для каждого треугольника вычисляли среднее значение длины его сторон. Затем все невязки треугольников распределяли на группы в зависимости от средней длины стороны треугольника так, что в каждой последующей группе верхний предел средней стороны увеличивался на 1 км. Для каждой группы по невязкам треугольников вычисляли значения средней квадратической ошибки измерения угла  $m$  по формуле Ферреро

$$m = \sqrt{\frac{[\omega\omega]}{3n}}, \quad (1)$$

где  $\omega$  — невязки треугольников;  $n$  — количество треугольников в группе.

Полученные результаты приведены в табл. 1 и показаны на рисунке. По этим данным была проверена статистическая гипо-

## Зависимость ошибки измерения угла от длины сторон треугольника

Средняя длина стороны треугольника, км	Район Дальнего Востока			Район Казахстана			Район Коми АССР		
	$m$	$m^*$	количество треугольников	$m$	$m^*$	количество треугольников	$m$	$m^*$	количество треугольников
6—7	—	—	—	$\pm 0,82''$	$\pm 0,09''$	45	—	—	—
7—8	—	—	—	0,78	0,07	64	—	—	—
8—9	$\pm 1,00''$	$\pm 0,10''$	61	0,90	0,07	85	$\pm 0,98''$	$\pm 0,20''$	14
9—10	0,87	0,08	59	0,76	0,07	76	0,98	0,17	19
10—11	0,93	0,06	121	0,82	0,08	64	0,90	0,12	34
11—12	0,96	0,06	147	0,75	0,08	48	0,80	0,11	32
12—13	0,87	0,05	166	0,81	0,12	28	0,70	0,09	34
13—14	0,96	0,05	193	1,00	0,19	15	0,76	0,10	32
14—15	0,80	0,05	140	—	—	—	0,90	0,12	32
15—16	0,85	0,06	130	—	—	—	0,76	0,12	24
16—17	0,91	0,07	92	—	—	—	—	—	—
17—18	0,97	0,09	69	—	—	—	—	—	—
>18	0,91	0,07	86	—	—	—	—	—	—

Среднее  $\pm 0,91''$   $\Sigma=1264 \pm 0,82''$  425  $\pm 0,83''$  221

\* Средняя квадратическая ошибка значения  $m$ , вычисленная по формуле  $m_m \sim \frac{0,75 m}{\sqrt{n}}$ , приведенной в [4].

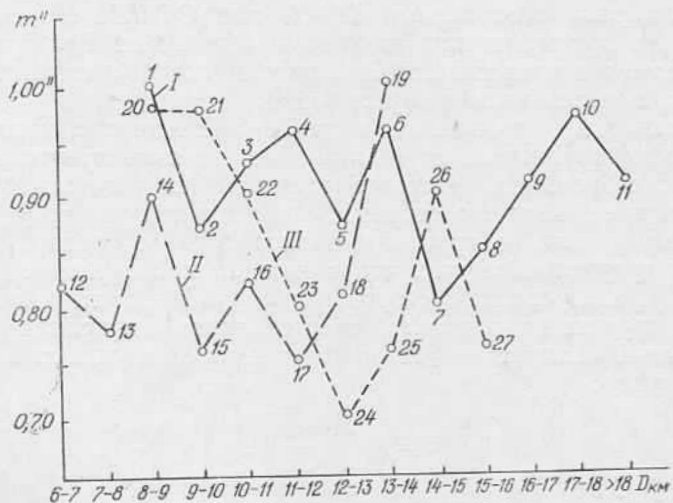


График зависимости точности угловых измерений от длин сторон треугольников:

I — район Дальнего Востока; II — район Казахстана; III — район Коми АССР.

теза о равенстве дисперсий с использованием критерия  $F$  (Фишера—Снедекора), который определяют по формуле [3]

$$F = \frac{\bar{s}_1^2}{\bar{s}_2^2}, \quad (2)$$

где  $\bar{s}_1^2$  и  $\bar{s}_2^2$  — несмещенные оценки дисперсий (вместо  $\bar{s}$  использовали средние квадратические ошибки  $m$ ). Так, для точек 1 и 7 (см. рисунок) проверку выполняли так. По квадратам средних квадратических ошибок находили выборочное значение критерия  $F$

$$F_{1,7} = \frac{m_1^2}{m_7^2} = \frac{1,00}{0,64} = 1,56.$$

Из табл. VI, приложение к работе [3] (при  $q_{\text{табл}} = 5\%$ ,  $k_1 = n_1 - 1 = 61 - 1 = 60$  и  $k_7 = n_7 - 1 = 140 - 1 = 139$ , где  $q$  — уровень значимости;  $k_1$  и  $k_7$  — число степеней свободы;  $n_1$  и  $n_7$  — число треугольников в группах, соответствующих точкам 1 и 7 рисунка) табличное значение критерия  $F$  равно 1,42.

Следовательно, выборочное значение  $F = 1,55$  попадает в критическую область и является значимым, а предположение о равенстве дисперсий опровергается, т. е. изменение сторон треугольников от 8—9 км до 14—15 для Дальнего Востока существенно влияет на точность угловых измерений.

Аналогично были проверены статистические гипотезы о равенстве дисперсий и для других пар точек графика. Результаты проверки приведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Проверка статистической гипотезы о равенстве дисперсий

Район Дальнего Востока	Район Казахстана	Район Коми АССР
$F_{1,7} = 1,55$ (1,42)* $F_{10,7} = 1,44$ (1,40)	$F_{14,17} = 1,78$ (1,88) $F_{19,17} = 1,44$ (1,56)	$F_{21,24} = 1,96$ (1,93)

\* В скобках приведены табличные значения  $F$ .

Из табл. 2 следует, что для Казахстана предположение о равенстве дисперсий не опровергается, хотя выборочные значения критерия немногим меньше табличных. Это можно объяснить малым числом степеней свободы некоторых выборок (так,  $k_{19} = 14$ ), но общая тенденция изменения средней квадратической ошибки с изменением длин сторон треугольников для этого района такая же, как и для двух других.

Проанализировав полученные данные, можно сделать следующие выводы.

1. При увеличении длин сторон треугольников от 8 до 14 км во всех трех районах средняя квадратическая ошибка уменьшается от 0,90''—1,00'' до 0,70—0,90'', что, вероятно, объяс-

няется уменьшением влияния ошибок элементов приведения.

2. При увеличении длин сторон от 11—13 до 14—18 км средняя квадратическая ошибка измерения углов увеличивается от 0,70"—0,90" до 0,90—1,00", по-видимому, из-за увеличения влияния рефракции и ухудшения видимости.

3. Малые коэффициенты корреляции между длинами сторон и ошибками измерения углов говорят о слабой их корреляционной связи:  $r_1 = -0,20(0,25)$  — для Дальнего Востока;  $r_2 = +0,37(0,35)$  — для Казахстана,  $r_3 = -0,68(0,61)$  — для Коми АССР. Поскольку здесь  $n < 50$ , то в скобках приведены табличные значения  $r$ , вычисленные не по формуле  $r = 3m_r$ , а с помощью таблицы функции  $z$  в [4].

4. Однако, если разделить полученные графики на две части: а) нисходящие ветви; б) восходящие ветви, то коэффициенты корреляции получаются значительно больше:

$$r_1^a = -0,46(0,38), \quad r_1^b = +0,83(0,72);$$

$$r_2^a = -0,40(0,38),$$

$$r_3^a = -0,97(0,94), \quad r_3^b = +0,30(0,43).$$

5. В целом не выявляется тесная корреляционная связь величин  $D$  и  $m$ , но имеется общая тенденция ошибок измеренных углов уменьшаться в середине исследуемых диапазонов изменения сторон, что позволяет считать оптимальными длинами сторон для Дальнего Востока 14—15 км, а для Казахстана и Коми АССР — 11—13 км.

6. Выводы, сделанные в настоящей работе, могут быть использованы при проектировании сетей триангуляции 2-го кл. в различных физико-географических условиях.

**Список литературы:** 1. Инструкция о построении государственной геодезической сети СССР. М., Недра, 1966. 2. Пузанов С. И. Некоторые вопросы точности угловых измерений в триангуляции 2 и 3 классов. — Сборник научно-теоретических и производственных статей по геодезии, аэрофототопографии и картографии, 1969, вып. 24. 3. Смирнов Н. В., Белугин Д. А. Теория вероятностей и математическая статистика в приложении к геодезии. М., Недра, 1969. 4. Большаков В. Д., Гайдаев П. А. Теория математической обработки геодезических измерений. М., Недра, 1977.

Работа поступила 28 апреля 1978 года.  
Рекомендована кафедрой прикладной геодезии Львовского политехнического института.