

Л. Н. ПЕРОВИЧ

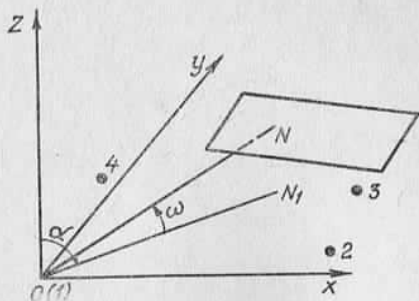
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩИХ АГРЕГАТОВ

Эксплуатация газоперекачивающих агрегатов (ГПА) требует точности центровки турбин низкого давления (ТНД) и нагнетателя, т. е. совпадения их осей вращения. При нарушении этого геометрического условия через определенные промежутки отработанного времени необходимы остановка, разборка верхней части и замер необходимых параметров.

Основные причины расцентровки — неравномерный износ в подшипниках трущихся поверхностей, изменение температурного режима трубоагрегата в процессе его работы и остановки, неравномерность осадок основания ГПА.

Выведем математические зависимости для вычисления перекосов и наклонов основания ГПА, вызванных неравномерностью

К определению перекоса и наклона.



осадок, получим выражения пространственных смещений отдельных точек осей ТНД и нагнетателя, оценим точность определяемых величин.

Определение перекоса и наклона основания. Выберем для каждого ГПА (см. рисунок) правую пространственную систему координат с началом в точке O . Положим, что плоскость Q наилучшим образом представляет плоскость основания ГПА в выбранной системе координат.

Под перекосом будем понимать угол ω между нормалью ON к плоскости Q и координатной плоскостью ZOX . Наклон основания характеризует угол α , заключенный между осью Z и прямой ON_1 , т. е. проекцией нормали ON на плоскость ZOX .

Аналитические зависимости для определения перекоса и наклона находим по разработке [1].

Запишем уравнение оформляющей плоскости, наилучшим образом представляющей расположение осадочных марок в момент наблюдений

$$A_1 X + B_1 Y + C_1 Z_n + D_1 = 0 \quad (1)$$

или

$$Z_n = a_1 x + b_1 y + c_1, \quad (2)$$

где

$$a_1 = -A_1/C_1, \quad b_1 = -B_1/C_1, \quad c_1 = -D_1/C_1. \quad (3)$$

Коэффициенты a_1, b_1, c_1 вычисляем при условии минимума суммы квадратов уклонов деформационных точек (осадочных марок) по высоте от оформляющей плоскости

$$\sum_{i=2}^n (a_1 x_i + b_1 y_i + c_1 - z_i) = \min. \quad (4)$$

Дифференцируя (4) по a_1, b_1, c_1 и приравнявая частные производные к нулю, получаем систему

$$\begin{aligned} a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i + c_1 \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n x_i z_i &= 0, \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i + b_1 \sum_{i=1}^n y_i^2 + c_1 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n y_i z_i &= 0, \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i + b_1 \sum_{i=1}^n y_i + c_1 n - \sum_{i=1}^n z_i &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решая (5), например, по способу Крамера, вычисляем коэффициенты

$$a_1 = D_a/D, \quad b_1 = D_b/D, \quad c_1 = D_c/D, \quad (6)$$

где D, D_a, D_b и D_c — определители третьего порядка.

Обычно измерения осадок ведут по четырем маркам, заложенным в нижней части основания. Пусть деформационные марки имеют координаты

$$|O, O, Z_1|, \quad |X, O, Z_2|, \quad |X, Y, Z_3|, \quad |O, Y, Z_4|.$$

Тогда выражения (6) для вычисления a_1, b_1, c_1 после соответствующих преобразований примут вид

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{z_2 + z_3 - z_0 - z_4}{2x} = \frac{h_1 + h_2}{2x}, \\ b_1 &= \frac{z_3 + z_4 - z_0 - z_2}{2y} = \frac{h_3 + h_4}{2y}, \\ c_1 &= 1/4 (3z_0 + z_2 + z_4 - z_3), \end{aligned} \quad (7)$$

где $h_1 = z_2 - z_0, h_2 = z_3 - z_4, h_3 = z_3 - z_2$ и $h_4 = z_4 - z_0$ — измеренные превышения между двумя осадочными марками.

Найдем зависимости для определения перекоса и наклона оформляющей плоскости избранной системы координат. Запишем уравнение нормали, проведенной из начала координат к оформляющей плоскости. Используя [2], получаем

$$\frac{X - X_0}{A_1} = \frac{Y - Y_0}{B_1} = \frac{Z - Z_0}{C_1}, \quad (8)$$

или с учетом (3)

$$\frac{X}{a_1 C_1} = \frac{Y}{b_1 C_1} = \frac{Z - Z_0}{c_1} D_1. \quad (9)$$

Выражение для вычисления перекоса ω , т. е. угла между прямой и ее проекцией на плоскость XOZ ($y=0$), после соответствующих преобразований будет

$$\sin \omega = b_1 / \sqrt{1 + a_1^2 + b_1^2}. \quad (10)$$

Для определения наклона запишем уравнение прямой ON_1 как линии пересечения двух плоскостей. Одним уравнением линии будет уравнение плоскости ZOX , т. е.

$$y=0. \quad (11)$$

Вторым — уравнение проектирующей плоскости, проходящей через прямую (9), а следовательно, через точку $|O, O, Z_0|$ компланарно вектору $\{a_1C_1, b_1C_1, D_1/C_1\}$. Так как проектирующая плоскость перпендикулярна плоскости $y=0$, то она компланарна и вектору $\{0, 1, 0\}$, перпендикулярному этой плоскости.

Таким образом, уравнение проектирующей плоскости будет [2]

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z-Z_0 \\ a_1C_1 & b_1C_1 & D_1/C_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (12)$$

Конкретно для нашего случая имеем

$$\frac{X-X_0}{a_1C_1} = \frac{Z-Z_0}{c_1} D_1. \quad (13)$$

Найдем выражения для вычисления наклона основания, т. е. угла между осью OZ и прямой, описанной уравнением (13). Заметим, что уравнение оси OZ имеет вид $Z-Z_0=0$. После некоторых преобразований получим

$$\cos \alpha = 1/\sqrt{1+a_1^2}. \quad (14)$$

По изложенной выше методике можно определить ω и a для различных моментов времени. Вычисляемые разности $\Delta\omega$ и Δa будут представлять изменение наклонов и перекосов основания ГПА за промежутки времени между наблюдениями.

Для основания ГПА было бы целесообразным выделение постоянной оседания. Такой характеристикой может быть одинаковое для всех марок по модулю и знаку значение осадки, выделенное в данной серии наблюдений.

Определение пространственных смещений осей ГПА. Предположим, что в момент начальной серии измерения осадок выполнена регулировка осей вращения ТНД и нагнетателя, т. е. оси строго горизонтальны и находятся на одной линии. В этот момент наклон и перекос основания ГПА относительно выбранной координатной системы равны соответственно ω_1 и a_1 . Допустим, что в начальном цикле известны также координаты X_A, Y_A, Z_A точки A .

Пусть по результатам обработки i -й серии наблюдения получен наклон ω_i и перекос a_i . Разности $\Delta\omega = \omega_i - \omega_1$ и $\Delta a = a_i - a_1$ укажут на фактический наклон и перекос оси ГПА.

Выведем аналитические зависимости для получения пространственного смещения точки A , вызванного наклоном и перекосом. Предположим, что по каким-либо дополнительным измерениям известен также разворот оси Δx в плоскости, параллельной оформляющей.

Соотношения, определяющие новое положение точки A с координатами X'_A, Y'_A, Z'_A , имеют вид [3]

$$\begin{aligned} X'_A &= X_A t_{11} + t_{21} Y_A + t_{31} Z_A, \\ Y'_A &= t_{12} X_A + t_{22} Y_A + t_{32} Z_A, \\ Z'_A &= t_{13} X_A + t_{23} Y_A + t_{33} Z_A. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь t_{i1}, t_{i2}, t_{i3} — направляющие косинусы углов, устанавливающие связь между начальным и новым положением точки A .

Решая поставленную задачу, находим элементы матрицы преобразований

$$V = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{21} & t_{31} \\ t_{12} & t_{22} & t_{32} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Матрица V , определяющая переход от координат X_A, Y_A, Z_A к координатам X'_A, Y'_A, Z'_A , будет равна произведению матриц, составленных для поворотов $\Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\kappa$, т. е.

$$V = V_{\Delta\alpha} V_{\Delta\omega} V_{\Delta\kappa}. \quad (17)$$

Матрицы, соответствующие поворотам $\Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\kappa$, будут

$$\begin{aligned} V_{\Delta\alpha} &= \begin{pmatrix} \cos \Delta\alpha & 0 & -\sin \Delta\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Delta\alpha & 0 & \cos \Delta\alpha \end{pmatrix}, \\ V_{\Delta\omega} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\omega & -\sin \Delta\omega \\ 0 & \sin \Delta\omega & \cos \Delta\omega \end{pmatrix}, \\ V_{\Delta\kappa} &= \begin{pmatrix} \cos \Delta\kappa & -\sin \Delta\kappa & 0 \\ \sin \Delta\kappa & \cos \Delta\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

После перемножения матриц $V_{\Delta\alpha}, V_{\Delta\omega}$ и $V_{\Delta\kappa}$ получим выражения для направляющих косинусов. В случае отсутствия $\Delta\kappa$ или исследования влияния только осадки на смещение, имеем

$$\begin{aligned} t_{11} &= \cos \Delta\alpha, & t_{21} &= -\sin \Delta\alpha \sin \Delta\omega, & t_{31} &= -\sin \Delta\alpha \cos \Delta\omega, \\ t_{12} &= 0, & t_{22} &= \cos \Delta\omega, & t_{32} &= -\sin \Delta\omega, \\ t_{13} &= \sin \Delta\alpha, & t_{23} &= \cos \Delta\alpha \sin \Delta\omega, & t_{33} &= \cos \Delta\alpha \cos \Delta\omega. \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, выражения (15) для определения смещения произвольной точки оси ГПА, обусловленные осадками основания, в конечном виде будут

$$\begin{aligned} X'_A &= \cos \Delta\alpha X_A - \sin \Delta\alpha \sin \Delta\omega Y_A - \sin \Delta\alpha \cos \Delta\omega Z_A, \\ Y'_A &= \cos \Delta\omega Y_A - \sin \Delta\omega Z_A, \\ Z'_A &= \sin \Delta\alpha X_A + \cos \Delta\alpha \sin \Delta\omega Y_A + \cos \Delta\alpha \cos \Delta\omega Z_A. \end{aligned} \quad (20)$$

Зависимости (20) можно использовать для вычисления элементов расцентровки осей турбин и нагнетателя, обусловленных неравномерностью оседания их основания.

Оценка точности деформационных характеристик. Пусть превышения между осадочными марками получены равномерно и независимо. Тогда, дифференцируя (7), среднеквадратичные ошибки коэффициентов a_1, b_1 будут

$$m_{a_1} = \frac{1}{x \sqrt{2}} m_h, \quad m_{b_1} = \frac{1}{y \sqrt{2}} m_h, \quad (21)$$

где m_h — среднеквадратичная ошибка измерения превышений.

Определим среднеквадратичные ошибки m_ω и m_α перекося и наклона основания ГПА. После дифференцирования (10) и (14), переходя к среднеквадратичным ошибкам, имеем

$$m_\omega = \frac{1}{\cos \omega} m_{b_1},$$

$$m_\alpha = \frac{a_1}{\sin \alpha} m_{a_1}. \quad (22)$$

В (22) отброшены малые величины $a_1^2, b_1^2, a_1 b_1$. Величины ω и α обычно небольшие, тогда можно принять $\cos \omega = 1$ и $\sin \alpha = a_1$. С учетом (21) выражение (22) примет вид

$$m_\omega'' = \frac{1}{Y \sqrt{2}} \rho'' m_h,$$

$$m_\alpha'' = \frac{1}{X \sqrt{2}} \rho'' m_h. \quad (23)$$

В определении пространственных смещений точек оси ГПА участвуют величины $\Delta\omega$ и $\Delta\alpha$, среднеквадратичные ошибки которых

$$m_{\Delta\omega}^2 = m_{\omega_1}^2 + m_{\omega_i}^2,$$

$$m_{\Delta\alpha}^2 = m_{\alpha_1}^2 + m_{\alpha_i}^2. \quad (24)$$

Полагая $m_{\omega_1}^2 = m_{\omega_i}^2 = m_\omega^2, m_{\alpha_1}^2 = m_{\alpha_i}^2 = m_\alpha^2$, получаем

$$m_{\Delta\omega} = \sqrt{2} m_\omega, \quad m_{\Delta\alpha} = \sqrt{2} m_\alpha. \quad (25)$$

Дифференцируя (20) и переходя к среднеквадратичным ошибкам, с учетом (25) и (23) имеем

$$m_{X_A} = \frac{Z}{X} m_h,$$

$$m_{Y_A} = \frac{Z}{Y} m_h,$$

$$m_{Z_A} = \sqrt{2} m_h. \quad (26)$$

Учитывая малость $\Delta\alpha$ и $\Delta\omega$, при выводе (26) принимаем $\cos \Delta\alpha = \cos \Delta\omega = 1$ и $\sin \Delta\alpha = \sin \Delta\omega = 0$. Из анализа (26) видно, что точность (m_{x_A}, m_{y_A}) планового смещения оси ГПА зависит от точности измерения превышений и высоты расположения смещаемых точек над осадочными марками. С увеличением высоты точность определения смещения оси снижается. Точность смещения по высоте зависит практически только от точности измерения превышений.

Заметим, что при заданной точности определения смещений приведенным выше способом можно определить соответствующую точность измерений, а отсюда и способ определения осадок.

Список литературы: 1. *Новак В. Е., Ключин Е. Б.* Вычисление и оценка точности деформационных характеристик оснований прецизионных сооружений. — Исследования по геодезии, аэрофотосъемке и картографии, 1979, вып. 5.
2. *Моденов П. С.* Аналитическая геометрия. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1969.
3. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. — М.: Наука, 1970.