

$$RN^{-1}R^t = \frac{1}{4.14} \begin{pmatrix} 9 & 6 & 9 & 3 & 3 \\ 6 & 4 & 6 & 2 & 2 \\ 9 & 6 & 9 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q_{H_2} = \frac{1}{2} + \frac{6}{14^2}, \quad Q_{H_2} = 1 + \frac{24}{14^2}.$$

$$Q_f = f^t (BN_{11}^{-1}B^t + RN^{-1}R^t \cdot RN^{-1}R^t) f,$$

$$f^t = \begin{matrix} Q_{H_2} = ? & Q_{H_2} = ? \\ (01000) & (10010) \end{matrix}$$

$$f^t BN_{11}^{-1}B^t = \frac{1}{8} (-24 - 222) \quad \frac{1}{8} (40 - 54 - 4)$$

$$f^t BN_{11}^{-1}B^t f = \frac{1}{2} \quad 1$$

$$f^t RN^{-1}R^t = \frac{1}{4.14} (64622) \quad \frac{1}{4.14} (1281244)$$

$$f^t RN^{-1}R^t \cdot RN^{-1}R^t f = \frac{96}{4^2 \cdot 14^2} \quad \frac{24}{14^2}$$

Полученные оценки приближенные. В (10) не принималось во внимание слагаемое, зависящее от корреляционной матрицы Q_{μ} ошибок исходных данных.

Список литературы: 1. *Бодышасов В. Д., Маркузе Ю. И.* Горюдская полигонометрия. — М.: Недра, 1979. 2. *Машимов М. М.* Уравнивание геодезических сетей. — М.: Недра, 1979.

Статья поступила в редколлегию 03.10.83

УДК 528.44

Л. Н. ПЕРОВИЧ

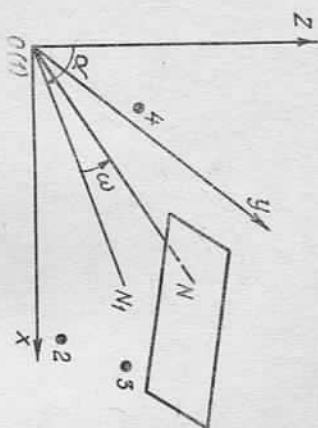
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩИХ АГРЕГАТОВ

Эксплуатация газоперекачивающих агрегатов (ГПА) требует точности центровки турбин низкого давления (ТНД) и нагнетателя. Т. е. совпадения их осей вращения. При нарушении этого геометрического условия через определенные промежутки отработанного времени необходимы останова, разборка верхней части и замер необходимых параметров.

Основные причины расцентровки — неравномерный износ в подшипниках турбины поверхности, изменение температурного режима трубоагрегата в процессе его работы и останова, неравномерность осадка основания ГПА.

Выведем математические зависимости для вычисления перекоса и наклона основания ГПА, вызванных неравномерностью

К определению перекоса и наклона.



осадок, получим выражения пространственных смещений отдельных точек осей ТНД и нагнетателя, оценим точность определяемых величин.

Определение перекоса и наклона основания. Выберем для каждого ГПА (см. рисунок) правую пространственную систему координат с началом в точке O . Положим, что плоскость Q наилучшим образом представляет плоскость основания ГПА в выбранной системе координат.

Под перекосом будем понимать угол ω между нормалью ON к плоскости Q и координатной плоскостью ZOX . Наклон основания характеризуется углом α , заключенный между осью Z и прямой ON , т. е. проекцией нормали ON на плоскость ZOX .

Аналитические зависимости для определения перекоса и наклона находим по разработке [1].

Запишем уравнение определяющей плоскости, наилучшим образом представляющей расположение осадочных марок в момент наблюдений

$$A_1 X + B_1 Y + C_1 Z + D_1 = 0 \quad (1)$$

или

$$Z_n = a_1 x + b_1 y + c_1, \quad (2)$$

где

$$a_1 = -A_1/C_1, \quad b_1 = -B_1/C_1, \quad c_1 = -D_1/C_1. \quad (3)$$

Коэффициенты a_1, b_1, c_1 вычисляем при условии минимума суммы квадратов угловений деформационных точек (осадочных марок) по высоте от определяющей плоскости

$$\sum_{i=2}^n (a_1 x_i + b_1 y_i + c_1 - z_i)^2 = \min. \quad (4)$$

Дифференцируя (4) по a_i, b_i, c_i и приравнивая частные производные к нулю, получаем систему

$$\begin{aligned} a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i + c_1 \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n x_i z_i &= 0, \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i y_i + b_1 \sum_{i=1}^n y_i^2 + c_1 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n y_i z_i &= 0, \\ a_1 \sum_{i=1}^n x_i + b_1 \sum_{i=1}^n y_i + c_1 n - \sum_{i=1}^n z_i &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Решая (5), например, по способу Крамера, вычисляем коэффициенты

$$a_1 = D_a/D, \quad b_1 = D_b/D, \quad c_1 = D_c/D, \quad (6)$$

где D, D_a, D_b и D_c — определители третьего порядка.

Обычно измерения осадок ведут по четырем маркам, загложенным в нижней части основания. Пусть деформационные марки имеют координаты

$$|O, O, Z_1|, |X, O, Z_2|, |X, Y, Z_3|, |O, Y, Z_4|.$$

Тогда выражения (6) для вычисления a_i, b_i, c_i после соответствующих преобразований примут вид

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{z_2 + z_3 - z_0 - z_4}{2x} = \frac{h_1 + h_2}{2x}, \\ b_1 &= \frac{z_3 + z_4 - z_0 - z_2}{2y} = \frac{h_3 + h_4}{2y}, \\ c_1 &= 1/4(3z_0 + z_2 + z_4 - z_3), \end{aligned} \quad (7)$$

где $h_1 = z_2 - z_0, h_2 = z_3 - z_4, h_3 = z_3 - z_2$ и $h_4 = z_4 - z_0$ — измеренные превышения между двумя осадочными марками.

Найдем зависимость для определения перекоса и наклона оформляющей плоскости избранной системы координат. Запишем уравнение нормали, проведенной из начала координат к оформляющей плоскости. Используя [2], получаем

$$\frac{X - X_0}{A_1} = \frac{Y - Y_0}{B_1} = \frac{Z - Z_0}{C_1}, \quad (8)$$

или с учетом (3)

$$\frac{X}{a_1 C_1} = \frac{Y}{b_1 C_1} = \frac{Z - Z_0}{c_1} D_1. \quad (9)$$

Выражение для вычисления перекоса ω , т. е. угла между прямой и ее проекцией на плоскость XOZ ($y=0$), после соответствующих преобразований будет

$$\sin \omega = b_1 / \sqrt{1 + a_1^2 + b_1^2}. \quad (10)$$

Для определения наклона запишем уравнение прямой OM_1 , как линии пересечения двух плоскостей. Одним уравнением линии будет уравнение плоскости ZOX , т. е.

$$y = 0. \quad (11)$$

Вторым — уравнение проектирующей плоскости, проходящей через прямую (9), а следовательно, через точку $|O, O, Z_0|$ компланарно вектору $\{a_1 C_1, b_1 C_1, D_1/C_1\}$. Так как проектирующая плоскость перпендикулярна плоскости $y=0$, то она компланарна и вектору $\{0, 1, 0\}$, перпендикулярному этой плоскости.

Таким образом, уравнение проектирующей плоскости будет [2]

$$\begin{vmatrix} X & Y & Z - Z_0 \\ a_1 C_1 & b_1 C_1 & D_1/C_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (12)$$

Конкретно для нашего случая имеем

$$\frac{X - X_0}{a_1 C_1} = \frac{Z - Z_0}{c_1} D_1. \quad (13)$$

Найдем выражения для вычисления наклона основания, т. е. угла между осью OZ и прямой, описанной уравнением (13). Заметим, что уравнение оси OZ имеет вид $Z - Z_0 = 0$. После некоторых преобразований получим

$$\cos \alpha = 1 / \sqrt{1 + a_1^2}. \quad (14)$$

По изложенной выше методике можно определить ω и α для различных моментов времени. Вычисляемые разности $\Delta\omega$ и $\Delta\alpha$ будут представлять изменение наклонов и перекосов основания ГПА за промежуток времени между наблюдениями.

Для основания ГПА было бы целесообразным выделить постоянную осадания. Такой характеристикой может быть одинаковое для всех марок по модулю и знаку значение осадки, выделенное в данной серии наблюдений.

Определение пространственных смещений осей ГПА. Предположим, что в момент начальной серии измерения осадок выложена регулировка осей вращения ТНД и нагнетателя, т. е. оси строго горизонтальны и находятся на одной линии. В этот момент наклон и перекося основания ГПА относительно выбранной координатной системы равны соответственно ω_1 и α_1 . Допустим, что в начальном цикле известны также координаты X_A, Y_A, Z_A точки A .

Пусть по результатам обработки i -й серии наблюдения получены наклон ω_i и перекося α_i . Разности $\Delta\omega = \omega_i - \omega_1$ и $\Delta\alpha = \alpha_i - \alpha_1$ укажут на фактический наклон и перекося оси ГПА.

Выведем аналитические зависимости для получения пространственного смещения точки A , вызванного наклоном и перекосом. Предположим, что по каким-либо дополнительным измерениям известен также разворот оси Δx в плоскости, параллельной оформляющей.

Соотношения, определяющие новое положение точки A с координатами X_A', Y_A', Z_A' , имеют вид [3]

$$\begin{aligned} X_A' &= X_A t_{11} + t_{21} Y_A + t_{31} Z_A, \\ Y_A' &= t_{12} X_A + t_{22} Y_A + t_{32} Z_A, \\ Z_A' &= t_{13} X_A + t_{23} Y_A + t_{33} Z_A. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь t_{11}, t_{12}, t_{13} — направляющие косинусы углов, устанавливающие связь между начальным и новым положением точки A .

Решая поставленную задачу, находим элементы матрицы преобразований

$$V = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{21} & t_{31} \\ t_{12} & t_{22} & t_{32} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Матрица V , определяющая переход от координат X_A, Y_A, Z_A к координатам X_A', Y_A', Z_A' , будет равна произведению матриц, составленных для поворотов $\Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\gamma$, т. е.

$$V = V_{\Delta\alpha} V_{\Delta\omega} V_{\Delta\gamma}. \quad (17)$$

Матрицы, соответствующие поворотам $\Delta\alpha, \Delta\omega, \Delta\gamma$, будут

$$\begin{aligned} V_{\Delta\alpha} &= \begin{pmatrix} \cos \Delta\alpha & 0 & -\sin \Delta\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Delta\alpha & 0 & \cos \Delta\alpha \end{pmatrix}, \\ V_{\Delta\omega} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\omega & -\sin \Delta\omega \\ 0 & \sin \Delta\omega & \cos \Delta\omega \end{pmatrix}, \\ V_{\Delta\gamma} &= \begin{pmatrix} \cos \Delta\gamma & -\sin \Delta\gamma & 0 \\ \sin \Delta\gamma & \cos \Delta\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

После перемножения матриц $V_{\Delta\alpha}, V_{\Delta\omega}$ и $V_{\Delta\gamma}$ получим выражения для направляющих косинусов. В случае отсутствия $\Delta\gamma$ или исследования влияния только осадки на смещение, имеем

$$\begin{aligned} t_{11} &= \cos \Delta\alpha, & t_{21} &= -\sin \Delta\alpha \sin \Delta\omega, & t_{31} &= -\sin \Delta\alpha \cos \Delta\omega, \\ t_{12} &= 0, & t_{22} &= \cos \Delta\omega, & t_{32} &= -\sin \Delta\omega, \\ t_{13} &= \sin \Delta\alpha, & t_{23} &= \cos \Delta\alpha \sin \Delta\omega, & t_{33} &= \cos \Delta\alpha \cos \Delta\omega. \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, выражения (15) для определения смещения произвольной точки оси ГПА, обусловленные осадками основания, в конечном виде будут

$$\begin{aligned} X_A' &= \cos \Delta\alpha X_A - \sin \Delta\alpha \sin \Delta\omega Y_A - \sin \Delta\alpha \cos \Delta\omega Z_A, \\ Y_A' &= \cos \Delta\omega Y_A - \sin \Delta\omega Z_A, \\ Z_A' &= \sin \Delta\alpha X_A + \cos \Delta\alpha \sin \Delta\omega Y_A + \cos \Delta\alpha \cos \Delta\omega Z_A. \end{aligned} \quad (20)$$

Зависимости (20) можно использовать для вычисления элементов расчленяющей осей турбин и напелтателя, обусловленных неравномерностью осадки их оснований.

Оценка точности деформационных характеристик. Пусть превышения между осадочными марками получены равнооточно и независимо. Тогда, дифференцируя (7), среднеквадратичные ошибки коэффициентов a_1, b_1 будут

$$m_{a_1} = \frac{1}{x \sqrt{2}} m_h, \quad m_{b_1} = \frac{1}{y \sqrt{2}} m_h, \quad (21)$$

где m_h — среднеквадратичная ошибка измерения превышений.

Определим среднеквадратичные ошибки m_{ω} и m_{α} перекося и наклона основания ГПА. После дифференцирования (10) и (14), переходя к среднеквадратичным ошибкам, имеем

$$\begin{aligned} m_{\omega} &= \frac{1}{\cos \omega} m_{b_1}, \\ m_{\alpha} &= \frac{a_1}{\sin \alpha} m_{a_1}. \end{aligned} \quad (22)$$

В (22) отброшены малые величины $a_2^2, b_2^2, a_2 b_2$. Величины ω и α обычно небольшие, тогда можно принять $\cos \omega = 1$ и $\sin \alpha = a_1$. С учетом (21) выражение (22) примет вид

$$\begin{aligned} m_{\omega}^2 &= \frac{1}{Y \sqrt{2}} \rho'' m_h, \\ m_{\alpha}^2 &= \frac{1}{X \sqrt{2}} \rho'' m_h. \end{aligned} \quad (23)$$

В определении пространственных смещений точек оси ГПА участвуют величины $\Delta\omega$ и $\Delta\alpha$, среднеквадратичные ошибки которых

$$\begin{aligned} m_{\Delta\omega}^2 &= m_{\omega_1}^2 + m_{\omega_2}^2, \\ m_{\Delta\alpha}^2 &= m_{\alpha_1}^2 + m_{\alpha_2}^2. \end{aligned} \quad (24)$$

Полная $m_{\Delta\omega}^2 = m_{\omega_1}^2 = m_{\omega_2}^2 = m_{\alpha_1}^2 = m_{\alpha_2}^2$, получаем

$$m_{\Delta\omega} = \sqrt{2} m_{\omega}, \quad m_{\Delta\alpha} = \sqrt{2} m_{\alpha}. \quad (25)$$

Дифференцируя (20) и переходя к среднеквадратичным ошибкам, с учетом (25) и (23) имеем

$$\begin{aligned} m_{X A'} &= \frac{Z}{X} m_h, \\ m_{Y A'} &= \frac{Z}{Y} m_h, \\ m_{Z A'} &= \sqrt{2} m_h. \end{aligned} \quad (26)$$

Учитывая малость $\Delta\alpha$ и $\Delta\omega$, при выводе (26) принимаем $\cos \Delta\alpha \approx \cos \Delta\omega = 1$ и $\sin \Delta\alpha \approx \sin \Delta\omega = 0$. Из анализа (26) видно, что точность (m_{x_A}, m_{y_A}) планового смещения оси ГПА зависит от точности измерения превышений и высоты расположения смещаемых точек над осадочными марками. С увеличением высоты точность определения смещения оси снижается. Точность смещения по высоте зависит практически только от точности измерения превышений.

Заметим, что при заданной точности определения смещений приведенным выше способом можно определить соответствующую точность измерений, а отсюда и способ определения осадок.

Список литературы: 1. Новик В. Е., Клошин Е. Б. Вычисление и оценка точности деформационных характеристик оснований прецизионных сооружений. — Исследования по геодезии, аэрофотограмме и картографии, 1979, вып. 5.
2. Мобенов П. С. Аналитическая геометрия. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1969.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. — М.: Наука, 1970.

Статья поступила в редакцию 08.06.83

УДК 528.42

Р. М. РУДЫН
О КЛАССИФИКАЦИИ РЕЛЬЕФА

Количественная оценка микро рельефа представляет большой интерес, поскольку выполненные в данной области исследования [5, 6] не дают надежных количественных критериев, по которым можно было бы судить о пересеченности, ориентированию тектонических признаков.

В настоящее время широко используются непрерывное двухмерное преобразование Фурье, получаемое с помощью когерентно-оптических устройств. Таким образом, можно выделить признаки анализируемой поверхности. При этом оптическая система создает электрическое поле, пропорциональное двухмерному спектру. Усреднением Фурье-образов однотипных ландшафтов создается картотека спектров, так как спектр Фурье позволяет получать точное и удобное математическое описание структуры изображений.

При цифровой записи рельефа в результате математической обработки легко получить двухмерные энергетические спектры [4] и автокорреляционные функции участков земной поверхности или поверхности дна моря. В результате можно выявить анизотропию рельефа, т. е. неодинаковую расчлененность рельефа по разным направлениям. Двухмерные энергетические спектры будут соответствовать спектрам, получаемым когерентно-оптическим устройствами и обладать теми же свойствами. Следовательно, их можно интерпретировать как спектры, полученные аналоговыми методами.

Двухмерную автокорреляционную функцию можно представить выражением

$$B(\epsilon, \tau; j, k) = \sum_{j=0}^{N1-1} \sum_{k=0}^{N2-1} f(x, y) f(x - \epsilon; y - \tau). \quad (1)$$

$B(\epsilon, \tau; j, k)$ вычисляются на окне размером $N1 \times N2$ для каждой дискретной точки функции $f(x, y)$.

Однако спектр Фурье двухмерной автокорреляционной функции равен квадрату модуля спектра Фурье исходного изображения. Следовательно, $B(\epsilon, \tau; j, k)$ можно найти из преобразования Фурье, т. е. обратным преобразованием из квадрата модуля амплитудно-фазовой характеристики:

$$B(\epsilon, \tau; j, k) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{j=0}^{N1-1} \sum_{k=0}^{N2-1} |S(\omega_x, \omega_y)|^2 \exp\left(\frac{\omega_x x}{N1} + \frac{\omega_y y}{N2}\right) \Delta\omega_x \Delta\omega_y, \quad (2)$$

где $S(\omega_x, \omega_y)$ — преобразование Фурье функции $f(x, y)$. Согласно теореме Парсеваля, два представления энергии изображения через функцию $f(x, y)$ и так называемый энергетический спектр Фурье $G(\omega_x, \omega_y)$, или спектр дисперсии, связаны между собой выражением

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |S(\omega_x, \omega_y)|^2 d\omega_x d\omega_y. \quad (3)$$

В связи с этим энергетический спектр вычисляются как произведение спектра Фурье исходной функции на комплексно-сопряженный

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega_x, \omega_y) S^*(\omega_x, \omega_y) d\omega_x d\omega_y = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |S(\omega_x, \omega_y)|^2 d\omega_x d\omega_y, \quad (4)$$

где $S^*(\omega_x, \omega_y)$ — комплексно-сопряженный спектр Фурье к спектру $S(\omega_x, \omega_y)$.

Так же как двухмерный спектр Фурье изображения рельефа, двухмерный энергетический спектр и двухмерную автокорреляционную функцию можно использовать в качестве критериев для классификации рельефа.

Экспериментальные исследования выполнялись с использованием эталонов из [3]. Рельеф каждого эталона задан с помощью цифровой модели отметками в перекрестных сетки квадратов размером 21×21 .

Первая категория рельефа — плоскоравнинный участок с небольшой впадиной в центре с перепадом высот (приняв сечение рельефа 1 м) около 2 м.

Третья категория представляет собой участок с речкой, протекающей в меридиональном направлении. В широтном направ-