УДК 528.14

Л. Н. ПЕРОВИЧ

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПЕРЕДАЧИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ КООРДИНАТ И АЗИМУТА

В рабсте [1] предложены формулы для приближенной оценки точности передачи астрономических координат φ, λ и азимута α в ходах, уравненных за условия этих координат и азимута. Выведем формулы для приближенной оценки точности передачи координат φ, λ и азимута α в ходах, уравненных

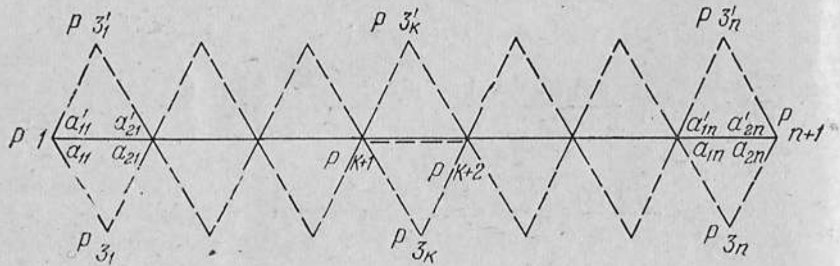

Схема хода передачи астрономических координат и азимута.

за условия двугранного угла γ, а также за условия φ, λ, α и γ. Поскольку в реальных условиях зенитные расстояния близки к 90° (все пункты, участвующие в передаче, расположены на земной поверхности), при выводе формул полагаем $z_{12} \approx \ldots \approx z_{ij} \approx 90°$. Учитывая, что протяженность ходов передачи относительно небольшая (до 200 км), разность астрономических долгот любых пунктов хода принимаем равной нулю, а астрономическую широту произвольного пункта $\kappa+1$ равной средней широте хода. Астроопределения, выполненные в конечных пунктах хода, считаем безошибочными. Полагаем, что подобные допущения приведут к ошибке, не превышающей 10—20%.

Допустим, что ход передачи координат φ, λ и азимута α (рисунок) можно уравнять только за условия двугранного угла γ.

С учетом наших предположений условное уравнение угла γ, например, для стороны $n—n+1$ можно записать [2]:

$$\operatorname{cosec} a_{1n}\delta z_{n3_n} - \operatorname{cosec} a_{2n}\delta z_{n+1,3_n} - (\operatorname{ctg} a_{1n} + \operatorname{ctg} a'_{1n})\delta z_{n,n+1} +$$

$$+ (\operatorname{ctg} a_{2n} + \operatorname{ctg} a'_{2n})\delta z_{n+1,n} + \operatorname{cosec} a'_{1n}\delta z_{n3'_n} -$$

$$- \operatorname{cosec} a'_{2n}\delta z_{n+1,3'_n} + \omega_{n,n+1} = 0. \qquad (1)$$

Весовые функции F_φ, F_λ, F_α астрономических координат для произвольного $\kappa+1$ пункта хода и азимута направления $\kappa+1$—$\kappa+2$, обусловленные ошибками измерений, примут вид [1]:

$$F_\varphi = \sum_{i=1}^{k} [(q_{2i}+q_{1i}\operatorname{ctg} a_{1i})\delta z_{i,i+1}+(q_{2i}-q_{1i}\operatorname{ctg} a_{2i})\delta z_{i+1,i}-$$

$$-q_{1i}\operatorname{cosec} a_{1i}\delta z_{i3_i}+q_{1i}\operatorname{cosec} a_{2i}\delta z_{i+1,3_i}];$$

$$F_\lambda = p_1\sum_{i=1}^{k} [(q_{1i}-q_{2i}\operatorname{ctg} a_{1i})\delta z_{i,i+1}+(q_{1i}+q_{2i}\operatorname{ctg} a_{2i})\delta z_{i+1,i}+$$

$$+q_{2i}\operatorname{cosec} a_{1i}\delta z_{i3_i}-q_{2i}\operatorname{cosec} a_{2i}\delta z_{i+1,3_i}];$$

$$F_\alpha = p_2\sum_{i=1}^{k} [(q_{1i}-q_{2i}\operatorname{ctg} a_{1i})\delta z_{i,i+1}+(q_{1i}+q_{2i}\operatorname{ctg} a_{2i})\delta z_{i+1,i}+$$

$$+q_{2i}\operatorname{cosec} a_{1i}\delta z_{i3_i}-q_{2i}\operatorname{cosec} a_{2i}\delta z_{1+1,3_i}]-\delta a_{11}-\ldots-\delta a_{1,k+1}, \quad (2)$$

где $p_1=\sec\varphi_{ср}$; $q_{1i}=-\sin\alpha_{i+1,i}$; $p_2=\operatorname{tg}\varphi_{ср}$; $q_{2i}=-\cos\alpha_{i+1,i}$.

Считая измерения равноточными, для определения обратных весов весовых функций (2) используем известную формулу

$$\frac{1}{P_F}=[ff]-\frac{[af]^2}{[aa]}-\frac{[bf\cdot 1]^2}{[bb\cdot 1]}-\frac{[cf\cdot 2]^2}{[cc\cdot 2]}-\ldots. \quad (3)$$

Определив все члены уравнения (3), после несложных преобразований найдем

$$\frac{1}{P_{F_\varphi}}=2\sum_{i=1}^{k}M_i-\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{(-q_1R+q_2S)^2}{2L}\right]_i;$$

$$\frac{1}{P_{F_\lambda}}=2p_1^2\left\{\sum_{i=1}^{k}P_i-\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{(q_2R+q_1S)^2}{2L}\right]_i\right\};$$

$$\frac{1}{P_{F_\alpha}}=2p_2^2\left\{\sum_{i=1}^{k}P_i-\sum_{i=1}^{k}\left[\frac{(q_2R+q_1S)^2}{2L}\right]_i\right\}+3k+1, \quad (4)$$

где $M_i=q_{1i}^2(\operatorname{ctg}^2 a_{1i}+\operatorname{ctg}^2 a_{2i})+q_{1i}q_{2i}(\operatorname{ctg} a_{1i}-\operatorname{ctg} a_{2i})+1$;

$$P_i = q_{2i}^2(\mathrm{ctg}^2\, a_{1i} + \mathrm{ctg}^2\, a_{2i}) - q_{1i}q_{2i}(\mathrm{ctg}\, a_{1i} - \mathrm{ctg}\, a_{2i}) + 1;$$

$$L_i = \mathrm{ctg}^2\, a_{1i} + \mathrm{ctg}^2\, a_{2i} + \mathrm{ctg}^2\, a'_{2i} + \mathrm{ctg}^2\, a'_{1i} +$$

$$+ \mathrm{ctg}\, a_{1i}\, \mathrm{ctg}\, a'_{1i} + \mathrm{ctg}\, a_{2i}\, \mathrm{ctg}\, a'_{2i} + 2; \quad (5)$$

$$R_i = 2\, \mathrm{ctg}^2\, a_{1i} + 2\, \mathrm{ctg}^2\, a_{2i} + \mathrm{ctg}\, a_{1i}\, \mathrm{ctg}\, a'_{1i} + \mathrm{ctg}\, a_{2i}\, \mathrm{ctg}\, a'_{2i} + 2;$$

$$S_i = \mathrm{ctg}\, a_{2i} + \mathrm{ctg}\, a'_{2i} - \mathrm{ctg}\, a_{1i} - \mathrm{ctg}\, a'_{1i}.$$

Обозначив

$$\frac{(-q_1R + q_2S)^2}{2L} = U; \quad \frac{(q_2R + q_1S)^2}{2L} = V, \quad (6)$$

получим

$$\frac{1}{P_{F_\varphi}} = 2\sum_{i=1}^{k} M_i - \sum_{i=1}^{k} U_i;$$

$$\frac{1}{P_{F_\lambda}} = 2p_1^2\left(\sum_{i=1}^{k} P_i - \sum_{i=1}^{k} V_i\right);$$

$$\frac{1}{P_{F_\alpha}} = 2p_2^2\left(\sum_{i=1}^{k} P_i - \sum_{i=1}^{k} V_i\right) + 3k + 1, \quad (7)$$

где k — количество передач от начального пункта до пункта $k+1$.

Для строго вытянутых ходов, у которых горизонтальные углы у основания треугольников передач равны ($a_{1i} = a_{2i} = a$, $q_{1i} = q_1$, $q_{2i} = q_2$), формулы для вычисления величин обратных весов имеют вид:

$$\frac{1}{P_{F_\varphi}} = k[q_1^2(\mathrm{ctg}^2\, a - 1) + 2]; \quad \frac{1}{P_{F_\lambda}} = kp_1^2[q_2^2(\mathrm{ctg}^2\, a - 1) + 2];$$

$$\frac{1}{P_{F_\alpha}} = kp_2^2[q_2^2(\mathrm{ctg}^2\, a - 1) + 2] + 3k + 1. \quad (8)$$

Пусть ход передачи координат φ, λ и азимута α (кроме условия двугранного угла γ) можно уравнять за условия координат и азимута. Выведем формулы для случая, когда ходы строго вытянуты и горизонтальные углы, используемые для передач, равны между собой. Условные уравнения астрономической широты, долготы и азимута соответственно примут вид [1]:

$$\sum_{i=1}^{k}[(q_2+q_1\operatorname{ctg}a)\delta z_{i,i+1}+(q_2-q_1\operatorname{ctg}a)\delta z_{i+1,i}-$$
$$-q_1\operatorname{cosec}a\delta z_{i3_i}+q_1\operatorname{cosec}a\delta z_{i+1,3_i}]+\omega_\varphi=0;$$

$$p_1\sum_{i=1}^{k}[(q_1-q_2\operatorname{ctg}a)\delta z_{i,i+1}+(q_1+q_2\operatorname{ctg}a)\delta z_{i+1,i}+$$
$$+q_2\operatorname{cosec}a\delta z_{i3_i}-q_2\operatorname{cosec}a\delta z_{i+1,3_i}]+\omega_\lambda=0; \tag{9}$$

$$p_2\sum_{i=1}^{n}[(q_1-q_2\operatorname{ctg}a)\delta z_{i,i+1}+(q_1+q_2\operatorname{ctg}a)\delta z_{i+1,i}+$$
$$+q_2\operatorname{cosec}a\delta z_{i3_i}-q_2\operatorname{cosec}a\delta z_{i+1,3_i}]-\delta a_{11}-\ldots-\delta a_{2n}+\omega_\alpha=0.$$

Весовые функции F_φ, F_λ для пункта $k+1$ и F_α для направления $k+1-k+2$ запишем

$$F_\varphi=\sum_{i=1}^{k}[(q_2+q_1\operatorname{ctg}a)\delta z_{i,i+1}+(q_2-q_1\operatorname{ctg}a)\delta z_{i+1,i}-$$
$$-q_1\operatorname{cosec}a\delta z_{i3_i}+q_1\operatorname{cosec}a\delta z_{i+1,3_i}];$$

$$F_\lambda=p_1\sum_{i=1}^{k}[(q_1-q_2\operatorname{ctg}a)\delta z_{i,i+1}+(q_1+q_2\operatorname{ctg}a)\delta z_{i+1,i}+$$
$$+q_2\operatorname{cosec}a\delta z_{i3_i}-q_2\operatorname{cosec}a\delta z_{i+1,3_i}]; \tag{10}$$

$$F_\alpha=p_2\sum_{i=1}^{k}[(q_1-q_2\operatorname{ctg}a)\delta z_{i,i+1}+(q_1+q_2\operatorname{ctg}a)\delta z_{i+1,i}+$$
$$+q_2\operatorname{cosec}a\delta z_{i3_i}-q_2\operatorname{cosec}a\delta z_{i+1,3_i}]-\delta a_{11}-\ldots-\delta a_{2k}.$$

После определения соответствующих членов уравнения (3) нетрудно получить

$$\frac{1}{P_{F_\varphi}}=k\left(1-\frac{k}{n}\right)[q_1^2(\operatorname{ctg}^2a-1)+2];$$
$$\frac{1}{P_{F_\lambda}}=k\left(1-\frac{k}{n}\right)p_1^2[q_2^2(\operatorname{ctg}^2a-1)+2];$$

$$\frac{1}{P_{F_\alpha}} = k\left(1-\frac{k}{n}\right) p_2^2 \left[q_2^2 (\mathrm{ctg}^2 a - 1) + 2\right] +$$

$$+ (3k+1)\left(1-\frac{3k+1}{3n-1}\right). \qquad (11)$$

Если ход передачи астрономических координат и азимута можно уравнять только за условия координат и азимута, то следует пользоваться формулами, выведенными в работе [1].

Таким образом, формулы (7), (8), (11) позволяют вычислять величины обратных весов астрономических координат и азимута, уравненных за различные условия, и тем самым предвычислять точность передачи астрономических координат и азимута в различных ходах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Перович Л. Н. К вопросу оценки точности передачи астрономических координат и азимута. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1974, вып. 19.

2. Филиппов А. Е. Условные уравнения в сети пространственной триангуляции. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1968, вып. 7.

Работа поступила 11 ноября 1975 года.
Рекомендована кафедрой газонефтепромысловой геологии Ивано-Франковского института нефти и газа.