УДК 528.33.35

Ю. Н. КОРНИЦКИЙ, канд. техн. наук
Львовский политехнический институт

О ПРОДОЛЬНОМ И ПОПЕРЕЧНОМ СДВИГЕ ПУНКТОВ ЛИНЕЙНО-УГЛОВОГО РЯДА ИЗ РОМБОВ С ИСХОДНЫМИ ДИРЕКЦИОННЫМИ УГЛАМИ

В работе [2] приведены формулы для определения обратных весов функций продольного и поперечного сдвига пунктов ряда из геодезических ромбов с измеренными углами и сторонами, проложенного между исходными пунктами. Ряд уравнивали за условия фигур, сторон, дирекционных углов и координат.

При выводе формул для определения обратных весов продольного и поперечного сдвига пунктов линейно-углового ряда из геодезических ромбов, проложенного между сторонами с исходными дирекционными углами, недостаточно ограничиться простым исключением влияния на обратные веса функций координатных условных уравнений. Это объясняется наличием измеренных сторон a_0 и a_n, причем погрешности формул будут тем большими, чем меньше точность измерения сторон. Так, при $m_s : s$ около 1 : 150 000 погрешность формул составляет 50—70%.

Ряд уравнивали за условия фигур, сторон и дирекционных углов по методу, изложенному в работе [2], с использованием аналогичных обозначений, видов условных уравнений и весовых функций. Подробный вывод большинства коэффициентов дан в работе [2], поэтому в настоящей работе мы его не приводим.

В результате сложных алгебраических вычислений выведены следующие формулы для определения обратных весов продольного и поперечного сдвига пунктов ряда:

$$\frac{1}{P'_L} = \frac{0{,}187\,q\,(q+6{,}593)}{q+1{,}345}\,k - \frac{0{,}67\,q}{q+1{,}345} \times \frac{k^2}{n} - \frac{q^3\,(q-12{,}580)}{19\,(1{,}5\,q+0{,}372)(2\,q+20{,}088)}; \qquad (1)$$

$$\frac{1}{P_T} = \frac{0{,}8\,q}{q+1{,}345} \times \left[\frac{(5k+1)(k^2-k+2)}{15} - \frac{k^2\,(2\,k-1)^2}{16\,n}\right], \qquad (2)$$

где n — число геодезических ромбов в ряде, k — порядковый номер ромба,

$$q = \left(\frac{10^6\mu \cdot m_s}{m_\beta \cdot S}\right)^2, \quad \frac{1}{P'_L} = \frac{1}{P_L} \times \left(\frac{10^6\mu k}{L}\right)^2.$$

Значения обратных весов $\frac{1}{P'_L}$ и $\frac{1}{P_T}$

$\frac{m_S}{m_\beta S}$	n	k	$\frac{1}{P'_L}$		$\frac{1}{P_T}$	
			по ф-ле (1)	из схемы Гаусса	по ф-ле (2)	из схемы Гаусса
1:100 000	3	1	2,885	2,831	0,581	0,566
		2	6,702	6,766	1,631	1,637
	5	1	2,968	2,980	0,589	0,580
		3	10,852	10,934	4,274	4,283
		4	14,419	14,503	7,321	7,370
	8	4	15 170	15 286	10 066	10 235
		8	29 186	29 321	34 387	34 851
1:300 000	3	1	0 915	0 911	0 380	0 369
		2	1 496	1 493	1 065	1 071
	5	1	0 969	0 969	0 385	0 379
		3	2 295	2 296	2 792	2 796
		4	2 712	2 714	4 782	4 817
	8	4	3 203	3 208	6 576	6 680
		8	4 709	4 720	22 464	22 623
1:500 000	3	1	0 422	0 420	0 224	0 220
		2	0 675	0 673	0 629	0 625
	5	1	0 454	0 457	0 227	0 224
		3	1 056	1 057	1 647	1 650
		4	1 213	1 216	2 822	2 831
	8	4	1 502	1 505	3 880	3 944
		8	2 032	2 036	136 258	13 392

Формулы (1) и (2) проверены на аналогичных моделях путем решения условных уравнений по схеме Гаусса. Результаты вычислений обратных весов для различных значений n и k и различного соотношения точности угловых и линейных измерений приведены в таблице.

Как видно из таблицы, погрешности полученных формул не превышают 2—3% и могут применяться при предрасчете точности рядов линейно-угловой триангуляции.

Чтобы правильно судить о характере распределения погрешностей в ряде, необходимо учитывать ошибки исходных дирекционных углов.

Полная среднеквадратическая погрешность функции уравненных элементов [1] выразится для нашего случая формулой

$$M_F^2 = \frac{m_\beta^2}{P_F} + \left(\frac{\partial F}{\partial T_H}\right)^2 m_{T_H}^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial T_k}\right)^2 m_{T_k}^2,$$

где $m_{T_н}$ и m_{T_k} — среднеквадратические ошибки исходных дирекционных углов $T_н$ и T_k;

$$\frac{\partial F}{\partial T_н} = f_{T_н} + \frac{\partial w_\alpha}{\partial T_н} Q, \quad \frac{\partial F}{\partial T_k} = f_{T_k} + \frac{\partial w_\alpha}{\partial T_k} Q.$$

Здесь $f_{T_н}$ и $f_{T_к}$ — частные производные от функции по исходным данным; Q — переходной коэффициент, определяемый по формуле

$$Q = \frac{[jf_F \cdot 7\,n]}{[jj \cdot 7\,n]}.$$

Для продольного сдвига имеем [2]

$$f_{T_н} = 0, \; f_{T_k} = 0, \; Q = \frac{[jf_L 7\,n]}{[jj \cdot 7\,n]} = -0{,}917\,\frac{k}{n},$$

следовательно,

$$M_L = \sqrt{\frac{0{,}837\,k^2}{n^2}\left(m_{T_н}^2 + m_{T_к}^2\right) + \frac{m_\beta^2}{P_L'} \times \left(\frac{L}{10^6 \mu k}\right)^2}. \qquad (3)$$

Для поперечного сдвига соответственно получим

$$f_{T_н} = k, \; f_{T_к} = 0, \; Q = -\frac{k\,(2k-1)}{4\,n},$$

$$M_T = \sqrt{\frac{k^2\,(4\,n - 2\,k + 1)^2}{16\,n^2}\, m_{T_н}^2 + \frac{k^2\,(2k-1)^2}{16\,n^2}\, m_{T_k}^2 + \frac{m_\beta^2}{P_T}}. \qquad (4)$$

Из анализа формул (3) и (4) видно, что погрешности исходных дирекционных углов практически не влияют на продольный сдвиг и значительно влияют на поперечный сдвиг.

Так, например, при $m_\beta = 1''$, $n = 8$, $k = 4$ и $m_s : S = 1 : 300\,000$, погрешность среднеквадратической ошибки направления диагонали, вычисленной без учета ошибок исходных дирекционных углов, составит 20%. При этом ошибки исходных дирекционных углов принимались одинаковыми и равными 0,5″.

Список литературы: 1. *Пранис-Праневич И. Ю.* Определение средней квадратической ошибки функции с учетом ошибок исходных данных при уравнивании по способу наименьших квадратов. — «Исследования по геодезии», ЦНИИГАиК, 1939, № 5, с. 134—151. 2. *Корницкий Ю. Н.* О продольном и поперечном сдвиге пунктов несвободного линейно-углового ряда из геодезических ромбов. — «Геодезия, картография и аэрофотосъемка», 1976, вып. 24, с. 37—43.

Работа поступила в редколлегию 21 января 1977 года. Рекомендована кафедрой прикладной геодезии Львовского политехнического института.