УДК 528.33

В. И. РУДСКИЙ, канд. техн. наук,
Полтавский инженерно-строительный институт,
Л. Н. ПЕРОВИЧ, канд. техн. наук,
Ивано-Франковский институт нефти и газа

О ПОСТРОЕНИИ ХОДОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

В настоящее время определенную известность получили некоторые методы пространственной геодезии [2]. В частности, стали известны методы и формулы пространственной триангуляции, позволяющие определять пространственные координаты пунктов [1] и по данным геодезических измерений передавать вдоль сети, например с пункта 1 на пункт 2, астрономические координаты и азимуты [6]:

$$\left.\begin{aligned}
\sin\varphi_2 &= -\sin\varphi_1\cos(z_{12}+z_{21}) - \cos\varphi_1\Big[\cos\alpha_{1,2}\sin\times\\
&\qquad\times(z_{12}+z_{21}) + \frac{\gamma''_{12}}{\rho''}\sin\alpha_{12}\sin z_{21}\Big];\\
\sin\lambda_{12} &= \frac{-\sin\alpha_{12}\sin(z_{12}+z_{21}) + \dfrac{\gamma''_{12}}{\rho''}\cos\alpha_{12}\sin z_{21}}{\cos\varphi_2};\\
\sin\alpha_{21} &= -\\
&-\frac{\cos\varphi_1\left(\sin\alpha_{12} - \dfrac{\gamma''_{12}}{\rho''}\cos\alpha_{12}\cos z_{12}\right) + \dfrac{\gamma''_{12}}{\rho''}\sin\varphi_1\sin z_{12}}{\cos\varphi_2};
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\gamma_{12} = K_{13} - K_{23}; \quad (2)$$

$$\left.\begin{aligned}
\cos K_{13} &= \frac{\cos z_{13} - \cos z_{12}\cos A_1}{\sin z_{12}\sin A_1};\\
\cos K_{23} &= \frac{\cos z_{23} - \cos z_{21}\cos A_2}{\sin z_{21}\sin A_2},
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

где z — зенитные расстояния соответствующих направлений; A — плоские углы, вычисляемые по измеренным углам и зенитным расстояниям

$$\left.\begin{aligned}
\cos A_1 &= \cos z_{12}\cos z_{13} + \sin z_{12}\sin z_{13}\cos a_1;\\
\cos A_2 &= \cos z_{21}\cos z_{23} + \sin z_{21}\sin z_{23}\cos a_2.
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Как видно из формулы (1), значения астрономических координат и азимута зависят в основном от положения в пространстве ходовой линии 1—2 и отвесных линий на ее концах. Остальные геометрические параметры (форма треугольника, т. е. его горизонтальные углы, зенитные расстояния), как это видно из формул (2) и (3), содержатся в небольшом угле γ_{12} между взаимными вертикальными плоскостями на линии 1—2.

Формулы (1) позволяют также видеть качественную характеристику влияния геометрической формы примычного пространственного треугольника на определяемые величины *. Так, чем ближе к меридиану направление передачи, тем меньше влияет форма треугольника на определение φ и, наоборот, больше ее влияние на разность долгот λ_{12}. При $\lambda_{12}=90°(270)°$ влияние формы треугольника обратное: в определении широты оно максимальное, а в определении разности долгот отсутствует. При передаче азимута в любом направлении геометрическая форма примычного треугольника влияет, однако тем меньше, чем ближе направление к 1-му вертикалу.

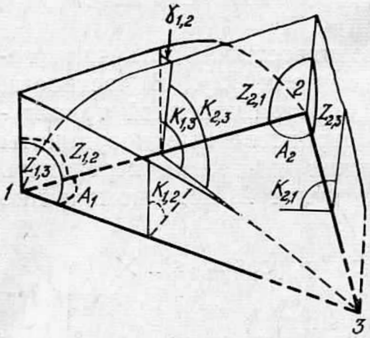

Рис. 1. Примычный пространственный треугольник.

Количественная оценка влияния формы треугольника с использованием дифференциальных формул была выполнена в работе [3].

Развитие и совершенствование радиофизических методов определения расстояний позволило в геодезическом производстве наряду с триангуляцией широко применять полигонометрию. Известно, что в ряде случаев полигонометрия экономически и технически более выгодна, чем триангуляция, поскольку позволяет лучше использовать рельеф местности, значительно уменьшать высоты знаков и в большей степени варьировать длинами сторон. Поэтому, как и в триангуляции, возникает необходимость рассмотреть малоизученный вопрос о построении пространственных полигонометрических ходов, измерения в которых дают возможность получить три координаты для каждой его точки.

Обращаясь к формулам (1)—(2), видим, что, несмотря на использование при передаче астрономических данных примычного пространственного треугольника, измерения в третьем, боковом его пункте отсутствуют. Это указывает на необходимость пункта лишь для того, чтобы вместе с ходовой линией создать некоторую опорную плоскость, в которой находятся примычные направления. Относительно этой плоскости углы K_{13} и K_{23} определяют положения двух взаимно вертикальных плоскостей по линии передачи 1—2 (рис. 1). Поэтому, применяя формулы (1) по некоторой линии, в общем случае совершенно нет надобности иметь в стороне от этой линии какой-либо

* Под геометрической формой пространственного треугольника следует понимать значения его плоских углов и зенитных расстояний направлений.

пункт. Важно зафиксировать боковую опорную плоскость, в которой находятся примычные направления. Главным для трех направлений (ходовой линии и двух примычных), как отмечалось ранее [5], должно быть условие компланарности.

Рассмотрим теперь формулы погрешностей величин φ_2, λ_{12}, α_{21}. Предполагая, что исходные астрономические данные имеют точные значения, погрешности запишем в таком виде [3]:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\varphi_2 &= -\cos\alpha_{21}(\Delta z_{12}+\Delta z_{21})+\sin\alpha_{21}\sin z_{21}\,\Delta\psi;\\ \Delta\lambda_{12} &= -\sin\alpha_{21}\sec\varphi_2(\Delta z_{12}+\Delta z_{21})-\cos\alpha_{21}\sec\varphi_2\sin z_{21}\Delta\psi;\\ \Delta\alpha_{21} &= -\sin\alpha_{21}\operatorname{tg}\varphi_2(\Delta z_{12}+\Delta z_{21})-\\ &\quad-(\cos\alpha_{21}\operatorname{tg}\varphi_2\sin z_{21}-\cos z_{21})\Delta\psi.\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Здесь $\Delta\psi$ — функция погрешностей измеренных величин в примычном пространственном треугольнике. Она может быть записана так:

$$\begin{aligned}\Delta\psi = -k_1\Delta z_{12} + k_2\Delta z_{13} + k_3\Delta a_1 +\\ + k_1'\Delta z_{21} - k_2'\Delta z_{23} - k_3'\Delta a_2.\end{aligned} \tag{6}$$

Точные значения коэффициентов при погрешностях:

$$\left.\begin{aligned}k_1 &= \sin K_{13}\operatorname{ctg}A_1; \quad k_2 = \frac{\sin K_{12}}{\sin A_1}; \quad k_3 = -\frac{\sin z_{13}\cos K_{12}}{\sin A_1};\\ k_1' &= \sin K_{23}\operatorname{ctg}A_2; \quad k_2' = \frac{\sin K_{21}}{\sin A_2}; \quad k_3' = -\frac{\sin z_{23}\cos K_{21}}{\sin A_2}.\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

В этих формулах K, согласно рис. 1, — углы между соответствующими вертикальными плоскостями и плоскостью треугольника.

Анализируя коэффициенты при погрешностях K, обнаруживаем, что $\Delta\psi$ тем меньше, чем ближе к прямым углы A и чем больше отличаются от прямых углы K. Это приводит к следующему заключению.

Наиболее выгодные условия для применения формул (1) — такие, когда линия передачи некоторого геометрического построения максимально наклонена, а боковые примычные направления будут составлять с нею углы, близкие к 90° и находиться в плоскости максимально приближенной к вертикальной.

Все это ограничивает применение формул (1) для построений преимущественно в горных районах или на местности со сколько-нибудь значительными формами рельефа.

Поэтому наилучшее геометрическое построение представляется в виде отдельных крутонаклонных отрезков, соединенных в ходовую линию, положенную по водоразделу или водосливу; в стороне от отрезков на значительных расстояниях и в наклонных плоскостях находятся засекаемые точки (рис. 2).

Для использования подобных геометрических построений в равнинной местности, когда углы K близки к 90°, к точности измерения зенитных расстояний должны быть предъявлены повышенные требования.

В необжитых закрытых и полузакрытых районах на боковых засекаемых точках визирными целями могут быть визирные цилиндры разборных деревянных и металлических пирамид, визирные цели существующих геодезических знаков, в населенных пунктах — достаточно устойчивые и хорошо видимые предметы местности (шпили зданий и сооружений, церквей, колоколен, башен, мачт ЛЭП и т. п.). При этом, как показали исследования [3], визирные цели нужно выбирать так, чтобы горизонтальные углы при ходовой линии были, если и не близки к прямым, то не меньше 40°.

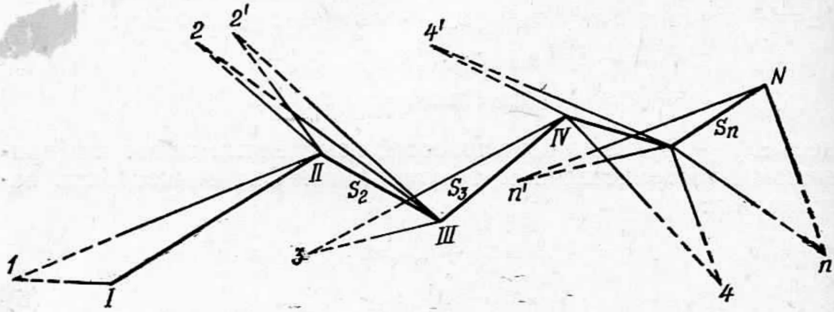

Рис. 2. Схема пространственного полигонометрического хода.

Для определения пространственных прямоугольных координат точек предлагаемого построения в нем дополнительно при помощи радиофизических дальномеров необходимо измерить длины S отрезков ходовой линии. В этом случае, помимо основных, временными центрами можно закреплять и боковые пункты с тем, чтобы в дальнейшем их координаты использовать при решении различных народнохозяйственных задач, и, в частности в качестве съемочного обоснования при картографировании данной территории.

Такое построение можно рассматривать как ход пространственной полигонометрии. Боковые засечки в нем не служат некоторым добавлением, как это может наблюдаться в «плоской» полигонометрии, а является органически связанным элементом пространственного построения.

Обработкой пространственных полигонометрических ходов занимается Рамзайер [7], [8]. Однако он использует ходы, в которых помимо геодезических измерений (горизонтальных углов, углов наклона, длин линий) для фиксирования отвесных линий в каждом пункте или через один измеряются астрономические координаты, а для ориентирования — азимуты начального и конечного направлений хода. Построение таких ходов —

весьма трудоемкая и дорогостоящая задача, поскольку астрономические определения все еще остаются наиболее сложным процессом астрономогеодезических работ. Поэтому эти ходы следует заменять ходами с боковыми засечками и для их обработки использовать формулы (1) передачи астрономических величин.

Если в начальном I и конечном N пунктах пространственного полигонометрического хода (рис. 2) имеются точные значения астрономических координат φ, λ и азимута α, то в таком ходе возникают условные уравнения величин φ, α и α.

Если с концов какой-либо стороны хода засечь не одну, а две боковые визирные цели, то по такой стороне возникает условное уравнение угла γ.

Приведенный анализ [4] показывает, что дополнительное включение в уравнивание условных уравнений углов γ улучшает качество функций уравненных величин. Поэтому, по возможности, необходимо с концов каждой линии хода засекать не менее двух боковых визирных целей. Эти цели могут располагаться как по одну сторону (точки 2 и $2'$, рис. 2), так и по обе стороны (точки 4, $4'$ и n, n') от ходовой линии.

Перечисленные условные уравнения являются тем существенным дополнением, которое отличает пространственную полигонометрию от «плоской».

Боковые пункты при засечке каждого с трех и более пунктов ходовой линии, как и в обычной полигонометрии, могут надежно контролировать измерения в пространственном полигонометрическом ходе.

Список литературы: 1. *Еремеев В. Ф., Юркина М. И.* Некоторые вопросы обработки пространственных сетей. — Тр. ЦНИИГАиК, 1966, вып. 171. 2. *Еремеев В. Ф., Юркина М. И.* Теория высот в гравитационном поле Земли. — Тр. ЦНИИГАиК, 1972, вып. 191. 3. *Перович Л. Н.* О выгоднейшей форме треугольника для передачи астрономических координат и азимута в звене пространственной триангуляции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1974, вып. 20. 4. *Перович Л. Н.* Передача астрономических координат и азимута по горизонтальным и вертикальным углам, измеренным в периоды спокойных изображений. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1977, вып. 26. 5. *Рудский В. И.* Передача астрономических координат с одного пункта на другой. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1965, вып. 2. 6. *Рудский В. И.* Некоторые обобщения формул передачи астрономических координат и азимута. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1976, вып. 4. 7. *Ramsayer K.* Dreidimensionaler Polygonzug im geozentrischen Koordinatensystem. — Zeitschrift für Vermessungswesen 1970, № 11. 8. *Ramsayer K.* Raumpolygonzug mit Sprungstandbeobachtungen. — Zeitschrift für Vermessungswesen, 1974, № 1.

Работа поступила 3 января 1978 года. Рекомендована кафедрой прикладной геодезии геологоразведочного факультета Ивано-Франковского института нефти и газа.