

УДК 528.41

И. С. ТРЕВОГО

## К ВОПРОСУ О ПРЕДВЫЧИСЛЕНИИ ТОЧНОСТИ СВЕТОДАЛЬНОМЕРНОЙ ПОЛИГОНОМЕТРИИ

Предвычисление точности городской и инженерной полигонометрии при измерении линий светодальномерами во многом зависит от того, насколько надежно известны коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  уравнения

$$m_{S_i} = \pm (K_1 + K_2 S_i 10^{-6}), \quad (1)$$

в котором ошибка измеряемой линии  $m_{S_i}$  разделена на не зависящую и зависящую от ее длины части.

Мы предлагаем метод, позволяющий определять коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  с высокой степенью точности.

Для вытянутого светодальномерного хода его продольную невязку  $m_t$  можно предрасчитать по формуле

$$m_t^2 = m_{S_1}^2 + m_{S_2}^2 + \dots + m_{S_{n-1}}^2, \quad (2)$$

где  $m_{S_i}$  — ошибки отдельных линий;  $n$  — число вершин хода. Подставляя в (2) значения  $m_{S_i}$  из (1), получаем

$$m_t^2 = (K_1 + K_2 S_i 10^{-6})^2 + (K_1 + K_2 S_i 10^{-6})^2 + \dots + (K_1 + K_2 S_i 10^{-6})^2.$$

После возведения в квадрат имеем

$$m_t^2 = (n-1) K_1^2 + 2K_1 K_2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i 10^{-6} + K_2^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i^2 10^{-12}. \quad (3)$$

Покажем, что третий член (3) пренебрегаемо мал, то есть что для вычисления  $m_t$  достаточно пользоваться формулой

$$m_t^2 = (n-1) K_1^2 + 2K_1 K_2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i \cdot 10^{-6}. \quad (4)$$

С этой целью для трех вытянутых полигонометрических ходов, отличающихся по периметру и числу сторон, предвычислим значения  $m_t$  по формулам (3) и (4). В качестве  $K_1$  и  $K_2$  используем значения, приведенные в [1, 2, 3, 4, 5, 8] для светодальномеров, применяемых в городской и инженерной полигонометрии.

Из таблицы видно, что величина последнего члена формулы (3) составляет 2% от значения  $m_t$ , поэтому им вполне можно пренебрегать и пользоваться в дальнейшем для предвычисления продольной ошибки  $m_t$  вытянутого светодальномерного хода формулой (4), а для общей ошибки  $M$  — выражением

$$M^2 = (n-1) K_1^2 + 2K_1 K_2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i \cdot 10^{-6} + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^{i=n} D_{\alpha_i}^2, \quad (5)$$

где  $D_{\alpha_i}$  — расстояние от центра тяжести до вершины хода.

Значения  $m_l$ , мм

Типы светодальноме- ров*	Постоянные величины		Ход № 1 [ $S_i$ ] = 1,97 км; [ $S_i^2$ ] = 0,78 км <sup>2</sup> ; n-1=5		Ход № 2 [ $S_i$ ] = 4,52 км; [ $S_i^2$ ] = 2,60 км <sup>2</sup> ; n-1=8		Ход № 3 [ $S_i$ ] = 9,50 км; [ $S_i^2$ ] = 6,03 км <sup>2</sup> ; n-1=17	
	$K_1$	$K_2$	по (3)	по (4)	по (3)	по (4)	по (3)	по (4)
ТД-2 [4]	8,8	1,8	21,26	21,20	27,77	27,62	40,47	40,21
ТД-1 [2]	8,0	3,0	20,53	20,36	27,43	26,98	40,00	39,31
СТ-62М [1]	15,0	3,0	36,17	36,10	49,30	49,03	68,80	68,41
NASM-4 [5]	10,0	2,0	24,12	24,06	31,48	31,30	45,86	45,61
NASM-6 [5]	10,0	2,0	24,12	24,06	31,48	31,30	45,86	45,61
Кристалл [3]	17,0	7,0	44,18	43,75	59,26	58,20	86,42	84,67
EOS [3]	5,0	2,0	12,94	12,82	17,32	17,03	25,28	24,80
СТ-64 [8]	10,0	2,0	24,12	24,06	31,48	31,30	45,86	45,61

\* В квадратных скобках указана литература.

Напишем формулы для средних квадратических ошибок вдоль осей координат для хода произвольной формы [7]

$$m_x^2 = \sum_{i=1}^{i=n-1} m_{S_i}^2 \cos^2 \alpha_i + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^{i=n} \eta^2, \quad (6)$$

$$m_y^2 = \sum_{i=1}^{i=n-1} m_{S_i}^2 \sin^2 \alpha_i + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^{i=n} \xi^2, \quad (7)$$

где  $\eta$ ,  $\xi$  — центральные координаты.

Подставляя в (6) значение  $m_{S_i}$  из (1), имеем

$$m_x^2 = K_1^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} \cos^2 \alpha_i + 2K_1 K_2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i \cdot 10^{-6} \cos^2 \alpha_i + K_2^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i^2 \cdot 10^{-12} \cos^2 \alpha_i + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^{i=n} \eta^2. \quad (8)$$

Для получения  $m_l$  направим замыкающую хода вдоль оси абсцисс и найдем

$$m_l^2 = K_1^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} \cos^2 \alpha'_i + 2K_1 K_2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i \cdot 10^{-6} \cos^2 \alpha_i + K_2^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i^2 \cdot 10^{-12} \cos^2 \alpha_i + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^{i=n} \eta'^2, \quad (9)$$

где обозначения со штрихом относятся к новой системе координат. Нетрудно показать, что третий член в выражении (9), как и в формуле (3), пренебрегаемо мал. Поэтому для изогнутого светодальномерного хода окончательно имеем

$$m_l^2 = K_1^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} \cos^2 \alpha'_i + 2K_1 K_2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i \cdot 10^{-6} \cos^2 \alpha_i + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^{i=n} \eta'^2. \quad (10)$$

Аналогично для  $m_u$  напишем

$$m_u^2 = K_1^2 \sum_{i=1}^{i=n-1} \sin^2 \alpha'_i + 2K_1 K_2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i \cdot 10^{-6} \sin^2 \alpha_i + \frac{m_{\beta}^2}{\rho^2} \sum_{i=1}^{i=n-1} \xi'^2. \quad (11)$$

Легко показать, что сумма формул (10) и (11) дает выражение (5).

Искомые коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  входят во все выделенные формулы (4), (5), (10) и (11). Для определения  $K_1$  и  $K_2$  воспользуемся самой простой формулой (4), предварительно выполнив ряд преобразований. Используя формулу Понселе [6]

$$\sqrt{a^2 + b^2} \approx \alpha a + \beta b, \quad (12)$$

где при  $\alpha > \beta$   $\alpha = 0,96046$ ;  $\beta = 0,39783$  с погрешностью 4%, при  $\alpha > 2\beta$   $\alpha = 0,98592$ ;  $\beta = 0,23270$  с погрешностью 1,4% и т. д., имеем

$$m_i = \alpha K_1 \sqrt{n-1} + \beta \sqrt{2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i \cdot 10^{-6} \sqrt{K_1 K_2}}. \quad (13)$$

Введем обозначение

$$K_1 = x; \quad \sqrt{K_1 K_2} = y. \quad (14)$$

Тогда после подстановки (14) в (13) и замены  $m_i$  значением  $m'_i$ , полученным по невязкам  $t$ , будем иметь уравнение ошибок

$$\alpha \sqrt{n-1} x + \beta \sqrt{2 \sum_{i=1}^{i=n-1} S_i \cdot 10^{-6}} y - m'_i = v. \quad (15)$$

Свободные члены уравнений (15)  $m'_i$  вычисляются по формуле

$$m'_i = \sqrt{\frac{[tt]}{N_i}}, \quad (16)$$

где  $N_i$  — число ходов в  $i$ -й группе, после предварительной группировки ходов по периметру и числу сторон хода.

Мы собрали большой производственный материал по полигонометрии 4-го класса, проложенный светодальномерами «Кристалл» № 23, 25, 84, в городах и других местностях. Из этих материалов отобран 81 вытянутый ход общей длиной 432,2 км (681 линия), вычислены продольные невязки  $t$  путем разложения абсолютных невязок по ходам на  $t$  и  $u$ , а затем для всех групп получены средние значения  $m_i$  по формуле (16).

Решение\* системы из уравнений ошибок (15) дало следующие результаты:

$$K_1 = 18,65 \text{ мм} \pm 9\%; \quad K_2 = 5,35 \pm 10\%.$$

Оценка точности полученных величин выполнена по способу Энке.

В случае необходимости уравнения ошибок можно составлять по формуле (5), тогда в результате решения одновременно будут найдены  $K_L$ ,  $K_2$  и  $m_\beta$ .

Коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  получены с достаточной точностью, поэтому предлагаемый метод отыскания их по продольным невязкам вытянутых светодальномерных ходов можно считать надежным и рекомендовать его для практического применения при числе ходов 100 и более.

Предвычисление ошибок расстояний, измеряемых светодальномером «Кристалл», рекомендуется производить по формуле

$$m_{S_i} = \pm (18,65 \pm 5,35 S_i \cdot 10^{-6}) \text{ мм},$$

а ошибок ходов по формулам (4), (5), (10), с использованием коэффициентов  $K_1 = 18,65 \text{ мм}$  и  $K_2 = 5,35 \text{ мм}$ .

\* По способу наименьших квадратов.

Формулы (4), (5), (10) и (11) могут быть использованы для предвычисления точности городской и инженерной полигонометрии и в случае применения других малых светодальномеров.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Большаков В. Д., Громов Е. В., Демушкин А. И. Расчет допусков при измерении линий полигонометрии светодальномером СТ-62М. — «Геодезия и картография», 1967, № 8.
2. Бородулин Г. И. [и др.]. О результатах испытания опытного образца светодальномера ТД-1. — «Геодезия и картография», 1965, № 8.
3. Громов Е. В. К вопросу об определении весов в светодальномерной полигонометрии. — «Геодезия и картография», 1969, № 11.
4. Зарубин Б. И. [и др.]. Опыт производственного применения светодальномера ТД-2. — «Геодезия и картография», 1970, № 8.
5. Иордан В., Эггерт О., Кнейсель М. Руководство по геодезии, т. 6. М., «Недра», 1971.
6. Люстерник Л. А., Червоненкис О. А., Ямпольский А. Р. Математический анализ. М., Физматгиз, 1963.
7. Чеботарев А. С., Селиханович В. Г., Соколов М. Н. Геодезия. Ч. II. М., Геодезиздат, 1962.
8. Экомасов А. П. Применение точного светодальномера для создания геодезической строительной сетки. — «Геодезия и картография», 1970, № 8.

Работа поступила в редколлегию 1 декабря 1971 года. Рекомендована кафедрой геодезии Львовского ордена Ленина политехнического института.