УДК 528.21

Г. А. МЕЩЕРЯКОВ

О ПРЕДСТАВЛЕНИИ ПОТЕНЦИАЛА ПЛАНЕТЫ СУММОЙ ПОТЕНЦИАЛОВ ДВУХ ПРОСТЫХ СЛОЕВ

§ 1. К настоящему времени предложены различные формы описания геопотенциала как в целом, так и его главной («нормальной») части. Это сначала классический ряд шаровых функций, по-разному записываемый [8, 9] и по-разному интерпретируемый [5, 7], и затем разнообразные описания потенциала планеты рядами по функциям Ламе, по гармоникам сжатого эллипсоида вращения, потенциалом простого слоя, суммой потенциалов точечных масс, при помощи мультиквадрик и других видов функций, с использованием так называемых неподвижных центров (комплексных или чисто мнимых), комбинированием различных способов аппроксимации частичных сумм этого ряда в отдельных областях пространства. Обзор и библиография вопроса приведены, например, в [4, 12].

Многосторонние подходы к описанию потенциала вызваны не только необходимостью изучения его тонких свойств и различных возможностей интерпретации, но и потребностями использования в практических целях (необходимость простоты и оптимизации вычислений). Ниже сначала обсуждается общепринятый вариант разделения потенциала на две части (главную — «нормальную» и поправочную — «возмущающую»), дается трактовка их как потенциалов простых слоев и затем на ее основе предлагается новая схема построения многоточечных моделей потенциала.

§ 2. Внешний потенциал V планеты τ

$$V(P) = f \iiint\limits_{\tau} \frac{\delta_Q}{l_{PQ}} d\tau_Q, \ Q \in \tau, \ P \notin \tau \tag{1}$$

запишем в обычно используемом виде ряда по шаровым функциям

$$V(P) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y_n(\vartheta, \lambda)}{r^{n+1}}, \tag{2}$$

$$Y_n(\vartheta, \lambda) = f \sum_{m=0}^{n} (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\cos\vartheta), \tag{3}$$

где

$$\left.\begin{aligned} &\left.\begin{matrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{matrix}\right\} = 2\frac{(n-m)!}{(n+m)!} \iiint\limits_{\tau} \delta r'^n P_n^m(\cos\vartheta') \left\{\begin{matrix} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{matrix}\right. d\tau, \\ &C_{n0} = \iiint\limits_{\tau} \delta r'^n P_n(\cos\vartheta')\, d\tau, \ S_{n0} = 0 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

— размерные стоксовы постоянные планеты; r, ϑ, λ и r', ϑ', λ' — планетоцентрические координаты соответственно внешней точки P и внутренней точки Q; δ — плотность вещества.

Потенциал V всегда можно представить в виде суммы

$$V = V^{э} + V^{c} \tag{5}$$

двух потенциалов: а) *главной* его *части*, под которой будем понимать потенциал $V^{э}$ эллипсоида Э (двух- или трехосного), наилучшим образом (в каком-то определенном смысле) аппроксимирующего внешнюю поверхность планеты и имеющего неоднородное, именно эллипсоидально-слоистое, внутреннее строение; б) некоторой *поправочной части* V^{c}, обусловленной, во-первых, отступлениями действительности фигуры планеты от эллипсоидальной, принятой при описании $V^{э}$, и, во-вторых, отличиями реального распределения масс в τ от предположенного эллипсоидально-слоистого внутри эллипсоида Э.

Под эллипсоидально-слоистым распределением масс в теле, граничной поверхностью которого является эллипсоид, или под эллипсоидально-слоистым внутренним строением этого тела понимается такое распределение масс в нем, которое допускает разбиение его (тела) на бесчисленное или конечное множество бесконечно тонких или толстых (т. е. с конечной толщиной) слоев, образованных концентрическими и подобно расположенными эллипсоидами, и заполненных веществом одинаковой плотности, меняющейся при переходе от слоя к слою. Такое определение охватывает различные виды эллипсоидальных слоев: гомеоиды и толстые гомеоиды [11], т. е. слои, ограниченные подобными и подобно расположенными концентрическими эллипсоидами; фокалоиды [11] и толстые фокалоиды, т. е. слои, заключенные между софокусными эллипсоидами; и, наконец, что особенно важно для последующего, слои, ограниченные концентрическими и подобно расположенными эллипсоидами с различными сжатиями α, изменяющимися по определенному закону. На слои последнего вида, в частности, можно разбить («расслоить») любую планету, находящуюся в гидростатически равновесном состоянии, ибо первое приближение всякой уровенной поверхности внутри такой планеты описывается сфероидом Клеро, который от точного эллипсоида вращения отличается членами второго и более высоких порядков малости (относительно α).

§ 3. Займемся сначала потенциалом $V^э$ эллипсоида с эллипсоидально-слоистой структурой.

Из классической теории притяжения эллипсоидов [1, 3, 13, 14], разработанной к началу нашего века и ставшей вновь актуальной в связи с запросами современной физики и астрофизики [11, 15], для дальнейшего достаточно теоремы Маклорена—Лапласа, в соответствии с которой однородные софокусные эллипсоиды одинаковой массы развивают во внешнем пространстве (относительно наибольшего из этих эллипсоидов) одинаковый потенциал. Важное следствие из этой теоремы приведено в монографии Л. Н .Сретенского [13]: внешний потенциал однородного эллипсоида

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1 \quad (a>b>c) \tag{6}$$

плотности δ совпадает с потенциалом простого слоя, распределенного на площади эллипса

$$\frac{x^2}{a^2-c^2}+\frac{y^2}{b^2-c^2}=1 \quad z=0 \tag{7}$$

с переменной плотностью

$$\mu=\frac{2abc\,\delta}{\sqrt{(a^2-c^2)(b^2-c^2)}}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2-c^2}-\frac{y^2}{b^2-c^2}}. \tag{8}$$

Из последней формулы следует, что монотонно изменяющаяся плотность такого простого слоя равна $\frac{2abc\,\delta}{\sqrt{(a^2-c^2)(b^2-c^2)}}$ в центре эллипса и исчезает на его контуре. Заметим также, что в случае вырождения эллипсоида (6) в сжатый эллипсоид вращения ($a=b$)

эллиптический диск (7) превращается в круговой диск радиуса $\sqrt{a^2-c^2}$ *.

Обращаясь теперь к неоднородному эллипсоиду Э со слоистым распределением масс, рассмотрим нужный для приложений случай толстых эллипсоидальных слоев, на которые можно разбить эллипсоид. Будем считать, что внутри эллипсоида $Э=Э_0$ построено n эллипсоидов $Э_1, Э_2, \ldots, Э_n$, концентрических с $Э_0$ и подобно ему расположенных. Пусть в каждом из эллипсоидов $Э_i$ $(i=0, 1, 2, \ldots, n)$, полуоси которого a_i, b_i, c_i, плотность вещества постоянна и равна δ_i. Тогда при переходе из одного эллипсоида в соседний она увеличивается (по направлению к их общему центру) скачком на величину $h_i=\delta_i-\delta_{i-1}>0$. Значит, потенциал притяжения такого неоднородного эллипсоида Э на внешнюю точку представится суммой потенциалов однородных эллипсоидов $Э_i$ $(i=0, 1, 2, \ldots, n)$, каждый из которых может быть заменен потенциалом эллиптического диска

$$\frac{x^2}{a_i^2-c_i^2}+\frac{y^2}{b_i^2-c_i^2}=1, \quad z=0,$$

с плотностью

$$\mu=\frac{2\,a_i b_i c_i(\delta_i-\delta_{i-1})}{\sqrt{(a_i^2-c_i^2)\,(b_i^2-c_i^2)}}\sqrt{1-\frac{x^2}{a_i^2-b_i^2}-\frac{y^2}{b_i^2-c_i^2}}\,.$$

Значит, во внешнем пространстве, потенциал неоднородного эллипсоида Э описанной выше слоистой структуры совпадает с потенциалом эллиптического диска, расположенного в плоскости $z=0$,

$$\frac{x^2}{a^2-c^2}+\frac{y^2}{b^2-c^2}=1, \tag{9}$$

и имеющего кусочно-непрерывную плотность μ, убывающую от центра диска к его периферии:

$$\mu=2\sum_{i=0}^{n^*}\frac{a_i b_i c_i(\delta_i-\delta_{i-1})}{\sqrt{(a_i^2-h_i^2)\,(b_i^2-c_i^2)}}\sqrt{1-\frac{x^2}{a_i^2-c_i^2}-\frac{y^2}{b_i^2-c_i^2}}\,,$$
$$(\delta_{-1}=0). \tag{10}$$

Суммированию в этой формуле $n^*\leqslant n$ подлежат только те слагаемые, в которых подкоренное выражение во втором радикале неотрицательно. Ясно, что и в случае неоднородного сжатого эллипсоида вращения эллиптический диск вырождается в круговой, а для шара со сферически симметричным строением он обращается в материальную точку.

---

* Из синонимов «диск» и «пластина», используемых в математической и физической литературе применительно к простым, в основном плоским слоям, мы здесь пользуемся первым — «диск», который для (8) довольно наглядно раскрывает смысл графика функции $\mu=\mu(x, y)$ — поверхности, ортогонально пересекающей плоскость xy вдоль эллипса (7).

Таким образом, (9) и (10) позволяют заменить потенциал эллипсоида потенциалом диска, полуоси которого определяются по полуосям общепланетарного эллипсоида, а плотность μ — по модельному эллипсоидально-слоистому распределению плотности вещества δ внутри планеты. Последнее, например для Земли, можно получить численно на основании современных моделей ее внутреннего строения; при этом плотности эллипсоидальных слоев и скачки плотности на границах оболочек планеты нужно подобрать так, чтобы масса эллипсоида была равна общей массе Земли.

Заметим, что возможность объяснения внешнего потенциала уровенного эллипсоида («нормального потенциала Земли») распределением массы на его «фокальном диске» была показана М. И. Юркиной [16].

§ 4. Переходя теперь к разложению внешнего потенциала эллиптического диска, а значит, и неоднородного эллипсоида с эллипсоидально-слоистым строением в ряд шаровых функций, воспользуемся общепринятой схемой разложения в такой ряд объемного потенциала произвольного тела (см., напр., [3, 13, 14]). В соответствии с ней потенциал

$$V^{э} = V^{эл.\ д} = f \iint\limits_{S} \frac{\mu_Q^{эл.\ д}}{l_{PQ}}\, d\sigma_Q,\ Q \in S,\ P \notin S, \tag{11}$$

где S — область плоскости $z=0$, ограниченная эллипсом (9), также разлагается в ряд вида (2)—(3). Однако размерные коэффициенты получаемого ряда имеют уже другую структуру

$$\left.\begin{aligned} &\left.\begin{matrix} C^{э}_{nm} \\ S^{э}_{nm} \end{matrix}\right\} = 2\frac{(n-m)!}{(n+m)!} f \iint\limits_{S} \mu^{эл.\ д}\, r'^{n} P_n^m(\cos\vartheta') \left\{\begin{matrix} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{matrix}\right. ds, \\ &C^{э}_{n0} = f \iint\limits_{S} \mu^{эл.\ д}\, r'^{n} P_n(\cos\vartheta')\, ds,\ S^{э}_{n0} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

где точка интегрирования r', ϑ', λ' пробегает внутренность эллипса S, поэтому $\vartheta' \equiv \frac{\pi}{2}$. Значит, в подынтегральных функциях интегралов (12) всегда фигурирует P_n^m (0). Но известно [2], что

$$P_n^m(0) = \frac{2^m}{\sqrt{\pi}} \cos\left[\frac{\pi}{2}(n+m)\right] \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{n}{2}+\frac{m}{2}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{n}{2}-\frac{m}{2}\right)}. \tag{13}$$

Поэтому, во-первых, формулы (12) упрощаются за счет введения в них указанных постоянных значений присоединенных функций Лежандра и, во-вторых, все стоксовы постоянные эллипсоида, содержащие P_n^m (0) при $(n+m)$ нечетном, обращаются в нули.

Эти выводы являются, по сути дела, следствием симметричности эллипсоидально-слоистого распределения плотности в эллипсоиде Э относительно экваториальной плоскости. Если же учесть симметричность этого распределения и относительно двух других главных плоскостей трехосного эллипсоида, то из формул (4) или (12) получим также, что $S^{э}_{nm}=0$ при любых n и m и $C^{э}_{nm}=0$ при n и m нечетных.

Таким образом, в разложении потенциала трехосного эллипсоида, наиболее подходящего к фигуре планеты и имеющего эллипсоидально-слоистую структуру, сохраняются только те стоксовы постоянные C_{nm}, индексы n и m в которых — четные числа.

§ 5. Возвращаясь к представлению потенциала в виде суммы (5) и определив ее главную часть $V^{э}$, отнесем к поправочной части $V^{с}$ ту долю общего потенциала V планеты, которая не учтена $V^{э}$. Это, во-первых, вклад в V, обусловленный отступлениями реальной формы планеты от эллипсоида, и, во-вторых, добавления к $V^{э}$, вызванные отличиями действительной структуры планеты от принятой эллипсоидально-слоистой: это — неучтенная асимметрия внутреннего строения планеты относительно экваториальной плоскости.

Поправочную часть $V^{с}$ потенциала будем трактовать также потенциалом простого слоя. Но если простой слой, заменяющий потенциал эллипсоида, возник в описываемых построениях естественным образом, отвечая природе изучаемого явления — притяжения планеты, то простой слой, отражающий ее остаточный потенциал, очевидно, нельзя ввести и построить однозначно. Однако ясно, что расположение этого слоя надлежит приурочить к местам скопления «источников» поправочной части потенциала. Последние — как следует из данных о внутреннем строении Земли, из различных вариантов геофизической интерпретации гармоник геопотенциала и из используемых здесь предпосылок представления потенциала суммой (5) — сосредоточены в самых верхних слоях планеты: в коре и верхней части мантии. Поэтому простой слой, потенциал которого выражает поправочную часть $V^{с}$ потенциала планеты, есть смысл располагать либо на поверхности Земли, либо на используемом эллипсоиде Э, либо на некоторой, близкой к нему, сфере. Опыты использования простых слоев для описания геопотенциала и возмущающего потенциала общеизвестны [4, 12]. Согласно некоторым из них, остановимся далее на рассмотрении сферического слоя как наиболее удобного с точки зрения практики и «прозрачного» с точки зрения теории.

Теперь относительно радиуса R сферы, несущей этот слой. Очевидно, следует брать $R=c$, или точнее $R=c-\varepsilon$ ($\varepsilon>0$ малая величина). Действительно, рассматривая притяжение планеты, невозможно представить, что отдельные ее гравитирующие элементы (элементарные массы) находились бы вне планеты. Далее, так как источники должны находиться в верхних слоях планеты, то R не должно значительно отличаться от c. Затем с точки зрения наилучшей квадратической аппроксимации внешнего потенциала или его возмущающей части шаровыми функциями [7, 12] R должно быть близко (или равно) радиусу сферы Бьерхаммера.

Такой же вывод следует и из недавних исследований [6] о выборе стабилизатора для устойчивой аппроксимации потенциала рядом фундаментальных решений уравнения Лапласа.

§ 6. Поправочную часть V^c потенциала планеты запишем теперь как потенциал простого слоя на сфере радиуса R

$$V^c = f \iint\limits_{\text{Сф}} \frac{\mu_Q^c}{l_{PQ}} d\sigma_Q. \quad Q \in \text{Сф}, \; P \notin \text{Сф}. \tag{14}$$

Разложим его обычным образом по шаровым функциям с коэффициентами C_{nm}^c, S_{nm}^c, которые имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \left.\begin{matrix} C_{nm}^c \\ S_{nm}^c \end{matrix}\right\} &= 2\frac{(n-m)!}{(n+m)!} fR^n \iint\limits_{\text{Сф}} \mu^c P_n^m(\cos\vartheta') \left\{\begin{matrix} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{matrix}\right. d\sigma, \\ C_{n0}^c &= fR^n \iint\limits_{\text{Сф}} \mu^c P_n(\cos\vartheta')\, d\sigma, \; S_{n0}^c = 0. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

В последних формулах плотность μ^c слоя неизвестна. Однако ее легко определить.

Разложим эту плотность на сфере радиуса R по сферическим функциям

$$\mu^c(\vartheta, \lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (\alpha_{nm} \cos m\lambda + \beta_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\cos\vartheta), \tag{16}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \left.\begin{matrix} \alpha_{nm} \\ \beta_{nm} \end{matrix}\right\} &= \frac{2n+1}{2\pi R^2} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \iint\limits_{\text{Сф}} \mu^c(\vartheta', \lambda') P_n^m(\cos\vartheta') \left\{\begin{matrix} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{matrix}\right. d\sigma, \\ \alpha_{n0} &= \frac{2n+1}{4\pi R^2} \iint\limits_{\text{Сф}} \mu^c(\vartheta', \lambda') P_n(\cos\vartheta')\, d\sigma, \; \beta_{n0} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Здесь учтено, что $\alpha_{00} = 0$, так как общая масса сферического слоя равна нулю, поскольку масса эллипсоида Э считается совпадающей с полной массой планеты.

Чтобы найти коэффициенты α_{nm}, β_{nm} разложения плотности, достаточно подставить ряд (16) в (15), из которых, приняв во внимание свойства ортогональности сферических функций, будем иметь

$$\left.\begin{matrix} \alpha_{nm} \\ \beta_{nm} \end{matrix}\right\} = \frac{2n+1}{4\pi f R^n} \left\{\begin{matrix} C_{nm}^c \\ S_{nm}^c \end{matrix}\right., \quad (n = 1, 2, \cdots; m = 0, 1, \cdots, n). \tag{18}$$

Так как из представления потенциала V планеты в виде (5) следуют равенства

$$C_{nm} = C_{nm}^э + C_{nm}^c, \quad S_{nm} = S_{nm}^э + S_{nm}^c, \tag{19}$$

то, имея заданными стоксовы постоянные планеты C_{nm}, S_{nm} и вычислив по (12) с учетом (10) параметры $C_{nm}^э$, $S_{nm}^э$ гравитационного поля эллипсоида Э, находим теперь из (19) гармоники

C^c_{nm}, S^c_{nm}, а, значит, из (18) имеем и коэффициенты α_{nm}, β_{nm} разложения плотности μ^c сферического слоя, порождающего потенциал V^c.

Таким образом, задача представления заданного внешнего потенциала планеты суммой ее главной части $V^э$, соответствующей эллипсоиду, аппроксимирующему фигуру планеты и описывающему в глобальном масштабе ее внутреннее строение, и поправочной части V^c трактуемой потенциалом гравитирующей сферы, решена полностью.

§ 7. Остановимся на применении такого представления потенциала планеты к построению многоточечных моделей геопотенциала. Удобство последних в настоящее время уже не вызывает сомнений, однако оптимальных методов построения их еще нет и поиск их (методов и самих моделей) является актуальным. Использование представления потенциала в виде суммы (5) имеет смысл, хотя бы на основании следующих обстоятельств.

В большинстве случаев построения точечных моделей потенциала базируются на его записи как объемного потенциала, есть даже при этом попытки привлечения теории кубатурных формул, но ясно, что чем меньше кратность аппроксимируемых интегралов, тем проще будет добиться желаемого результата. В описанных выше построениях приходится иметь дело только с двухкратными интегралами.

Далее, для сохранения однородности описания потенциала точечными моделями его главную часть иногда связывают либо с комплексными или мнимыми центрами (на комплексных или мнимых расстояниях), либо с точками, в которых сконцентрированы n-кратные массы Земли, попарно положительные и отрицательные, причем n бывает порядка нескольких десятков или даже сотен. Замена же эллипсоида диском в плоскости экватора вводит только действительные положительные массы, ме́ньшие массы планеты, фигурально она требует в общем случае «размазывания» (а при построении многоточечных моделей — «разбрызгивания») общей массы Земли по кругу с радиусом ≈ 530 км.

И, наконец, хотя уже неоднократно высказывалась мысль об использовании при построении многоточечных моделей потенциала геофизической информации, она, кажется, еще не была осуществлена; приведенные здесь построения позволяют это сделать.

Важно подчеркнуть также, что при создании многоточечных моделей потенциала в плане наших построений отпадает необходимость в вычислении по формуле (10) плотности эллиптического диска, надо лишь знать границы оболочек планеты.

Методика построения многоточечных моделей потенциала заключается в следующем.

1. По общеземному эллипсоиду определяются полуоси или радиус диска в плоскости экватора и радиусы кругов, соответствующих границам областей внутри планеты, на каждой из которых плотность меняется скачком.

2. Местоположение точечных масс в плоскости экватора назначается с учетом указанной сейсмологической информации, с

учетом расположения примерно одинаковых масс на выделяемых элементарных площадках дисков и в соответствии с требованиями оптимальности кубатурных формул.

3. Точки на сфере радиуса R выбираются на основании гравиметрических данных в местах экстремальных значений Δg; в число этих точек также включаются полюсы планеты.

4. По стоксовым постоянным планеты в соответствии с известной методикой [10] вычисляются наилучшие квадратические приближения степенных моментов плотности $I_{pqr}(\delta)=\int\limits_{\tau}\delta x^p y^q z^r d\tau$, что требует привлечения так называемой исходной модели Земли, несущей в себе большую информацию о расположении масс в ней.

5. Составляется и решается система линейных уравнений, доставляющая значения масс m_j точек многоточечной модели:

$$\sum_{j=1}^{k} t_{ij} m_j = I_i, \quad (i=1,2,\cdots,k), \tag{20}$$

где $k=\frac{1}{6}(N+1)(N+2)(N+3)$ — число всех степенных моментов, соответствующих учету стоксовых постоянных до N-го порядка; $t=(x,\ y,\ z)$ — вектор; $x,\ y,\ z$ — геоцентрические прямоугольные координаты; $i=(p,\ q,\ r)$ — мультииндекс; m_j — масса, сосредоточенная в точке $x_j,\ y_j,\ z_j$.

§ 8. Отметим, наконец, следующее. Как известно, при расстояниях между телами, значительно бо́льшими их линейных размеров, взаимное притяжение тел отождествляется с притяжением материальных точек с массами этих тел и расположенных в их центрах масс. Более того, притяжение планет, как тел сферической формы со слоисто-сферической структурой, также эквивалентно притяжению материальных точек, заменяющих эти тела. Теперь же видно, что притяжение планет, которые в глобальных масштабах строже соответствуют телам эллипсоидальной формы со слоисто-эллипсоидальным строением, более точно можно трактовать притяжением дисков — эллиптических или даже круговых. Возможность такой разной трактовки реальных планет (представление их то точками, то дисками, расположенными в экваториальных плоскостях планет), допустимой при изучении развиваемых ими сил тяготения, естественно, связана с величиной удаления притягиваемых масс от планеты. При очень больших расстояниях планета притягивает как материальная точка, при меньших — как диск, а при расстояниях, сравнимых с размерами самой планеты — как диск, нагруженный хотя бы гравитирующей сферой, и, наконец, при «бесконечно малых» расстояниях (при расстояниях, во много раз меньших размеров планеты) ее поле притяжения может считаться даже однородным, конечно, с надлежаще подобранным для рассматриваемой области пространства вектором его напряженности.

Список литературы: 1. *Аппель П.* Фигуры равновесия вращающейся однородной жидкости. — М.: ОНТИ, 1936. 2. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. — М.: Наука, 1965. 3. *Дубошин Г. Н.* Небесная механика, основные задачи и методы. — М.: Наука, 1968. 4. Использование искусственных спутников для геодезии / Под ред. С. Хенрикина. — М.: Мир, 1975. 5. *Короткова Л. Л.* Выборочные функции и их использование в геодезии и селенодезии. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1979, вып. 29. 6. *Марченко А. Н.* О выборе стабилизатора для устойчивой аппроксимации потенциала рядом фундаментальных решений уравнения Лапласа. — В кн.: Тр. симпозиума «Фигура Земли, Луны и других планет». Прага, 1982. 7. *Мещеряков Г. А.* О наилучшей квадратической аппроксимации геопотенциала. — В кн.: Наблюдения ИСЗ. София, 1982, № 20—1980. 8. *Мещеряков Г. А.* О мультипольном представлении гравитационного потенциала. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1974, вып. 19. 9. *Мещеряков Г. А., Марченко А. Н.* О максвелловых параметрах гравитационного поля Земли. — В кн.: Наблюдения ИСЗ. Варшава; Лодзь, 1979, № 18—1978. 10. *Мещеряков Г. А.* Использование стоксовых постоянных Земли для уточнения ее механических моделей. — Геодезия, картография и аэрофотосъемка, 1975, вып. 21. 11. *Муратов Р. З.* Потенциалы эллипсоида. — М.: Атомиздат, 1976. 12. *Пеллинен Л. П., Нейман Ю. М.* Физическая геодезия. — Итоги науки и техники. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка, 1980, т. 18. 13. *Сретенский Л. Н.* Теории ньютоновского потенциала. — М.; Л.: ОГИЗ; ГИТТЛ, 1946. 14. *Субботин М. Ф.* Курс небесной механики. — Л.; М.: ГИТТЛ, 1949, т. 3. 15. *Чандрасекхар С.* Эллипсоидальные фигуры равновесия. — М.: Мир, 1973. 16. *Юркина М. И.* О проблеме Стокса. — Изв. вузов. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка, 1977, № 1.

Статья поступила в редколлегию 03. 01. 83