

УДК 528:551.542:517.564

Л. Н. ДЯЧИК

## РАЗЛОЖЕНИЕ В РЯД ПО СФЕРИЧЕСКИМ ФУНКЦИЯМ АНОМАЛИЙ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ

Разложение в ряд по сферическим функциям аномалий атмосферного давления может оказаться полезным для всевозможных оценок в метеорологии, гравиметрии, космической геодезии, инерционной навигации. Ниже излагается техника разложения по сферическим функциям до четвертого порядка включительно и приводятся полученные результаты.

На первом этапе работы производилась выборка значений атмосферного давления по картам Центрального института прогнозов для центров десятиградусных секторов, разбитых на поверхности Земли по И. Д. Жонголовичу [1].

Разбивка заключалась в том, что вся земная поверхность была поделена на 410 десятиградусных секторов, равновеликих по площади, специально подобранной системой параллелей и меридианов. Данные о разбивке можно найти в гл. II, табл. 4 цитированной работы.

Мы провели выборку четырех значений атмосферного давления для каждого угла сектора. Из четырех значений находили  $b$  как среднее атмосферное давление для центра каждого сектора\*.

Условимся разности между измеренными значениями давления и нормальными —  $b_0$  называть аномалиями атмосферного давления. Значение аномального атмосферного давления для каждого сектора, обозначим его через  $\Delta b$ , равно

$$\Delta b = b - b_0, \quad (1)$$

где  $b_0 = 1013,2$  мбар.

Таблицы 410 значений  $\Delta b$  были составлены для 30 дат января, февраля и марта 1958 г. Эти таблицы послужили исходным материалом для вычисления коэффициентов разложения аномалий атмосферного давления по сферическим функциям до четвертого порядка включительно.

Требовалось получить числовые значения коэффициентов  $A_{nm}$  и  $B_{nm}$ , фигурирующие в разложении аномалий атмосферного давления.

$$\Delta b = \sum_{n=0}^n \sum_{m=0}^{m-n} (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\sin \varphi), \quad (2)$$

где  $P_{nm}(\sin \varphi) = \cos^m \varphi \frac{d^m P_n(t)}{d^m t}$ , причем  $P_n(t)$  — полином Лежандра, а  $t = \sin \varphi$ .

\* В секторах, где давление резко изменялось по значению,  $b$  находили как среднее атмосферное давление из пяти значений атмосферного давления.

Величины коэффициентов  $A_{nm}$  и  $B_{nm}$  можно вычислить по известным формулам

$$A_{n0} = \frac{2n+1}{4\pi} \int \Delta b P_{n0}(\sin \varphi) d\sigma,$$

$$A_{nm} = \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int \Delta b P_{nm}(\sin \varphi) \cos m\lambda d\sigma,$$

$$B_{n0} = 0,$$

$$B_{nm} = \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \int \Delta b P_{nm}(\sin \varphi) \sin m\lambda d\sigma,$$

при  $m=1, 2, 3, \dots, n$ .

Числовые значения  $P_{nm}(\sin \varphi)$ , входящие в формулу (2) и (3) в работе И. Д. Жонголовича, представлены как средние интегральные для площади каждого сектора. Они были рассчитаны методом механических кубатур с использованием числовых значений  $P_{nm}(\sin \varphi)$  из таблиц Тальквиста. Для удобства расчетов И. Д. Жонголович употребил «унифицированные значения»  $p_{nm}(\sin \varphi)$  от функций  $P_{nm}(\sin \varphi)$ . Между ними он устанавливает такую зависимость:

$$P_{nm}(\sin \varphi) = k_{nm} p_{nm}(\sin \varphi), \quad (4)$$

где  $k_{nm}$  — «унифицирующий множитель», подобранный так, чтобы «унифицированные значения»  $p_{nm}(\sin \varphi)$  не были больше единицы. Величины  $k_{nm}$  подбирались как близкие к наибольшим значениям

Значения коэффициентов  $A_{nm}$ ,  $B_{nm}$ , мбар

Дата	$A_{00}$	$A_{10}$	$A_{11}$	$B_{11}$	$A_{20}$	$A_{21}$	$B_{21}$	$A_{22}$
1 января	-0,72	+8,13	+0,01	+1,03	-4,20	-0,90	+1,82	-1,28
2 "	-1,96	+9,74	+0,26	+3,79	-7,54	+0,72	+0,70	-0,77
3 "	-2,36	+9,28	+2,57	+2,94	-8,18	+1,36	+0,56	-0,78
4 "	-1,36	+6,05	+2,47	+1,56	-8,31	+1,91	+1,22	-0,44
5 "	-1,16	+6,84	+1,93	+1,49	-11,30	+1,65	+1,18	-0,95
7 "	-1,48	+6,39	+1,45	+2,48	-12,50	+0,72	+0,80	-0,94
9 "	-1,97	+6,94	+3,31	+3,52	-9,36	+0,21	+2,09	-0,31
11 "	-1,43	+8,02	+1,64	+3,07	-9,98	-0,97	+2,20	-1,13
13 "	-1,09	+9,24	+1,01	+2,38	-4,61	+0,37	+4,75	-1,15
15 "	-1,80	+8,46	+1,61	+2,32	-7,11	+0,94	+3,03	-0,61
17 "	-1,33	+8,18	+0,63	+0,77	-5,97	+1,99	+1,33	-0,39
19 "	-1,10	+5,54	+1,12	+0,95	-3,19	-0,37	+1,04	-0,84
21 "	-1,48	+7,49	-0,83	+3,94	-4,10	+1,71	+3,77	-1,11
23 "	-1,87	+8,95	+0,99	+2,46	-5,29	-0,54	+2,49	-0,94
25 "	-0,30	+4,72	-0,70	+1,30	-3,80	+2,16	+5,40	-0,71
28 "	-1,58	+6,37	-1,52	+2,23	-4,23	+1,09	+4,12	+0,17
31 "	-1,38	+5,63	-0,94	+0,81	-6,16	-1,11	+3,41	+0,09
3 февраля	-1,52	+6,67	+0,09	+1,44	-2,69	+0,59	+2,48	-0,03
6 "	-1,23	+7,19	-0,32	-0,27	-4,88	+1,40	+1,39	+0,25
9 "	-1,68	+7,73	+0,50	+2,05	-1,35	-0,23	+0,01	-0,03
13 "	-1,56	+6,00	+0,72	+2,27	-7,16	-0,30	+2,90	-0,70
17 "	-1,76	+8,38	+1,23	+1,83	-4,44	+2,21	+1,91	-0,70
21 "	-1,54	+4,72	+2,52	+0,25	-6,03	+0,81	+1,15	-0,78
25 "	-1,60	+5,28	+1,77	+1,81	-6,06	+0,08	+3,55	-0,40
1 марта	-1,34	+7,67	+1,56	+1,12	-2,43	-0,57	+0,92	+0,11
6 "	-0,82	+5,49	-0,34	-1,57	-1,85	-1,09	+2,15	+0,26
11 "	-1,30	+7,97	-1,03	-1,58	-0,76	+0,02	-0,04	-0,03
16 "	-1,55	+9,41	-1,06	+0,33	-1,27	-0,53	+1,94	-0,22
21 "	-1,75	+7,59	-0,53	+0,92	-3,25	+0,11	+0,18	+0,25
26 "	-1,44	+8,34	-0,91	-1,34	-3,94	-1,45	+0,31	-0,19



Дата	$B_{22}$	$A_{30}$	$A_{31}$	$B_{31}$	$A_{32}$	$B_{32}$	$A_{33}$	$B_{33}$
1 января	-0,98	+3,63	-0,66	-0,95	-0,23	-0,32	+0,00	-0,12
2 "	-0,79	+4,47	-1,20	+0,85	-0,67	-0,38	+0,09	-0,16
3 "	-0,59	+4,03	-1,17	+0,71	-0,58	-0,12	+0,09	-0,11
4 "	-0,46	+1,14	-0,22	-0,87	-0,71	+0,28	+0,08	-0,07
5 "	-0,39	+2,08	-0,48	+0,54	-0,50	+0,09	+0,04	+0,02
7 "	-0,18	+6,06	-0,92	+1,80	-0,59	+0,01	+0,04	-0,12
9 "	-0,81	+3,04	+0,25	+2,34	-0,47	-0,06	+0,09	-0,05
11 "	-0,35	+9,06	-1,28	+3,13	-0,61	-0,13	+0,06	-0,02
13 "	-0,10	+8,28	-0,19	+2,17	-1,01	-0,25	+0,01	-0,10
15 "	+0,23	+6,15	+1,04	+1,54	-0,68	-0,27	+0,08	-0,07
17 "	+0,04	+6,18	+0,23	-0,58	-0,35	-0,62	+0,10	-0,15
19 "	+0,00	+5,62	-0,99	-1,51	-0,13	-0,27	+0,08	-0,15
21 "	-0,25	+5,07	-0,12	+1,62	-0,55	-0,18	+0,03	-0,05
23 "	-0,59	+7,19	-0,56	+0,69	-0,63	-0,30	+0,12	-0,06
25 "	+0,13	+5,36	+0,91	+1,74	-0,31	-0,08	+0,08	-0,02
28 "	+0,39	+1,62	+0,05	+0,64	-0,15	-0,08	0,00	-0,04
31 "	+0,33	+2,13	-1,25	+0,13	-0,05	+0,09	+0,12	-0,05
3 февраля	+0,10	+3,53	-0,65	-0,95	+0,05	-0,05	+0,07	+0,02
6 "	+0,09	+6,36	-1,42	+0,21	-0,79	-0,46	+0,08	-0,07
9 "	-0,02	+6,34	-2,46	+0,54	-0,84	+0,02	+0,03	-0,01
13 "	+0,39	+5,69	-1,41	+0,34	-0,54	+0,10	+0,11	-0,05
17 "	-0,21	+8,86	-1,44	+0,74	-0,45	-0,64	+0,13	-0,02
21 "	-0,35	+6,72	-0,76	+1,08	-0,46	-0,35	+0,11	-0,09
25 "	-0,43	+7,93	+1,00	+1,73	+0,14	-0,32	+0,08	-0,10
1 марта	+0,07	+6,36	+0,50	+1,21	-0,18	-0,01	+0,15	-0,16
6 "	-0,29	+3,50	-0,55	-1,68	-0,14	-0,24	+0,09	-0,16
11 "	-0,37	+10,04	-1,21	-1,66	-0,02	+0,39	+0,07	-0,02
16 "	+0,17	+2,63	-1,50	+0,51	-0,01	+0,01	+0,02	+0,02
21 "	-0,31	+9,98	+0,66	+0,40	+0,17	-0,06	+0,03	+0,04
26 "	-0,14	+11,72	-1,83	+0,47	-0,41	+0,20	+0,03	-0,14

Дата	$A_{40}$	$A_{41}$	$B_{41}$	$A_{42}$	$B_{42}$	$A_{43}$	$B_{43}$	$A_{44}$	$B_{44}$
1 января	-8,16	-0,57	+0,73	-0,57	-0,17	-0,02	-0,01	+0,00	-0,02
2 "	-7,65	+0,87	+0,70	-0,36	-0,19	-0,03	+0,03	-0,01	-0,02
3 "	-7,05	+1,66	+0,59	-0,24	-0,06	-0,01	-0,01	+0,00	-0,01
4 "	-8,61	+1,70	+1,24	-0,33	-0,02	+0,02	0,00	0,00	0,00
5 "	-8,76	+0,67	+0,88	-0,45	+0,17	+0,03	+0,04	+0,01	0,00
7 "	-11,05	+0,36	+0,47	-0,58	+0,10	+0,04	+0,02	0,00	-0,01
9 "	-6,03	-0,19	+1,86	-0,22	-0,02	+0,01	-0,02	0,00	-0,01
11 "	-7,12	-1,22	+1,76	-0,69	-0,12	+0,03	-0,04	-0,01	0,00
13 "	-5,84	-1,44	+2,39	-0,62	-0,13	+0,05	-0,01	-0,01	-0,01
15 "	-10,54	-0,13	+1,64	-0,47	-0,26	+0,04	+0,03	0,00	0,00
17 "	-8,64	+0,67	+0,43	-0,32	-0,19	+0,03	+0,00	+0,01	-0,01
19 "	-4,37	-0,10	+0,09	-0,56	-0,14	+0,03	-0,02	0,00	0,00
21 "	-4,17	+1,92	+0,50	-0,51	-0,05	+0,05	-0,01	+0,01	-0,01
23 "	-4,07	-0,18	+0,18	-0,57	-0,23	+0,05	-0,01	+0,00	0,01
25 "	-3,50	+1,72	+0,70	-0,42	+0,01	+0,01	+0,04	+0,01	0,00
28 "	-6,11	+0,71	+1,20	-0,20	+0,25	+0,05	+0,06	+0,01	-0,01
31 "	-7,07	-0,13	+0,55	-0,15	+0,04	+0,06	-0,02	+0,01	+0,00
3 февраля	-3,89	+0,16	-0,43	-0,09	-0,05	+0,04	+0,07	+0,02	+0,00
6 "	-3,32	-0,81	0,00	-0,07	+0,06	+0,05	+0,03	0,00	0,00
9 "	-2,63	-0,73	+0,55	-0,29	+0,07	+0,03	+0,04	+0,01	+0,00
13 "	-6,84	-0,83	+0,73	-0,53	+0,18	+0,05	+0,07	0,00	0,00
17 "	-2,18	-1,08	-0,62	-0,39	-0,11	+0,09	+0,03	+0,01	-0,01
21 "	-2,41	-0,21	+0,94	-0,32	-0,01	+0,03	+0,07	0,00	0,00
25 "	-3,34	-0,11	+1,86	-0,42	-0,18	-0,03	+0,04	+0,01	-0,00
1 марта	-4,47	+0,38	+0,55	-0,36	+0,21	+0,03	-0,04	-0,01	-0,01
6 "	-7,07	+0,86	-0,25	-0,19	+0,14	+0,04	0,00	0,01	0,00
11 "	-2,32	+0,68	-0,96	-0,27	-0,03	-0,01	-0,03	0,00	-0,01
16 "	-1,12	+0,19	+0,91	-0,28	+0,21	+0,02	+0,02	+0,01	0,00
21 "	-7,03	+1,39	-0,51	-0,06	0,00	-0,06	+0,01	+0,02	-0,01
26 "	-4,48	+0,56	+0,60	-0,44	+0,09	-0,06	+0,03	0,00	0,00

$P_{nm}(\sin \varphi)$  в таблицах Тальквиста. Значения  $k_{nm}$  и  $P_{nm}(\sin \varphi)$  приведены в табл. III на стр. 91 упомянутой работы.

И. Д. Жонголович преобразовал формулы (3), заменяя интегралы суммой: вместо  $d\sigma$  подставил его значение, равное  $\frac{4\pi}{410}$ , а вместо  $P_{nm}(\sin \varphi)$  — произведение  $k_{nm}p_{nm}(\sin \varphi)$  — и привел формулы (3) к виду:

$$A_{00} = \frac{1}{410} \sum_1^{410} \Delta b,$$

$$A_{nm} = r_{nm} \sum_1^{410} \Delta b (p_{nm} \cos m\lambda \cdot 10^3),$$

$$B_{nm} = r_{nm} \sum_1^{410} \Delta b (p_{nm} \sin m\lambda \cdot 10^3), \quad (5)$$

где  $r_{nm} = \frac{2n+1}{205} k_{nm} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} 10^{-3}$  при  $m=1, 2, \dots, n$ . Значения

$p_{nm} \cos m\lambda \cdot 10^3$  и  $p_{nm} \sin m\lambda \cdot 10^3$  даны в табл. IV работы [1], причем для 205 секторов северного полушария значения их те же, что и для секторов южного полушария, но когда сумма  $m+n$  нечетная, то знак во всех 205 значениях функций в южном полушарии меняется на обратный. Последнее в указанной табл. IV отмечено звездочкой.

Мы вычислили коэффициенты  $A_{nm}$  и  $B_{nm}$  по формулам (5) на ЭЦВМ Минск-22. Значения коэффициентов разложения аномалий атмосферного давления приведены в таблице.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жонголович И. Д. Внешнее гравитационное поле Земли и фундаментальные постоянные, связанные с ним. — Тр. ИТА АН СССР, вып. III, М.—Л., Изд-во АН СССР, 1952.

Работа поступила в редколлегию 15 декабря 1971 года. Рекомендована кафедрой высшей геодезии и гравиметрии Львовского ордена Ленина политехнического института.