

ции между величинами средних рефракций верхней и нижней визирных целей, коэффициенты корреляции между величинами рефракции и длинами отрезков, а также коэффициенты корреляции между длинами отрезков. Эта корреляционная матрица представлена в табл. 3.

Теперь проанализируем результаты, приведенные в табл. 3. Нас в первую очередь будет интересовать вопрос о том, что представляет собой граница раздела показателя преломления (см. рис. 3), а именно обладает ли она свойствами зеркальной поверхности, расположенной на одной и той же высоте над подстилающей поверхностью (например, тонкая пленка воздуха, находящаяся в непосредственной близости к асфальту), или эта граница раздела не обладает свойствами зеркальной поверхности и может перемещаться по высоте.

Таблица 3

Значения коэффициентов корреляции между величинами рефракции верхней и нижней визирных целей

$r_{D_1}$	$r_{K_1}$	$D_1 K_1$	$D_1 D_2$	$K_1 K_2$
—	—	0,49	0,02	-0,55
		0,45	-0,20	-0,63
			-0,16	-0,81
				0,09

Частично на поставленные вопросы можно получить ответы, анализируя элементы корреляционной матрицы, приведенные в табл. 3. Граница раздела являлась зеркальной поверхностью, которая занимала бы за весь период наблюдений одно и то же положение, тогда должна бы существовать зависимость между длинами всех отрезков, то есть коэффициенты должны быть близки к  $\pm 1$ . В нашем случае эти коэффициенты равны  $-0,16$  для отрезков  $D_1 K_1$ ,  $D_1 D_2$ ;  $-0,81$  для отрезков  $D_1 K_1$  и  $K_1 K_2$  и наконец  $0,09$  для отрезков  $D_1 D_2$ ,  $K_1 K_2$ . Таким образом, для двух пар отрезков отсутствует корреляционная связь между ними и только для одного некоторая связь существует. Поэтому можно утверждать, что многократные изображения не являются следствием зеркального отражения от асфальта или пленки воздуха, непосредственно прилегающей к нему. Если бы граница раздела была зеркальной поверхностью, но перемещалась со временем по высоте, причем это перемещение не зависело бы от рефракции, тогда коэффициенты корреляции между отрезками от рефракции, тогда коэффициенты корреляции между отрезками должны бы были близкими к  $\pm 1$ . Следовательно, и эту гипотезу необходимо отбросить. Остается третья гипотеза, которая заключается в том, что многократные изображения получаются в результате полного внутреннего отражения от нескольких границ раздела, причем эти границы изменяют свое положение над подстилающей поверхностью и связаны каким-то образом с величиной рефракции (эта связь может быть довольно сложной).

Полученные коэффициенты корреляции подтверждают третье предположение, т. е. многократные изображения получаются в результате полного внутреннего отражения от нескольких границ, которые за период измерения зенитных расстояний одним приемом изменяют свое положение.

В результате проведенных исследований можно сделать заключение, что в периоды появления многократных изображений происходит очень быстрое изменение структуры слоев воздуха, непосредственно прилегающих к подстилающей поверхности, что приводит к быстрым изменениям углов рефракции, которые в среднем составляют  $2''$  на 1 минуту времени. Естественно, что в этих условиях такие изменения следует учитывать при одновременном измерении зенитных расстояний и метеопараметров с целью определения величины вертикальной рефракции.

Статья поступила в редколлегию 07.04.82

УДК 528.3:535.36

Л. С. ХИЖАК, Д. И. МАСЛИЧ, Н. Б. ЯСКИЛКА, Н. Д. ИОСИПЧУК

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРАВНЕНИЯ СВЕТОВОЙ КРИВОЙ И УГЛОВ РЕФРАКЦИИ С УЧЕТОМ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЫ

Как было показано в [1], для равнинной однородной поверхности уравнение световой кривой может быть представлено в виде ряда

$$z(x) = z_0 + z'_0 x + \frac{1}{2} z''_0 x^2 + \frac{1}{6} z'''_0 x^3 + \dots, \quad (1)$$

где  $x, z$  — текущие координаты,  $z^{(k)}$  — производная от  $z$  по  $x$   $k$ -того порядка в точке световой кривой  $x=0, z=0$ .

Такое представление возможно с какой угодно степенью точности, если ряд будет сходящимся. Сходимость ряда (1) будет зависеть от промежутка  $(0, x)$ , в котором представляется уравнение световой кривой. Если длина этого промежутка будет больше области сходимости ряда, то представление уравнения световой кривой рядом (1) будет некорректным.

Чтобы избежать такого положения, воспользуемся предложенным нами ранее методом [1], то есть разобьем всю траекторию световой кривой на  $k$  таких участков, для которых ряд (1) будет сходиться.

Тогда уравнение световой кривой может быть представлено в виде

$$z(x) = z_k + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z_k^{(n)} (x - x_k)^n}{n!}, \quad (2)$$

где

$$z_k = z_{k-1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z_{k-1}^{(n)} (x_k - x_{k-1})^n}{n!} \quad (3)$$

$$(k = 1, 2 \dots m).$$

Для случая, когда коэффициент турбулентности изменяется по экспоненциальному закону  $a(z) = a_0 e^{\beta z}$ , производные  $z_k$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} z_k^{(1)} &= \sqrt{\frac{n_k^2}{n_0^2 \sin^2 \xi} - 1}; \\ z_k^{(2)} &= \frac{n_k^{(1)}}{n_k} (1 + \operatorname{ctg}^2 \xi); \\ z_k^{(3)} &= z_k^{(1)} z_k^{(2)} \left( \frac{n_k^{(2)}}{n_k^{(1)}} + \frac{n_k^{(1)}}{n_k} \right); \\ z_k^{(4)} &= (z_k^{(1)})^2 z_k^{(2)} \left( \frac{n_k^{(2)}}{n_k^{(1)}} + 3 \frac{n_k^{(2)}}{n_k} \right) + (z_k^{(2)})^2 \left( \frac{n_k^{(2)}}{n_k^{(1)}} + \frac{n_k^{(1)}}{n_k} \right), \\ &\dots \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} n_k &= 1 + F_k, \\ n_k^{(1)} &= -\frac{1}{T_0} F_k E_k \left( \frac{\mu g}{R} + T_0' e^{-\beta z_k} \right); \\ n_k^{(2)} &= \frac{1}{T_0^2} F_k E_k^2 \left( T_0'^2 e^{-2\beta z_k} + (T_0'' + T_0 T_0' \beta + \right. \\ &\quad \left. + 3 \frac{\mu g}{R}) e^{-\beta z_k} + \left( \frac{\mu g}{R} \right)^2 \right), \\ n_k^{(3)} &= -\frac{1}{T_0^3} F_k E_k^3 \left( T_0'^3 e^{-3\beta z_k} + \left( 4 T_0'^2 + 7 \frac{\mu g}{R} T_0'' + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4\beta T_0 T_0'' \right) e^{-2\beta z_k} + \left( T_0''^2 + 2\beta T_0 T_0'' + 4 \frac{\mu g}{R} T_0'' + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + T_0^2 T_0' \beta^2 + 4 \frac{\mu g}{R} T_0 T_0' \beta + 6 \left( \frac{\mu g}{R} \right)^2 T_0' \right) e^{-\beta z_k} + \left( \frac{\mu g}{R} \right)^3 \right); \\ F_k &= \alpha \frac{\mu p_0}{R T_0} e^{\frac{\mu g \beta z_k}{R(T_0 \beta + T_0')}} \left( 1 + \frac{T_0''}{T_0 \beta} \left( 1 - e^{-\beta z_k} \right) \right)^{-\frac{\mu g}{R(T_0 \beta + T_0')}} - 1; \\ E_k &= \left( 1 + \frac{T_0''}{T_0 \beta} \left( 1 - e^{-\beta z_k} \right) \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Здесь приняты следующие обозначения:  $T_0$  — температура,  $T_0'$  — градиент температуры,  $p_0$  — давление в точке  $z=0$ ,  $\mu$  — молекулярный вес воздуха,  $R$  — газовая постоянная,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $\beta$  — коэффициент, характеризующий турбулентность воздуха,  $\alpha$  — коэффициент, зависящий от длины волны падающего излучения,  $\xi$  — зенитное расстояние.

Естественно, что для того чтобы получить уравнение световой кривой по указанному выше методу, необходимо измерить в начальной точке значение  $T_0$ ,  $T_0'$ ,  $p_0$  для воздуха и зенитное расстояние  $\xi$ .

Кроме того, необходимо знать коэффициент  $\beta$ , который может быть получен из специальных наблюдений.

С целью проверки предложенного метода аппроксимации световой кривой при больших расстояниях, а также с целью провер-

Таблица 1  
Вычисление координат световой кривой  
по измерениям над асфальтом для нижней визирной цели  
 $x=764,96$  м;  $z=0,467$  м

№ п/п	$x_k$ (м)	$z_k$ (м)	$z_k'$ (м)	Исходные параметры
1	0,00	0,00000	0,05120	$T_0 = 292,0^\circ \text{ K}$ $T_0' = -0,7^\circ \text{ K/м}$ $p_0 = 100467 \text{ Па}$ $\xi = 89^\circ 59' 49,4$ $\beta_1 = 0,264 \cdot 10^2$ $\beta_2 = -0,130$
2	100,00	0,034157	0,30033	
3	200,00	0,07760	0,38290	
4	300,00	0,12736	0,46593	
5	400,00	0,16652	0,54951	
6	500,00	0,25414	0,63375	
7	600,00	0,33030	0,71814	
8	700,00	0,41509	0,80460	
9	764,00	0,47485	0,89145	

ки точности этой аппроксимации нами были использованы результаты метеорологических и геодезических измерений над асфальтом в Морском в 1979 г.

При исследовании условий возникновения аномальных рефракций были получены из измерений значения  $T_0$ ,  $T_0'$ ,  $p_0$  и  $\xi_i$ . Из специальных геодезических измерений получены координаты конца световой кривой. Расстояние между началом координат и источником излучения равнялось 764,960 м. Для этого расстояния и условий проведения экспериментальных исследований (равнинная местность, однородная подстилающая поверхность, большие зенитные расстояния) ряд (1) является сходящимся. В этом случае можно решать обратную задачу, т. е. по измеренным значениям  $T_0$ ,  $T_0'$ ,  $p_0$  и  $\xi$  и значениям координат источника излучения  $x$  и  $z$  можно вычислить значения коэффициента  $\beta$ . Имея  $\beta$  по формулам, приведенным выше, можно вычислить значения ординат и касательной в точках разбиения ряда. Такие вычисления были проведены для результатов, полученных из экспериментальных исследований в Морском над асфальтом. В табл. 1 приводятся результаты вычислений по данному методу.

В табл. 2 приведены результаты вычислений для верхней визирной цели ( $z=0,876$  м), а в табл. 1 — для нижней визирной цели ( $z=0,467$  м). В первом столбце этих таблиц приводятся номера точек разбиения, во втором и третьем столбцах даны абсциссы и ординаты точек разбиения, в четвертом столбце — значения производных в точках разбиения и наконец в последнем столбце

даны значения исходных параметров. Вычисления проводились для случая, когда в ряде (1) учитываются четыре первых члена. Тогда уравнение для коэффициента турбулентности будет второго порядка. Вычисления проводились для вторых значений коэффициентов  $\beta$ , то есть для значений  $\beta = -0,130$  для нижней визирной цели и  $\beta = -0,277$  — для верхней. Координаты верхней и нижней визирных целей, вычисленные по вторым значениям коэффициентов  $\beta$ , значительно отличаются от действительных их значений. По-

Таблица 2  
Вычисление координат световой кривой по измерениям над асфальтом для верхней визирной цели  $x = 764,96$  м;  $z = 0,867$  м

№ п/п	$x_k$ (м)	$z_k$ (м)	$z'_k \cdot 10^3$	Исходные параметры
1	0,00	0,00000	0,76750	$T_0 = 292,00^\circ K$ $T'_0 = -0,7^\circ K/m$ $P_0 = 100467 Pa$ $\beta_1 = 0,801 \cdot 10 m^{-1}$ $\xi = 89^\circ 57' 21,7$ $\beta_2 = -0,277 m^{-1}$
2	100,00	0,08458	0,80433	
3	200,00	0,17762	0,88774	
4	300,00	0,27934	0,97338	
5	400,00	0,39002	1,06153	
6	500,00	0,50995	1,15250	
7	660,00	0,63946	1,24662	
8	700,00	0,77893	1,34428	
9	764,96	0,87507	1,44590	

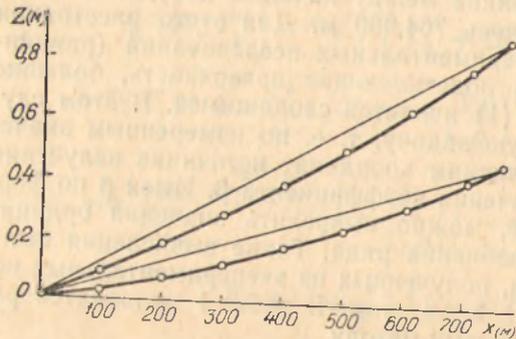
этому можно утверждать, что световые кривые, соответствующие этим коэффициентам, отсутствуют.

На рис. 1 показаны графики световых кривых, построенные по результатам, приведенным в табл. 1 и табл. 2.

Как нетрудно заметить, анализируя рис. 1, световые кривые соответствующие как верхней, так и нижней визирным целям, являются почти круговыми.

Таким образом, определение уравнения световой кривой методом ее представления рядом Тейлора приводит к хорошим результатам, если ограничиваться только четырьмя членами разложения.

Рис. 1. Графики световых кривых на верхнюю и нижнюю визирные цели.



Ошибки определения координат для наших условий получились соответственно для верхней и нижней визирных целей 8 и 7 мм. Эти ошибки соответствуют точности определения зенитных расстояний теодолитом. В табл. 3 приведены действительные значения углов рефракции, вычисленные значения этих углов с использованием ряда Тейлора и их разности.

В дальнейшем будут проводиться исследования, связанные с выбором оптимального количества членов ряда для различных условий, а также исследования по определению величины коэффициента турбулентности.

Таким образом, предложенный метод представления световой кривой рядом Тейлора может быть использован при любых удалениях источника излучения от пункта наблюдений, так как любое расстояние можно разбить на интервалы, на которых ряд будет сходящимся.

Список литературы: 1. Хижак Л. С., Маслич Д. И., Дидух И. И. Приближенный метод нахождения уравнения световой кривой при определении рефракции. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1981, вып. 34. 2. Маслич Д. И., Хижак Л. С., Дидух И. И., Иосипчук Н. Д., Яскилка М. Б. Определение коэффициента турбулентности по результатам измерений метеозамеров и зенитных расстояний. — 2-е Совещание по атмосферной оптике. Тезисы докладов, ч. II. Томск, 1980.

Статья поступила в редколлегию 30.03.82

УДК 528.22:550.312

А. Л. ЦЕРКЛЕВИЧ, Ю. П. ДЕЙНЕКА

## ОБ ОДНОЙ МЕТОДИКЕ ПОСТРОЕНИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОДЕЛИ ЗЕМЛИ ПО ГРАВИМЕТРИЧЕСКИМ ДАННЫМ

Как известно, поле силы тяжести является важным источником информации о латеральных неоднородностях глубоких частей земной коры и верхней мантии. Обработка спутниковых орбитальных данных позволила закартировать планетарные гравитационные аномалии, которые, возможно, связаны с неоднородным строением нижней мантии. Определить же положение плотностных неоднородностей по глубине только по данным о гравитационном поле не представляется возможным в силу хорошо известного свойства неоднозначности и неустойчивости решения обратной задачи гравиметрии. Однако параметры гравитационного поля Земли выражают интегральное свойство всех тяготеющих масс, слагающих планету. И в этом плане данные о гравитационном потенциале являются основополагающими при построении плотностной модели Земли, ибо каждая такая модель должна быть граничающей, т. е. ее гравитационный эффект должен соответствовать наблюдаемому полю [1]. Методология построения такой плотностной модели включает следующие этапы [1, 4]: 1. Создание планетарной плотностной модели, которая может иметь одномерное, двумерное и трехмерное распределение плотности. 2. Создание региональной плотностной модели. 3. Создание локальной

Таблица 3  
Действительные и вычисленные значения углов рефракции и их разности

$\xi_i$	$\Delta \xi$ теорет.	$\Delta \xi$ выч.	$\Delta \xi$ теорет.	$\Delta \xi$ выч.
$\xi_1$	$-1'55,3''$	$-1'57,4''$	$2,1''$	—
$\xi_2$	$-1'15,6''$	$-1'17,3''$	$1,7''$	—