УДК 528.232

П. А. МЕДВЕДЕВ

ЗАМЕЧАНИЯ К СТАТЬЕ О РЕШЕНИИ ПРЯМОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ НА ЛЮБЫЕ РАССТОЯНИЯ

В [2] даны формулы для решения прямой геодезической задачи на любые расстояния. Указанная работа не вызывала бы никаких возражений, если бы ее автор коснулся предыстории рассматриваемого вопроса и в соответствии с этим определил значение полученных им выводов.

Однако из заключения статьи следует, что она претендует на новизну результатов, подхода и пути вывода формул. В связи с этим необходимы некоторые пояснения.

Для s и l В. Подшивалов выводит соотношения

$$s = a \int_{u_1}^{u_2} \frac{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 u}}{\sqrt{\cos^2 u - c^2}} \cos u du, \tag{1}$$

$$l = c \int_{u_1}^{u_2} \frac{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 u}}{\cos u \sqrt{\cos^2 u - c^2}} du, \tag{2}$$

которые непосредственно вытекают из известных лежандровских дифференциальных уравнений геодезической линии, где постоянная интегрирования

$$c = \cos u_0 = \sin A \cos u, \tag{3}$$

после чего подынтегральные выражения в (1) и (2) упрощают с помощью подстановки

$$\sin u = \sqrt{1 - c^2} \cos \sigma. \tag{4}$$

В [2] дуга большого круга σ обозначена через x.

Легко видеть, что примененная подстановка (4) является формулой прямоугольного сферического треугольника, так как

$$\sqrt{1 - c^2} = \sin u_0.$$

Автор утверждает [2, с. 128] возможность интегрирования дифференциальных уравнений геодезической линии на поверхности эллипсоида без использования элементов вспомогательной сферы, однако практически этого не делает. А напротив, (1) и (2) преобразует к параметру сферы σ.

Равенства (3) и (4) выражают соотношения между частями сферического треугольника, в котором $90°—u$ — гипотенуза, $90°—u_0$ и σ — катеты, A — угол, противолежащий стороне $90°—u_0$ Это означает, что геодезическая линия изображена на шаре дугой большого круга так, что ее широты равны приведенным широтам точек геодезической линии на эллипсоиде, а в соответствующих точках геодезической линии и дуги большого круга азимуты равны.

Следовательно, при выводе формул В. Подшивалов использовал условия способа Бесселя. Поэтому ни о каком принципиальном отличии алгоритма автора от способа Бесселя и его различных модификаций не может быть и речи.

В 1935 г. А. Викровец [1] интегрировал (1) и (2) без использования элементов вспомогательной сферы, а затем результаты, полученные преимущественно в виде обратных тригонометрических функций, упростил той же подстановкой (4), где $\sigma=\alpha$ (см. выражение (18) в [1, с. 19]).

Так как вывод формул, примененный А. Вировцем и В. Подшиваловым, отличается только последовательностью преобразований, то при разложении подынтегральных выражений по одним и тем же параметрам результаты будут тождественными. Вследствие этого (11) для вычисления разности долгот l, полученная В. Подшиваловым [2, с. 154], совпадает с формулой (7) А. Вировца, приведенной Г. Багратуни [4, с. 11], если устранить имеющиеся в них неточности. Так, в формуле А. Вировца в коэффициенте q' слагаемое $\frac{1}{16} e^4(1-c^2)$ следует заменить на $\frac{1}{16} e^4(1+c^2)$, а в r' вместо $\frac{e^6}{128}(3+2c^2-5c^4)$ следует написать $\frac{e^6}{32}(1-c^4)$. В формуле В. Подшивалова в коэффициенте α' слагаемое $\frac{1}{64} e^4c^4$ нужно увеличить в три раза.

Из того, что $d\left(\operatorname{arctg}\frac{c}{\operatorname{tg}\sigma}\right) = -d\left(\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg}\sigma}{c}\right)$, следует тождественность главных членов этих формул.

$$\operatorname{arc\,tg} \frac{c}{\operatorname{tg} \sigma} \Big|_{\sigma_1}^{\sigma_2} = - \operatorname{arc\,tg} \frac{\operatorname{tg} \sigma}{c} \Big|_{\sigma_1}^{\sigma_2}.$$

Выражения для длины геодезической линии s, полученные А. Вировцем и В. Подшиваловым, отличаются лишь параметрами, примененными для разложения подынтегральной функции в ряд.

П. Ганзен [3, с. 120] в подынтегральное выражение для s ввел параметр $k = e \sin B_0$. Этот же парамeтр использует и В. Подшивалов. Действительно, с помощью формулы связи геодезической широты с приведенной получаем

$$k^2 = e^2 \sin^2 B_0 = \frac{e^2 \sin^2 u_0}{1 - e^2 \cos^2 u_0} = \frac{e^2 (1 - \cos^2 u_0)}{1 - e^2 \cos^2 u_0} = \frac{e^2 (1 - c^2)}{1 - e^2 c^2}.$$

Поэтому, с учетом направлений, принятых за положительные, формула для вычисления S, полученная В. Подшиваловым, совпадает с формулой П. Ганзена [3, с. 122]. При этом общий множитель в формуле П. Ганзена $b/\sqrt{1-k^2}$, где $b = a\sqrt{1-e^2}$ с помощью зависимости для k^2 легко преобразуется к виду $a_1 = a\sqrt{1-e^2c^2}$, полученному В. Подшиваловым.

Список литературы: 1. *Вировец А. М.* Решение прямой геодезической задачи при значительных расстояниях между пунктами. — Геодезист, 1935, № 4. 2. *Подшивалов В. П.* Решение прямой геодезической задачи на любые расстояния. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 30. 3. *Тилло А. А.* Геодезические исследования Гаусса, Бесселя и Ганзена. — СПб, 1866. 4. Тр. ЦНИИГАиК, 1952, вып. 93.

Статья поступила в редколлегию 02. 12. 82